

Gabriel Jenner de Faria Orsi
Nº USP 10772800

Lista D - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Brasil

2020

Gabriel Jenner de Faria Orsi
Nº USP 10772800

Lista D - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Apresentação da Lista A da disciplina
PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Universidade de São Paulo

Escola Politécnica

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury e Prof. Dr. Decio Crisol
Donha

Brasil

2020

Lista de ilustrações

Figura 1 – Resposta linear de 1 reservatório	2
Figura 2 – Resposta linear e não linear para 1 reservatório	5
Figura 3 – Circuito RC em série	6
Figura 4 – Resposta do circuito RC com V_i diferente de 0	8
Figura 5 – Resposta do circuito RC com V_i igual a 0	9

Sumário

1	SISTEMA LINEAR DO RESERVATÓRIO	1
1.1	Código	1
1.2	Plotagem	2
2	SISTEMA NÃO LINEAR DE 1 RESERVATÓRIO	3
2.1	Código	3
2.2	Plotagens	4
3	SIMULAÇÃO CIRCUITO ELÉTRICO	6
3.1	Código	6
3.2	Plotagens	8

1 Sistema linear do reservatório

O A equação diferencial linear que simula o comportamento da altura de 1 reservatório com vazão de entrada e de saída é a seguinte.

$$\dot{x} = \frac{-1}{S} \sqrt{\frac{\rho g}{R_f h_o}} + \frac{1}{S} u \quad (1.1)$$

1.1 Código

Segue o código que simula o sistema.

```

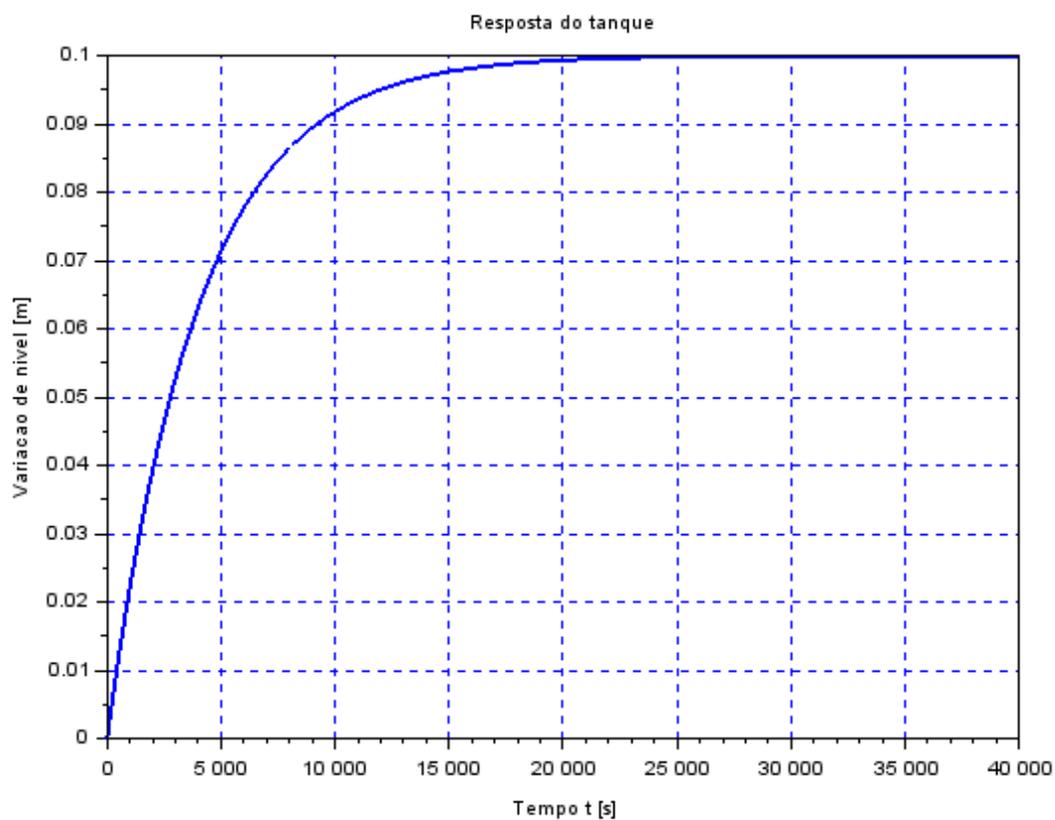
1 // Simulacao de sistema linear
2 // Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
3 clear all
4 // Definir parametros:
5 S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
6 rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
7 g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
8 R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
9 ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
10 hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
11 Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
12 // Definir o sistema linear usando o comando syslin:
13 A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
14 B=1/S;
15 C=1;
16 D=0;
17 tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
18 // continuo no tempo
19 // Definir a condicao inicial:
20 x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
21 // Definir o vetor de instantes de tempo:
22 t=0:10:40000;
23 // Definir o vetor de entradas:
24 u=Qei*ones(t);
25 // Simulando o sistema usando o comando csim:
26 [y,x]=csim(u,t,tanque,x0);
27 // Plotando o resultado em verde:
28 plot(t,y,3,'LineWidth',2)
29 // Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
30 xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
31 // Colocando uma grade azul no gráfico:
32 xgrid(2)

```

1.2 Plotagem

O resultado da simulação é o que segue (com vazão inicial não nula).

Figura 1 – Resposta linear de 1 reservatório



2 Sistema não linear de 1 reservatório

A equação não linear que modela a altura de 1 reservatório com vazão de entrada e vazão de saída é:

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R_f}} + Q_{ei} \right) \frac{1}{S} \quad (2.1)$$

2.1 Código

Segue o código que simula a comparação entre a resposta linear e não linear do sistema.

```

1 clear all
2 // Definir parametros:
3 S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
4 rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
5 g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
6 R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
7 ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
8 hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
9 Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada
10
11 //SISTEMA LINEAR
12 // Definir o sistema linear usando o comando syslin:
13 A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
14 B=1/S;
15 C=1;
16 D=0;
17 tanque_l=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
    contínuo no tempo
18
19 // Definir a condicao inicial:
20 x0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
21 // Definir o vetor de instantes de tempo:
22 t=0:10:40000;
23 // Definir o vetor de entradas:
24 u=Qei*ones(t);
25 // Simulando o sistema linear usando o comando csim:
26 [y1,x]=csim(u,t,tanque_l,x0);
27
28 //SISTEMA N O LINEAR
29 // Definicao da funcao que implementa a equacao nao linear
30 function dh=tanque_nl(t,h)

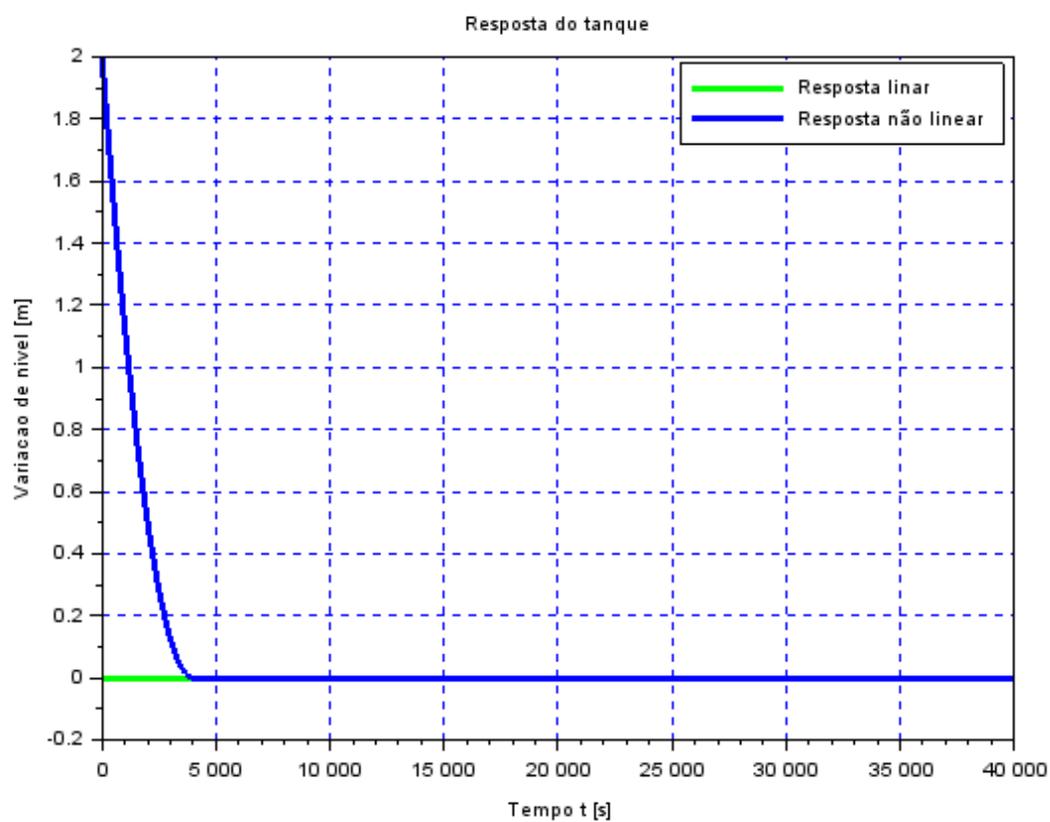
```

```
31     if h(1)<0 then h(1)=0
32     else
33         hdot=(-sqrt(rho*g*h(1)/R)+Qei)/S
34     end
35     hdot=(-sqrt(rho*g*h(1)/R)+Qei)/S
36     dh=[hdot]
37 endfunction
38
39 //Simulacao numerica da equacao nao linear
40
41 ynl=ode(ho,t(1),t,tanque_nl)
42
43 // Plotando resultados
44 f1=scf(1)
45 plot(t,y1,'g','LineWidth',3)
46 plot(t,ynl,'LineWidth',3)
47 // Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
48 xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
49 legend('Resposta linear','Resposta não linear')
50 // Colocando uma grade azul no grafico:
51 xgrid(2)
```

2.2 Plotagens

Segue o gráfico que compara ambas respostas.

Figura 2 – Resposta linear e não linear para 1 reservatório

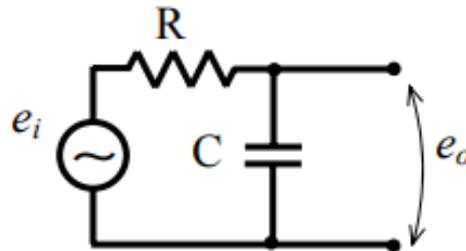


Comparando os resultados é possível observar que, para a vazão nula, a resposta linear não se comporta bem no início da simulação, quando a resposta não linear é exponencial.

3 Simulação circuito elétrico

O seguinte circuito elétrico (RC) é analisado e simulado.

Figura 3 – Circuito RC em série



Utilizando-se do método das malhas para analisar o circuito RC em série mostrado na figura 3, é possível chegar no seguinte desenvolvimento.

$$Ri + \frac{1}{CD}i = e_i \quad (3.1)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad (3.2)$$

$$R\dot{q} + \frac{1}{C}q = e_i \quad (3.3)$$

$$\dot{q} = -\frac{1}{CR}q + \frac{e_i}{R} \quad (3.4)$$

É possível perceber que a equação 3.4 é análoga à equação 1.1 de resposta linear do sistema com 1 reservatório. Seguem as analogias.

$$\dot{q} = \dot{x} \implies q = x \quad (3.5)$$

$$e_i = u \quad (3.6)$$

$$V_i = Q_{ei} \quad (3.7)$$

$$R = S \quad (3.8)$$

$$C = 2\sqrt{\frac{R_f h_o}{\rho g}} \quad (3.9)$$

3.1 Código

```
1 // Simulacao elétrico RC linear
2 // Eh sempre melhor apagar as variaveis anteriores
3 clear all
4 // Definir parametros:
5 R=10; // [ohms] Resistência elétrica
6 C=400 // [F] capacitancia
7 Vi=0.00025; // [V] Tensão de entrada
8 // Definir o sistema linear usando o comando syslin:
9 A=-1/(C*R);
10 B=1/R;
11 C=1;
12 D=0;
13 circuito=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
14 // contínuo no tempo
15 // Definir a condicao inicial:
16 q0=0; // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio
17 // Definir o vetor de instantes de tempo:
18 t=0:10:40000;
19 // Definir o vetor de entradas:
20 ei=Vi*ones(t);
21 // Simulando o sistema usando o comando csim:
22 [y,q]=csim(u,t,circuito,q0);
23 // Plotando o resultado em verde:
24 plot(t,y,3,'LineWidth',2)
25 // Colocando um titulo na figura e nomeando os eixos:
26 xtitle("Resposta do circuito RC","Tempo t [s]","Variacao de carga [C]");
27 // Colocando uma grade azul no grafico:
28 xgrid(2)
```

3.2 Plotagens

Figura 4 – Resposta do circuito RC com V_i diferente de 0

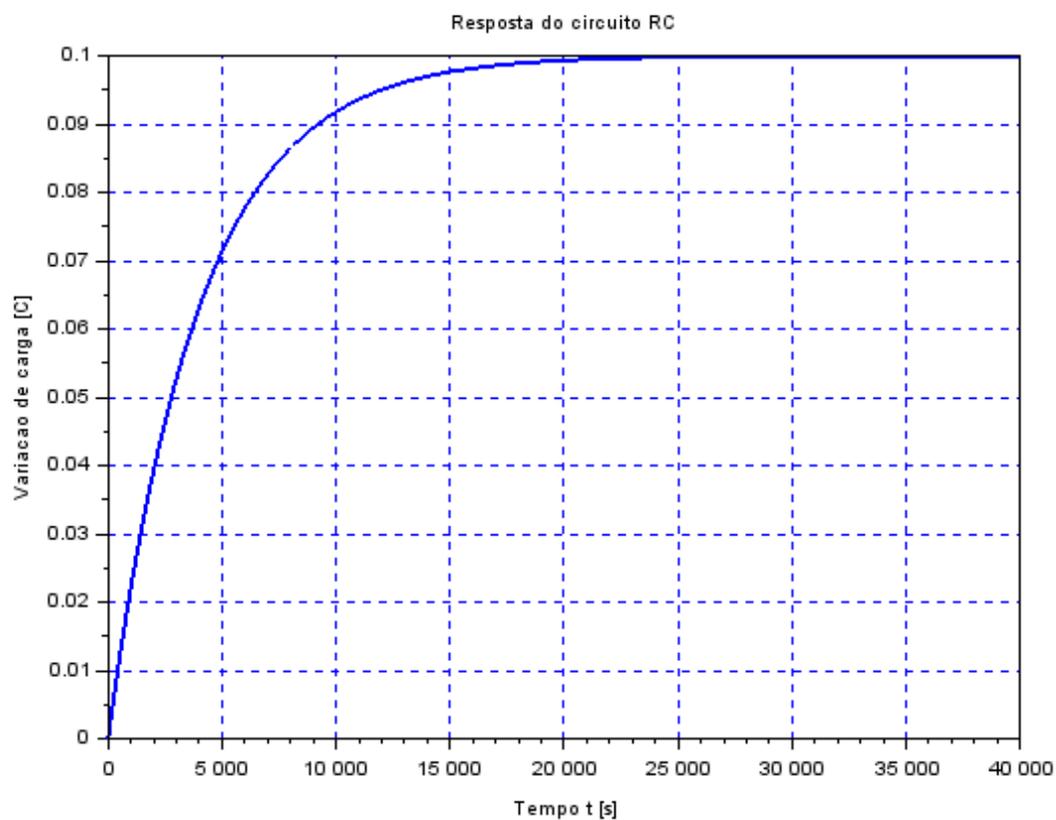
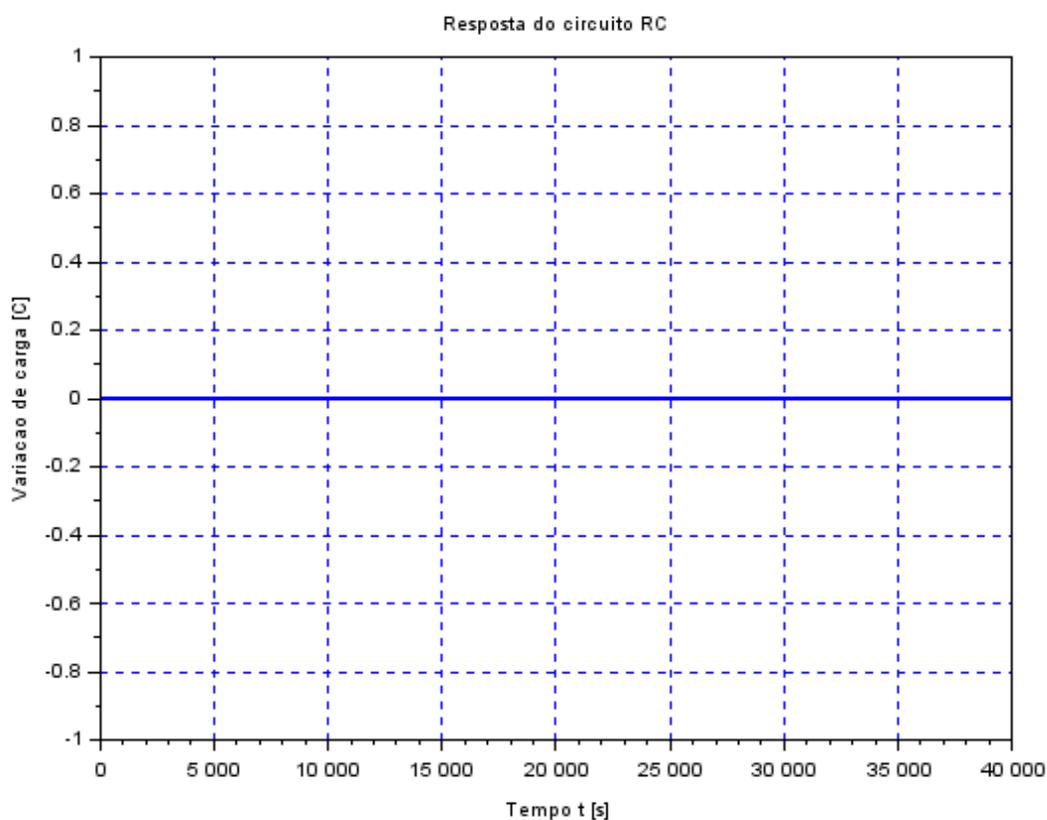


Figura 5 – Resposta do circuito RC com V_i igual a 0

É possível perceber que a resposta do circuito RC (figura 4) é análoga a resposta linear do sistema fluídico de 1 reservatório (figura 1). Mesmo quando a tensão inicial é nula, equivalente a vazão de entrada nula, a resposta é a mesma, sendo assim, os dois sistemas são análogos - figuras 2 e 5.