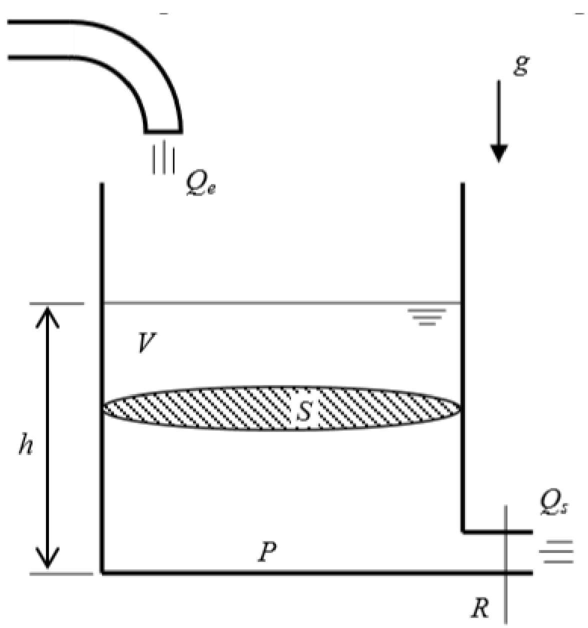
PME3380 - Lista D

Enzo Zugliani

30 de Setembro de 2020

- **Faça as modificações adequadas para se poder desenhar e comparar os gráficos da resposta do sistema não linear e linear. Faça as simulações dos sistemas linear e não linear considerando que o reservatório parte do nível h = 2 m, mas com vazão de entrada nula. Compare as respostas.**

Figura 1: Sistema de um reservatório



O sistema de um reservatório pode ser representado pela seguinte equação diferencial não linear:

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e\right)\frac{1}{S} \tag{1}$$

Já o sistema linear pode ser representado pelo seguinte sistema:

$$\dot{x} = -\frac{1}{2S}\sqrt{\frac{\rho g h}{R h_0}} + \frac{1}{S}u \tag{2}$$

$$y = x \tag{3}$$

O código utilizado está apresentado na figura 1. A seção referente ao sistema linearizado utiliza a função *lsim* do software *Octave*

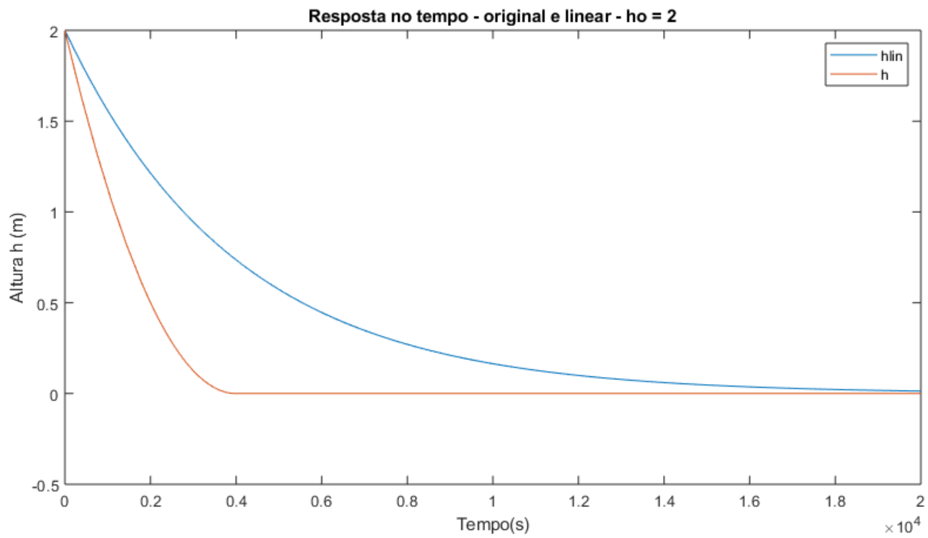
Figura 2: Código para as simulações linear e não linear

```
S = 10;
R = 2e8;
rho = 1000;
G = 10;
Qe = 0;
tf = 20000;
t0 = 0;
ho = 2;%-------------------------------------------Parâmetros
function hp = odefun(~,h,S,R,rho,G,Qe)
 hp = -(sqrtt((rho*G*h)/R))/S +Qe/S;
end

function y = sqrtt(x)
    if x<0
        y = -sqrt(-x);
    else
        y = sqrt(x);
    end
end%--------------Funções
[t,h] = ode45(@(t,h) odefun(t,h,S,R,rho,G,Qe),[t0,tf],ho);%---Simulação não linear
A = -sqrt((rho*G)/(R*ho))/(2*S);
B = 1/S;
C = 1;
D = 0;
Syslin = ss(A,B,C,D);
x0 = ho;
tlin = t0:tf/100:tf;
u = zeros(length(tlin),1);
ylin = lsim(Syslin,u,tlin,x0);%---------------------Simulação linear
plot(tlin,ylin,t,h)
legend('hlin','h');
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Altura h (m)');
title(['Resposta no tempo - original e linear - ho = ',num2str(ho)]);
set(gcf, 'Position',  [800, 400, 600, 400])%------------Plot e configuração
```

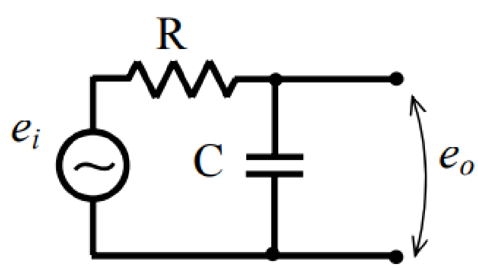
A resposta no tempo para ambos os sistemas está apresentada na figura 2. Nota-se que o sistema não linear responde mais rápido, com uma curva consideravelmente diferente da exponencial inversa característica de sistemas estáveis de primeira ordem.

Figura 3: Resposta no tempo



- **Obtenha o modelo matemático do circuito elétrico mostrado abaixo e compare com o modelo linear do sistema com um reservatório. Faça simulações e compare qualitativamente com os resultados do exercício 1 (sistema linear).**

Figura 4: Circuito elétrico



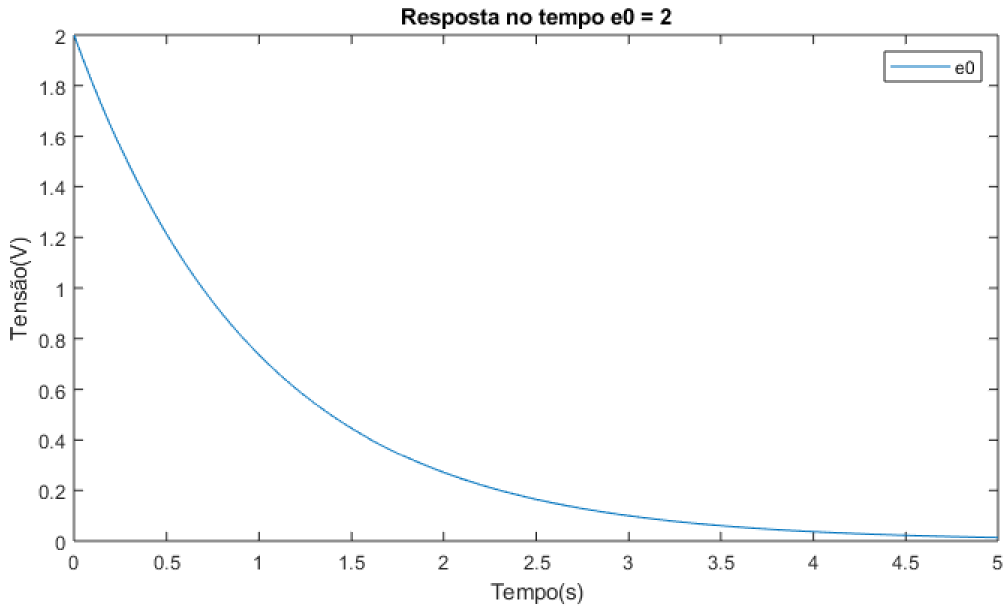
O circuito elétrico da figura 4 pode ser descrito pela equação 4:

$$\dot{e_0} = -\frac{e_0}{RC} + \frac{e_i}{RC} \tag{4}$$

Onde e_i é a entrada do sistema.

O sistema foi modelado supondo componentes lineares e é portanto, linear. O código utilizado para sua simulação é muito semelhante ao da figura 2. A simulação do sistema está apresentada na figura 5:

Figura 5: Resposta no tempo do circuito elétrico



A resposta do sistema elétrico, qualitativamente, se comporta identicamente à aproximação linear do sistema com um reservatório. Tal resultado é esperado, tendo em vista que o tanque se comporta como uma capacitância fluídica, e a válvula/restrição, como uma resistência fluídica. Desse modo, o circuito elétrico apresentado é análogo ao circuito fluídico estudado.

- **Usando a abordagem vista nestes exemplos, faça a simulação do sistema com dois reservatórios, supondo o modelo linear**

  O sistema com dois reservatórios pode ser descrito pela equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Onde as constantes valem:

$$\alpha_1 = -\frac{\rho g}{2S_1R_1Q_{e0}} \tag{7}$$

$$\alpha_2 = +\frac{\rho g}{2S_1R_1Q_{e0}} \tag{8}$$

$$\alpha_3 = +\frac{\rho g}{2S_2R_1Q_{e0}} \tag{9}$$

$$\alpha_4 = -\frac{\rho g}{2S_2Q_{e0}} \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) \tag{10}$$

$$\beta = \frac{1}{S_1} \tag{11}$$

E as variáveis de estado e de entrada se relacionam com as variáveis do problema por:

$$x_1 = (h_1 - h_{01}) \tag{12}$$

$$x_2 = (h_2 - h_{02}) \tag{13}$$

$$\dot{x_1} = \dot{h_1} \tag{14}$$

$$\dot{x_2} = \dot{h_2} \tag{15}$$

$$u = (Q_e - Q_{e0}) \tag{16}$$

O código para a simulação do sistema linear de dois reservatórios está apresentado na figura 6.

Figura 6: Código para as simulações linear do sistema dois reservatórios:

```
clc;
clear;

S = 10;
R = 2e8;
rho = 1000;
G = 10;
Qe = 0.010247;
%------------------------------------------Parâmetros
tf = 40000;
t0 = 0;
ho = [1,6];
alpha1 = -rho*G/(2*S*Qe*R);
alpha2 = rho*G/(2*S*Qe*R);
alpha3 = rho*G/(2*S*Qe*R);
alpha4 = -rho*G/(S*Qe*R);
beta = 1/S;
A = [alpha1,alpha2;
     alpha3,alpha4];
B = [beta;
       0 ];
C = eye(2);
D = 0;%-------Definindo as matrizes
Syslin = ss(A,B,C,D);
x0 = ho;
tlin = t0:tf/100:tf;
u = zeros(length(tlin),1);
ylin = lsim(Syslin,u,tlin,x0); %----Comando para simulação

plot(tlin,ylin);
legend('h1','h2');
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Altura h (m)');
title(['Resposta no tempo , ho1 = ',num2str(ho(1)),', h02 =',num2str(ho(2))]);
set(gcf, 'Position',  [800, 400, 600, 400]) %Plot e configuração
```

Alguns resultados da simulação linear, com diferentes condições iniciais, para $Q_{e0} = 0.010247$ e $u = 0$, estão apresentados nas figuras 7 a 10.

Figura 7: Simulação 1

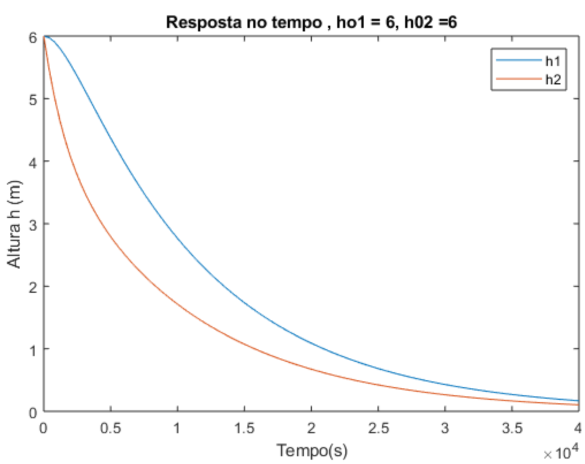


Figura 8: Simulação 2

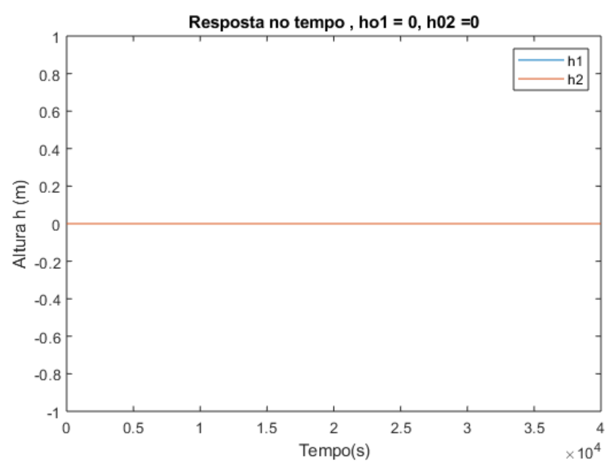


Figura 9: Simulação 3

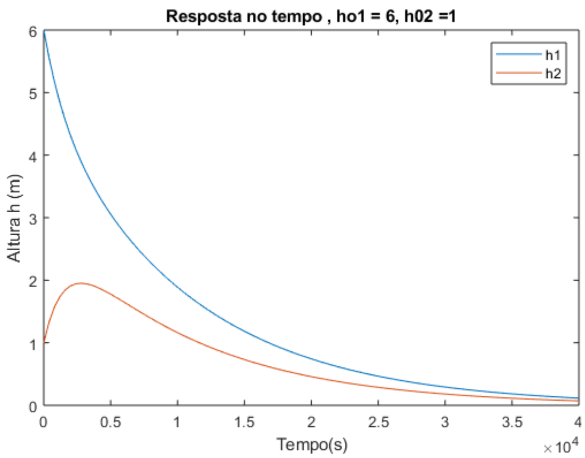
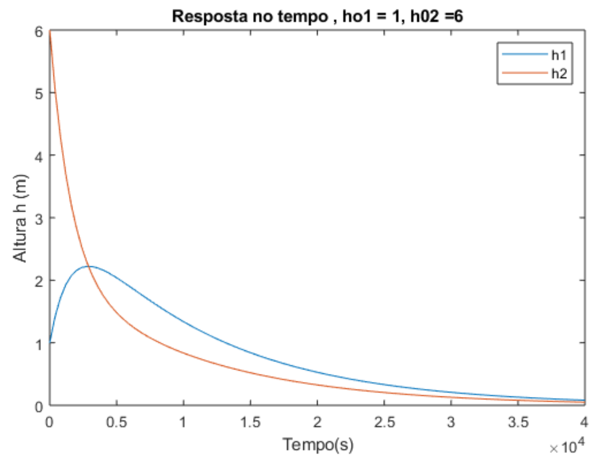


Figura 10: Simulação 4



- **Desenvolva um circuito elétrico análogo ao sistema com dois reservatórios.**

  O circuito elétrico análogo ao sistema dos dois reservatórios está apresentado na figura 11:

Figura 11: Circuito elétrico análogo