

PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista D – 01/10/2020

Gabriel Barbosa Paganini – NUSP 10772539

Exercício 1 – Reservatório simples linear e não linear:

No primeiro exercícios, pede-se para comparar as respostas do sistema de reservatório em enchimento pelo modelo linear e o não linear, ambas considerando a situação inicial de $h_0 = 2m$. O resultado obtido está na Figura 1:

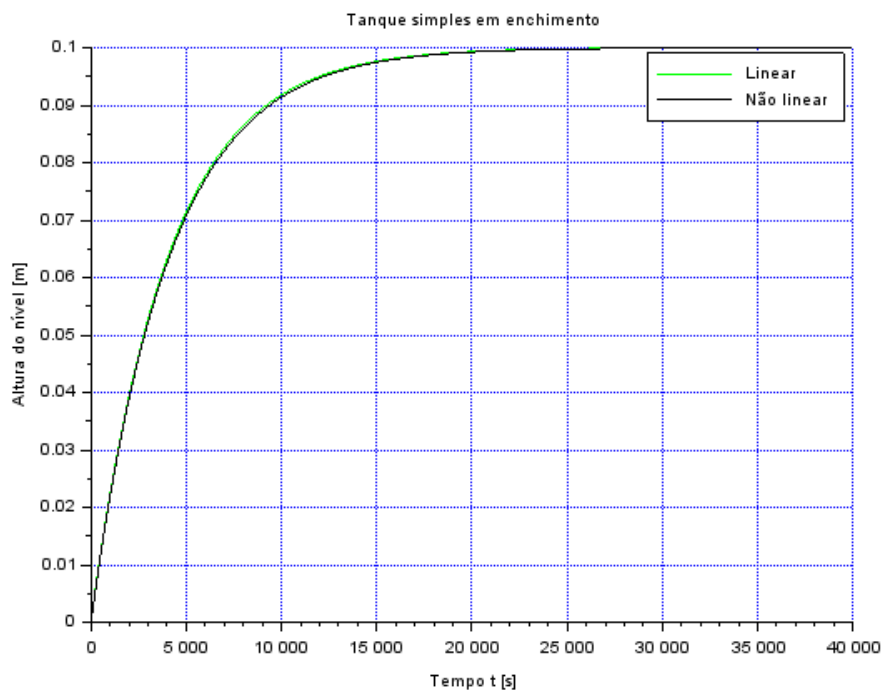


Figura 1 - Enchimento de tanque simples linear e não linear

Exercício 2 – Modelo circuito resistor capacitor:

O modelo do circuito resistor capacitor a ser resolvido é apresentado na Figura 2:

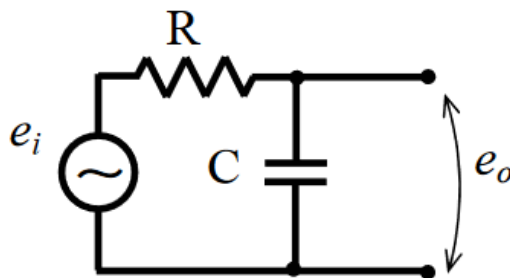


Figura 2 - Modelo do circuito resistor capacitor

Ao aplicar a lei de Kirchoff para malhas na primeira malha, temos:

$$e_i - RI - \frac{1}{C} \int Idt = 0$$

Ao substituir $I = \dot{q}$, temos:

$$e_i - R\dot{q} - \frac{q}{C} = 0$$

A solução dessa equação diferencial para $V(0) = e_0$ vale:

$$q(t) = \frac{-e_0 * e^{-\frac{t}{RC}}}{R}$$

Para analisar o resultado observado, arbitraram-se os parâmetros: $e_0 = -3V$, $R = 100k\Omega$, $C = 10\mu F$ e $t = 5s$. O comportamento da corrente pode ser observado na Figura 3:

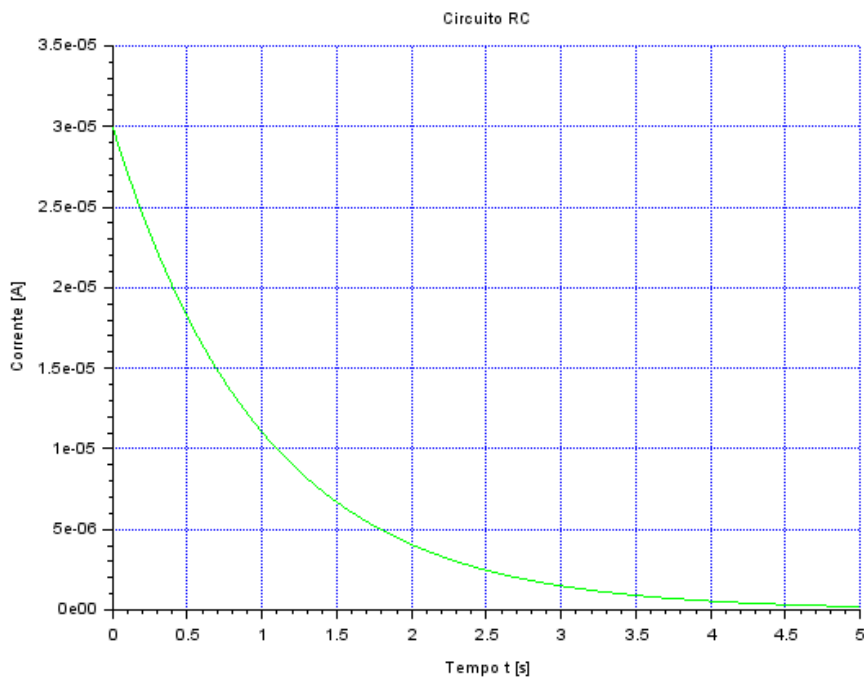


Figura 3 - Comportamento da corrente no circuito

Exercício 3 – Modelo linear de dois reservatórios:

Relembrando dos resultados obtidos na lista C, as equações diferenciais que modelam as alturas dos dois tanques são:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \left(Q_e - \sqrt{\rho g (h_1 - h_2) / R_1} \right) / S_1 \\ \dot{h}_2 = \left(\sqrt{\rho g (h_1 - h_2) / R_1} - \sqrt{\rho g h_2 / R_1} \right) / S_2 \end{cases}$$

Como na lista C, a linearização deste sistema resulta nas seguintes equações matriciais:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} \mu$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Com:

Definindo: $y_1 = x_1 = (h_1 - h_{10})$; $y_2 = x_2 = (h_2 - h_{20})$; $\dot{x}_1 = \dot{h}_1$;
 $\dot{x}_2 = \dot{h}_2$; $\mu = (Q_e - Q_{e0})$

$$a_1 = \frac{\partial f_1}{\partial h_1}; \quad a_2 = \frac{\partial f_1}{\partial h_2}; \quad a_3 = \frac{\partial f_2}{\partial h_1}; \quad a_4 = \frac{\partial f_2}{\partial h_2}; \quad b_1 = \frac{\partial f_1}{\partial Q_e}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial Q_e} = \frac{1}{S_1}; \quad \frac{\partial f_1}{\partial h_1} = -\frac{\rho g}{2S_1 R_a Q_{e0}}; \quad \frac{\partial f_1}{\partial h_2} = \frac{\rho g}{2S_1 R_a Q_{e0}}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q_e} = 0; \quad \frac{\partial f_2}{\partial h_1} = \frac{\rho g}{2S_2 R_a Q_{e0}}; \quad \frac{\partial f_2}{\partial h_2} = -\frac{\rho g}{2S_2 Q_{e0}} \cdot \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_s} \right)$$

Para a simulação analisada, arbitraram-se as alturas iniciais de $h_{01} = 1m$ e $h_{02} = 4m$, de modo que o resultado pode observado na Figura 4:

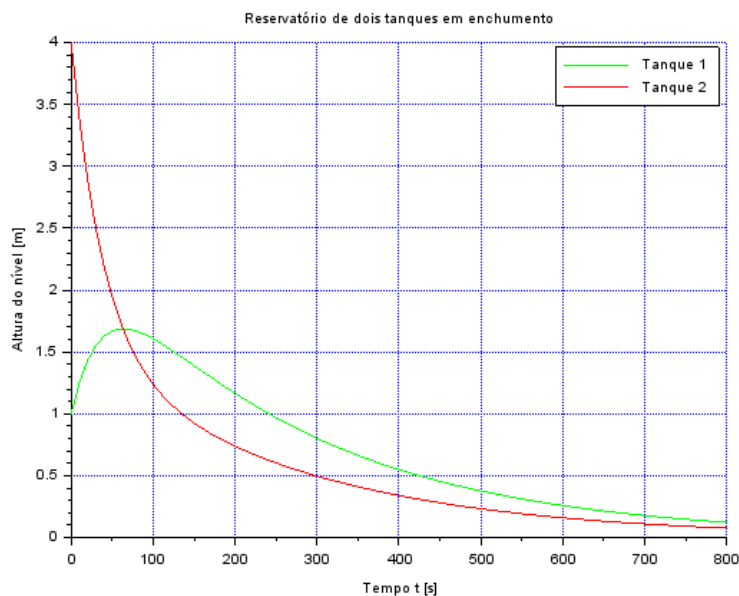


Figura 4 - Simulação linear de reservatório duplo enchendo

Códigos utilizados:

- **Código do exercício 1**

```
//Gabriel Barbosa Paganini - 10772539
//PME 3380 - Lista D – ex 1
clear all
xdel()

// Definir parametros:
S=10;      // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000;  // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10;      // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8;  // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2;      // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1;    // [m] nivel adicional desejado
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada

// Definir o sistema linear usando o comando syslin:
A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
tanque=syslin('c',A,B,C,D); // o parametro 'c' indica que o sistema eh
continuo no tempo

// Definir a condicao inicial:
x0=0;      // [m] desvio inicial do nivel em relação ao equilibrio

// Definir o vetor de instantes de tempo:
t=0:10:40000;

// Definir o vetor de entradas:
u=Qei*ones(t);

// Simulando o sistema usando o comando csim:
[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);

//Modelo de variação da altura não linear
function [hponto]=tanqueNaoLinear(t, h, Qe)
    hponto = (Qe(t)-sqrt(rho*g*h/R))/S
endfunction

//Definição das vazões de entrada constante no tempo como vetor
function [u]=inlet(t)
```

```
u=Qei;  
endfunction
```

```
//Cálculo da vazão de entrada inicial
```

```
Qei = sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);
```

```
//Cálculo da altura do tanque não linear por ode
```

```
h = ode(ho,t(1),t,list(tanqueNaoLinear,inlet))
```

```
plot2d(t,y,3) //Plot linear
```

```
plot2d(t,h-ho) //Plot não linear
```

```
hl=legend(['Linear';'Não linear']);
```

```
xtitle("Tanque simples em enchimento","Tempo t [s]","Altura do nível [m]");
```

```
xgrid(2)
```

- Código do exercício 2

```
//Gabriel Barbosa Paganini - 10772539
```

```
//PME 3380 - Lista D - ex2
```

```
clear all
```

```
xdel()
```

```
eo = 3;
```

```
R=100*10^3;
```

```
C=10*10^-6;
```

```
t=0:0.001:5;
```

```
function [qponto]=corrente(t)
```

```
    qponto = eo/R*exp(-t/(R*C));
```

```
endfunction
```

```
i=corrente(t)
```

```
plot2d(t,i,3)
```

```
xtitle("Circuito RC","Tempo t [s]","Corrente [A]");
```

```
xgrid(2)
```

- Código do exercício 3

```
//Gabriel Barbosa Paganini - 10772539
```

```
//PME 3380 - Lista D - ex3
```

```
clear all
```

```

xdel()

// Definir parametros:
S=10; // [m^2] Area da secao transversal do reservatorio
rho=1000; // [kg/m^3] massa especifica da agua
g=10; // [m/s^2] aceleração da gravidade na superficie da Terra
R=2*10^8; // [Pa/(m^3/s)^2] parametro que relaciona pressao e vazao
ho=2; // [m] nivel do reservatorio em regime
hi=0.1; // [m] nivel adicional desejado
Qeo=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi; // [m^3/s] vazao na entrada

c=(rho*g)/(2*S*Qeo*R);

A = [-c,c;c,-2*c];
B = [1/S;0];
C = [1,0;0,1];
D = [0;0];

tanque=syslin('c',A,B,C,D);

h01=1;
h02=4;
hinicial = [h01;h02];

t=0:10:800;
u=Qeo*ones(t);

[y,x]=csim(u,t,tanque,hinicial);

h1 = x(1,:);
h2 = x(2,:);

plot2d(t,h1,3)
plot2d(t,h2,5)
hl=legend(['Tanque 1';'Tanque 2']);
xlabel("Reservatório de dois tanques em enchimento", "Tempo t [s]", "Altura do nível [m]");
xgrid(2)

```