Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Modelagem de sistemas dinâmicos

Lista D

Vítor Facchini
10772605

Professor: Décio Crisol e Agenor Fleury

São Paulo
2020

Sumário

1 Obtenção das equações linearizadas

Inicialmente, buscou-se obter a forma reduzida da expansão de Taylor de ordem 1.

$$\dot{h}_1 = f_1(Q_e, h_1, h_2) \; \dot{h}_2 = f_2(Q_e, h_1, h_2)$$

Usando as condições definidas na Seção **??**, obteve-se a seguinte forma reduzida:

$$f_1(Q_e, h_1, h_2) = \frac{\rho g}{2SQ_eR}(h_2 - H_2^0) - \frac{\rho g}{2SQ_eR}(h_1 - H_1^0) + \frac{1}{S}(Q_e - Q_e^0)$$

$$f_1(Q_e, h_1, h_2) = \frac{\rho g}{2SQ_eR}(h_1 - H_1^0) - \frac{\rho g}{SQ_eR}(h_2 - H_2^0)$$

Agora, passa a ser possível escrever as matrizes A e B.

$$-A_0 = A_1 = A_2 = A_3/2 = \frac{\rho g}{2SQ_e^0R}$$

$$B_0 = D_0 = D_1 = 0$$

$$C = I_{2\times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{10} & A_{11} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2 Solução linear

O problema a ser resolvido é obter a altura do nível da água em ambos os reservatórios (h_1, h_2), ilustrado na Figura 2.1.

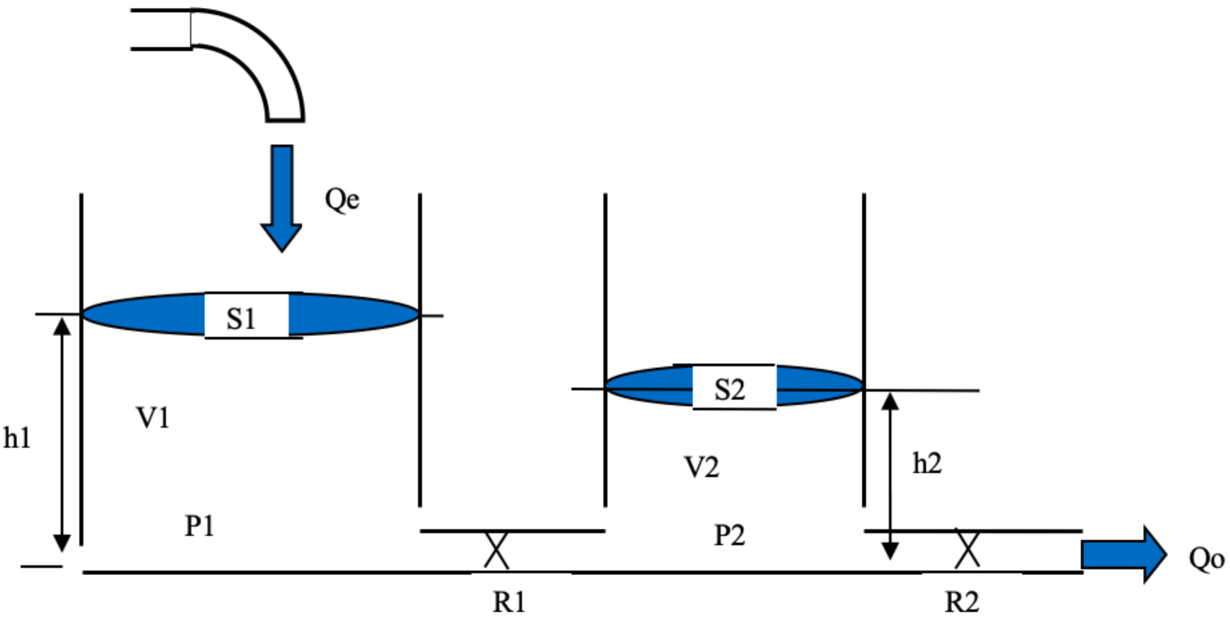

Figura 2.1: Ilustração do problema

Para resolver o problema, foram utilizadas as equações linearizadas deduzidas. Os resultados obtidos usando as seguintes condições iniciais estão ilustrados na Figura 2.2. A Figura 2.3 apresenta o resultado para uma diferente condição inicial.

E as condições iniciais adotadas foram:

- $R_1 = R_2 = 2 \cdot 10^8$;
- $h_{0_1} = 2\,m$;
- $h_{0_2} = 1\,m$
- $S_1 = S_2$;
- Tempo de integração: 10 s

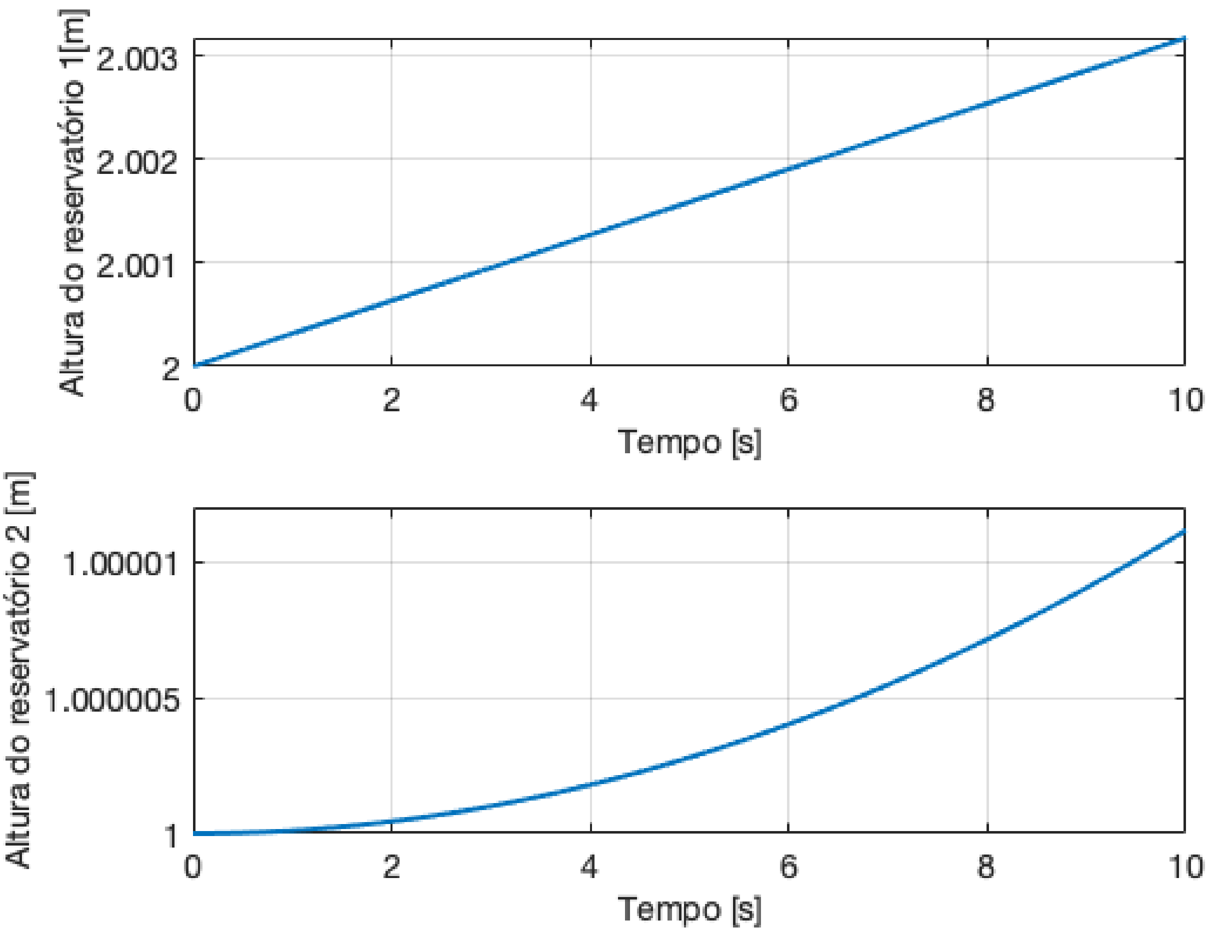

Figura 2.2: Alturas dos reservatórios pelo método de Runge-Kutta

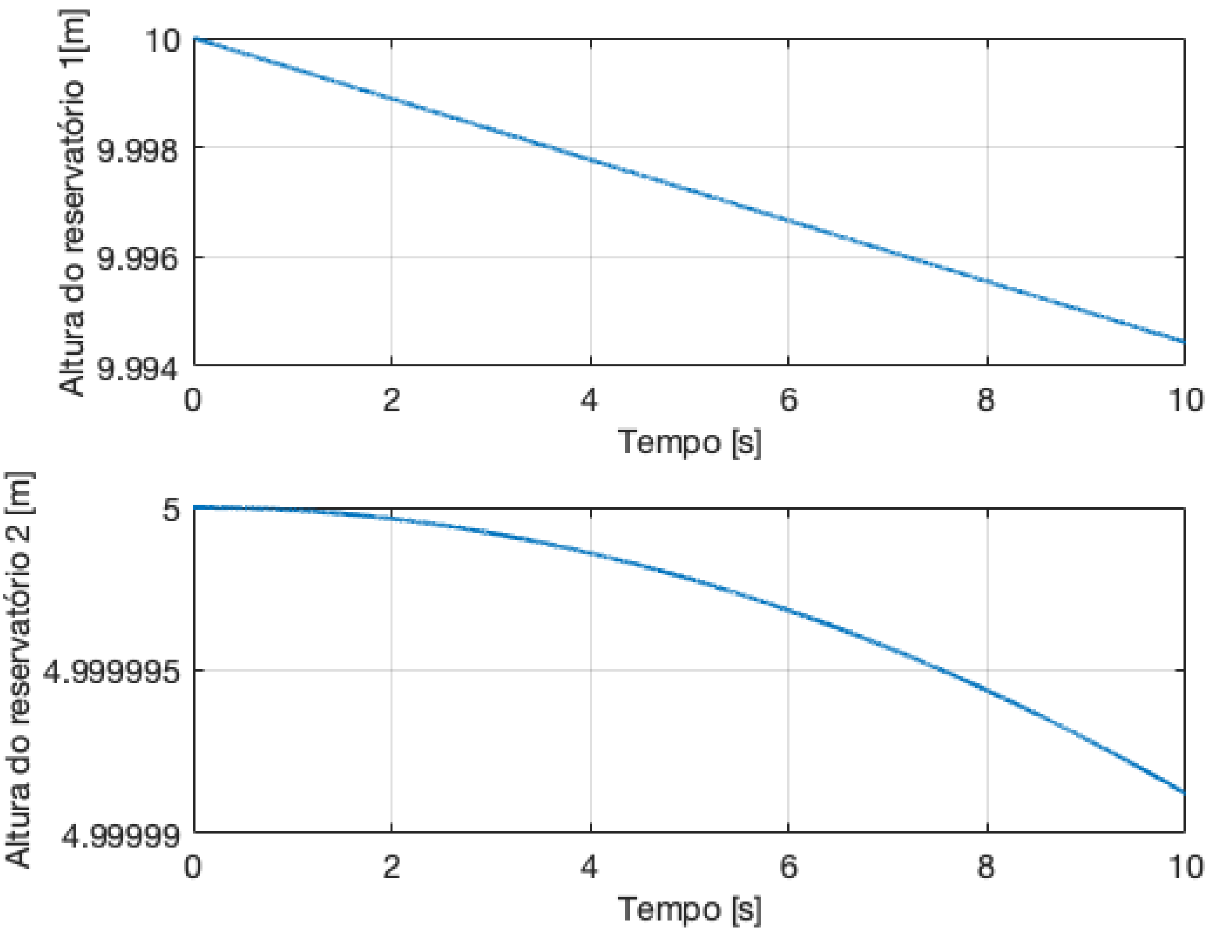

Figura 2.3: Alturas dos reservatórios com $h_{0_1} = 10$ e $h_{0_2} = 5$

2.0.1 Código utilizado

Para esta parte da simulação foi utilizado o código abaixo.

```
function numericoE
close all

dt = .5;
tempo = 0:dt:10;

Y=[];

%% Variaveis
Qe = 0.010247;
h01 = 10;
h02 = 5;

%% Constantes
g = 10;
rho = 1000;
Ra = 2E8;
S1 = 10;
S2 = S1/2;

%% Integracao
fun = @(t,y) odefun(t,y);% f(t,y)=yp (equacao diferencial)
y0=[h01;h02];
[t,y]=ode45(fun,tempo,y0);

h1 = y(:,1);
h2 = y(:,2);
subplot(2,1,1)
tempo=t
plot(tempo,h1,'LineWidth',2)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Altura do reservatorio 1[m]')
grid on
subplot(2,1,2)
plot(tempo,h2,'LineWidth',2)
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Altura do reservatorio 2 [m]')
grid on
end
```

3 Analogia elétrica

Obteve-se também um sistema elétrico análogo ao sistema mecânico dos reservatórios.

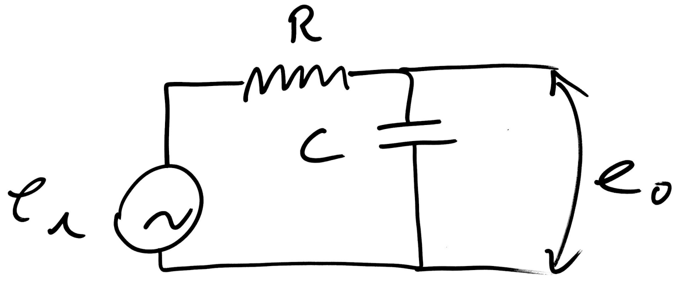

Figura 3.1: Analogia elétrica do sistema do reservatórios

Aplicando a lei das malhas:

$$e_i - \frac{1}{C} \int I \, dt - RI = 0$$

Aplicando $\int I \, dt = q(t)$ e resolvendo a equação diferencial:

$$q(t) = C_1 e \frac{t}{RC} + Ce_i$$

Usando a condição de contorno $V_(0) = 3_0$, chega-se em $C_1 = Ce_0$, agora, podemos obter os resultados da equação para a tensão e corrente do sistema:

$$I(t) = \dot{q}(t) = I_0 e^{\frac{-t}{RC}} \quad V(t) = V_0(1 - e^{\frac{-t}{RC}})$$

Com esses resultados, é possível simular o sistema elétrico.