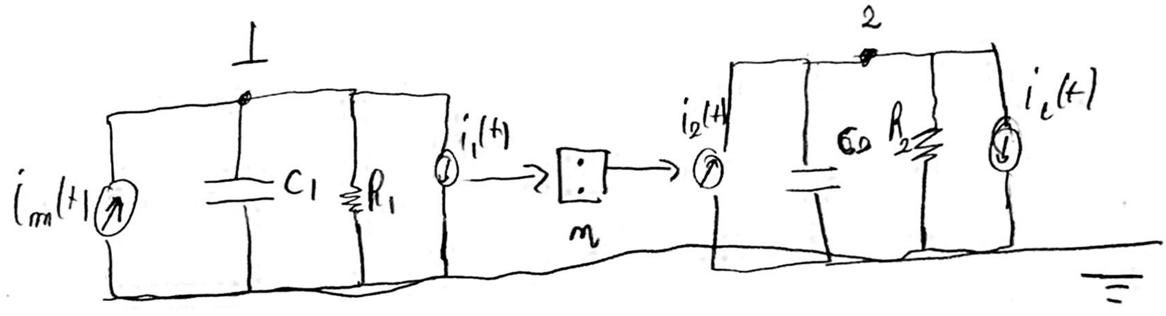
Gabriel Rodrigues Camargo - 10772460

PME 3380 -

Excs aula 15/09

① a) Por analogia tipo 2, temos o circuito:



Nó 1 e 2:

$$\begin{cases} V_1\left(C_1 D + \frac{1}{R_1}\right) = i_m(t) - i_1(t) \\ V_2\left(C_2 D + \frac{1}{R_2}\right) = i_2(t) - i_c(t) \end{cases}$$

onde pelo transformador:

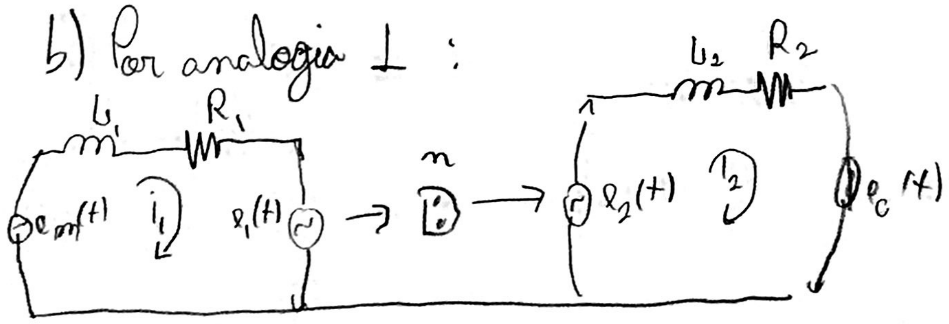
$i_2 = n i_1$

↳ P/ sistema mecanico

$$\begin{cases} \dot\theta_1 (J_1 D + B_1) = T_m - T_1 \\ \dot\theta_2 (J_2 D + B_2) = T_2 - T_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_1\ddot\theta_1 + B_1\dot\theta_1 = T_m - T_1 \\ J_2\ddot\theta_2 + B_2\dot\theta_2 = T_2 - T_c \end{cases}$$

onde $T_2 = T_1 n \Rightarrow \dot\theta_1 = n\dot\theta_2$

b) Por analogia 1:



Equações:

$$i_1(L_1 D + R_1) = e_m(t) - e_1(t)$$

com $e_2(t) = e_1(t)$.

$$i_2(L_2 D + R_2) = e_c(t) - e_2(t)$$

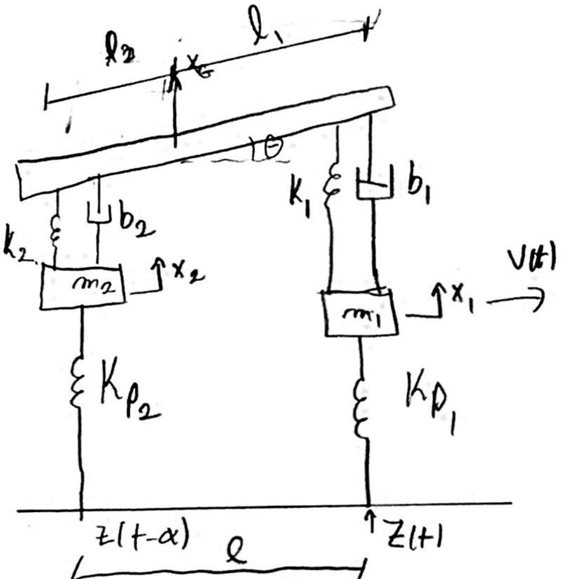
P/ sistema mecânico:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 (J_1 D + B_1) = T_m - T_1 \\ \dot{\theta}_2 (J_2 D + B_2) = T_2 - T_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + B_1 \dot{\theta}_1 = T_m - T_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + B_2 \dot{\theta}_2 = T_2 - T_c \end{cases}$$

Com

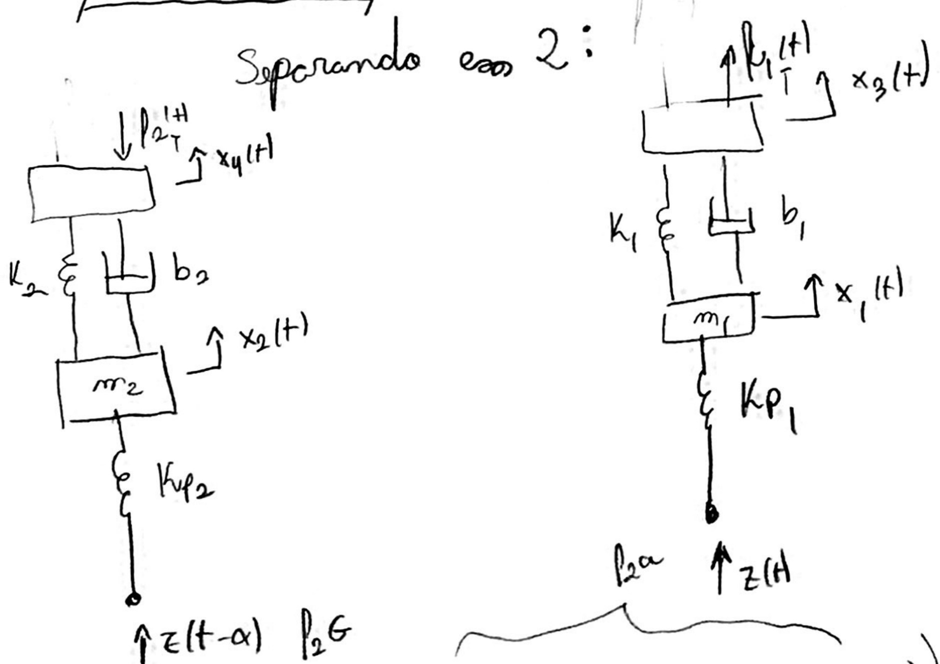
$$T_2 = n T_1 \xRightarrow{\text{logo}} \dot{\theta}_1 = n \dot{\theta}_2$$

(2)



com $\alpha = \dfrac{l}{V}$

Separando em 2:



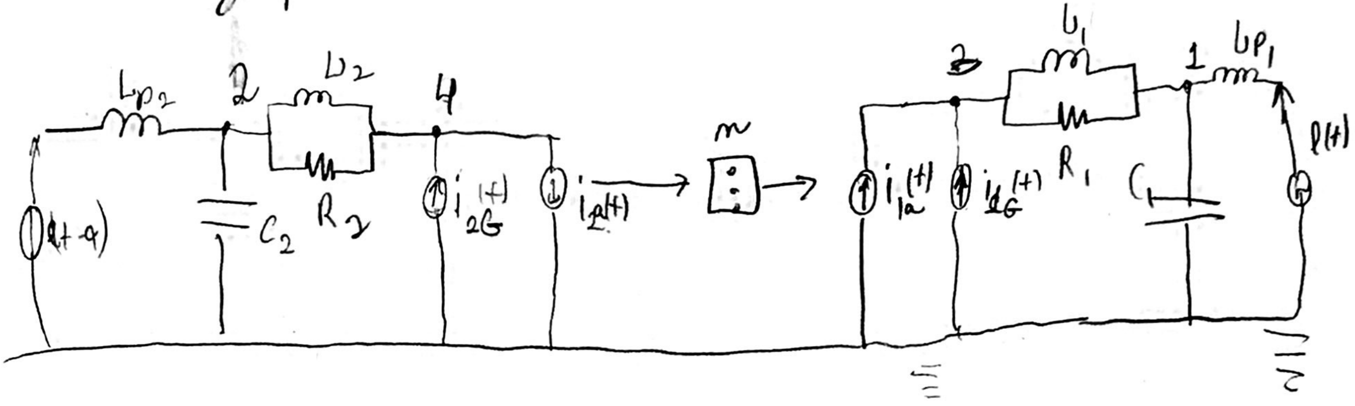
$$P_{2T}(t) = \overbrace{l_2 (k_2 \theta + b_2 \dot{\theta})}^{P_{2G}} - \overbrace{\left(b_2 (\dot{x}_G - \dot{x}_2) + k_2 (x_G - x_2)\right)}^{P_{2a}}$$

$$P_{1T}(t) = \underbrace{l_1 (K_1 \theta + b_1 \dot{\theta}_1)}_{P_{1G}} + \underbrace{b_1 (\dot{x}_G - \dot{x}_1) + k_1 (x_G - x_1)}_{P_{1a}}$$

As potências transferidas nesse caso precisam ser iguais:

$$f_{1a} \cdot V_{1a} = f_{2a} \cdot V_{2a} \Rightarrow f_{1a}\, l_1 \dot{\theta} = f_{2a}\, l_2 \dot{\theta} \Rightarrow n = \frac{l_1}{l_2} = \frac{f_{2a}}{f_{1a}}$$

Circuito análogo por analogia tipo 2:



P/ nós 1, 2, 3 e 4:

$$V_1\left(C_1 D + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{L_1 D} + \frac{1}{L_{1p} D}\right) - e(t)\cdot\frac{1}{L_{1p}D} - V_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{L_1 D}\right) = 0$$

$$V_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{L_1 D}\right) - \left(i_1(t) + i_{1G}(t)\right) = 0$$

$$V_4\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D}\right) + i_{2a}(t) - i_{2G}(t) = 0$$

$$V_2\left(C_2 D + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D} + \frac{1}{L_{2p} D}\right) - e(t-\alpha)\cdot\frac{1}{L_{2p}D} - V_4\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D}\right) = 0$$

Fazendo substituições apropriadas:

$$\begin{cases} V_1\left(C_1 D + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{L_1 D} + \frac{1}{L_{1p} D}\right) = i_{1a}(t) + i_{1G}(t) + \frac{e(t)}{L_{1p} D} \\ V_2\left(C_2 D + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D} + \frac{1}{L_{2p} D}\right) = -i_{2a}(t) + i_{2G}(t) + \frac{e(t-\alpha)}{L_{2p} D} \end{cases}$$

Analogia mecânica:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + (K_1 + k_1 p) x_1 = f_{1a}(t) + f_{G_1}(t) + K_1 p\, z(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + (K_2 + K_2 p) x_2 = f_{2a}(t) + f_{G_2}(t) + k_2 p\, z(t-a) \end{cases}$$

$\downarrow$ E achamos as outras posições por:

$$\begin{cases} f_{2_T}(t) + f_{1_T}(t) = M \ddot{x}_G \\ f_{2_T}(t)\, l_2 + f_{1_T}(t)\, l_1 = J_G \ddot{\theta} \end{cases}$$

③ Demonstrar eq dif p/ ω_2 da caixa de transmissão:

$$J_2 \dot{\omega}_2 + B_2 \omega_2 + T_c = T_2$$

$$J_1 \dot{\omega}_1 + B_1 \omega_1 + T_1 = T_m$$

Com potências iguais:

$$T_1 \omega_1 = T_2 \omega_2 \Rightarrow n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

Substituindo essa definição e isolando T_1:

$$J_2 \dot{\omega}_2 + B_2 \omega_2 + T_C = n . T_1$$

$$T_1 = T_m - (J_1 \dot{\omega}_1 + B_1 \omega_1)$$

Substituindo:

$$J_2 \dot{\omega}_2 + B_2 \omega_2 + T_C = n (T_m - J_1 \dot{\omega}_1 + B_1 \omega_1)$$

Com $\dot{\omega}_1 = n \dot{\omega}_2$:

$$J_2 \dot{\omega}_2 + B_2 \omega_2 + J_1 n^2 \dot{\omega}_2 + B_1 n^2 \omega_2 + T_c = n T_m$$

$$\downarrow \underbrace{(J_2 + n^2 J_1)}_{J_{eq2}} \dot{\omega}_2 + \underbrace{(B_2 + n^2 B_1)}_{B_{eq2}} \omega_2 + T_c = n T_m$$

$$\boxed{J_{eq2} \dot{\omega}_2 + B_{eq2} \omega_2 + T_c = n T_m}$$