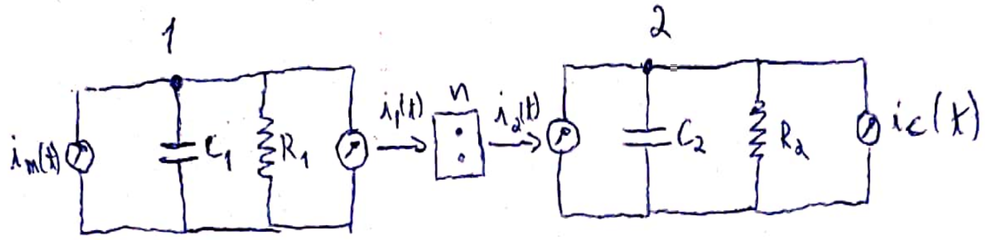
Leonardo Dario de Oliveira - 10706131

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Exercícios Aula 15/09/20

1a)



Fazendo lei dos nós, resolvemos o circuito:

nó 1: $\left(C_1 D + \frac{1}{R_1}\right) V_1 = i_m - i_1$

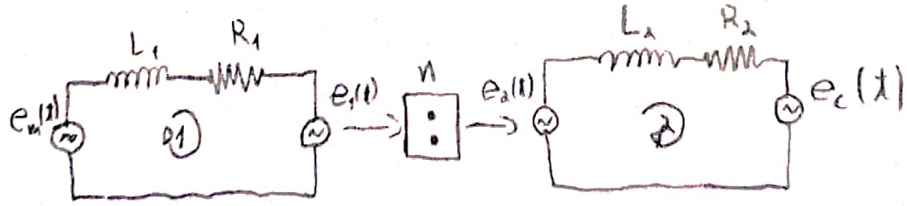
nó 2: $\left(C_2 D + \frac{1}{R_2}\right) V_2 = i_2 - i_c$

Introduzindo a relação de transformação: $n = \frac{i_2}{i_1} \Rightarrow i_1 \cdot n = i_2$

Utilizando a analogia tipo 2, chegamos ao modelo matemático do sistema mecânico:

$$\boxed{\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + B_1 \dot{\theta}_1 &= T_m - T_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + B_2 \dot{\theta}_2 &= T_2 - T_1 \\ T_1 \cdot n &= T_2 \end{aligned}}$$

1b)



Resolvendo por lei das malhas:

malha 1: $(L_1 D + R_1) i_1 = e_m - e_1$

malha 2: $(L_2 D + R_2) i_2 = e_2 - e_c$

Novamente, vale a relação de transformação.

Portanto, pela analogia do tipo 1, chega-se em:

$$\boxed{\begin{array}{ll} (1) & J_1\ddot{\theta}_1 + B_1\dot{\theta}_1 = T_m - T_1 \\ (2) & J_2\ddot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2 = T_2 - T_C \\ (3) & T_1 \cdot \eta = T_2 \end{array}}$$

Vale notar que o resultado é o mesmo empregando ambas as analogias

3) Substituindo (3) em (2):

$$\begin{cases} J_1\ddot{\theta}_1 + B_1\dot{\theta}_1 = T_m - T_1 \\ J_2\ddot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2 = \eta T_1 - T_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = -J_1\ddot{\theta}_1 - B_1\dot{\theta}_1 + T_m \\ T_1 \cdot \eta = J_2\ddot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2 + T_C \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_2\ddot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2 + T_C = \eta(-J_1\ddot{\theta}_1 - B_1\dot{\theta}_1 + T_m)$$

Fazendo $\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \eta\,\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 = \eta\,\ddot{\theta}_2 \end{cases}$:

$$\Rightarrow \eta^2 J_1\ddot{\theta}_2 + J_2\ddot{\theta}_2 + \eta^2 B_1\dot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2 = \eta T_m - T_C$$

$$\Rightarrow \boxed{(\eta^2 J_1 + J_2)\ddot{\theta}_2 + (\eta^2 B_1 + B_2)\dot{\theta}_2 = \eta T_m - T_C}$$