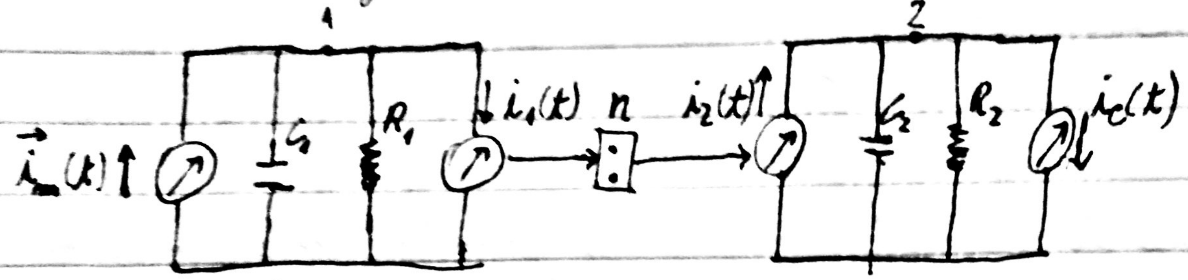
Tiago Krause 9836238

PME 3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Exercícios aula 15/09

1) a) O circuito a seguir é obtido a partir do circuito do enunciado aplicando a analogia elétrica do tipo 2:



As equações obtidas nos nós são as seguintes:

Nó 1: $V_1\left(\frac{1}{R_1}+C_1D\right)=i_m-i_1$ Nó 2: $V_2\left(\frac{1}{R_2}+C_2D\right)=i_2-i_c$

Transformador: $n=\frac{i_2}{i_1}$

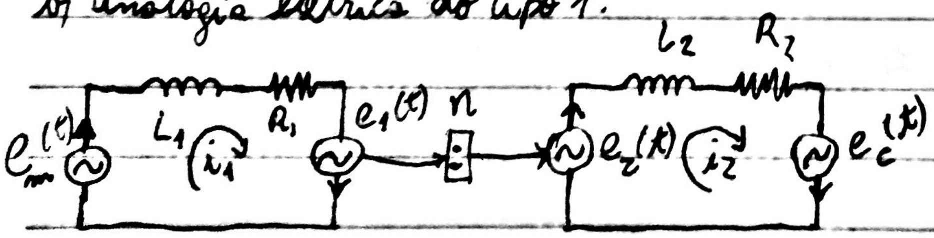
Equações análogas para o sistema mecânico:

nó 1: $\omega_1(B_1+J_1D)=T_m-T_1$ nó 2: $\omega_2(B_2+J_2D)=T_2-T_c$

$B_1\dot{\theta}_1+J_1\ddot{\theta}_1=T_m-T_1$ $B_2\dot{\theta}_2+J_2\ddot{\theta}_2=T_2-T_c$

Transformador: $n=\frac{T_2}{T_1}=\frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1}$

b) Analogia elétrica do tipo 1:



Analisando as malhas:

Malha 1: $e_m(t)=(L_1D+R_1)i_1+e_1(t)$ Malha 2: $e_2(t)=(L_2D+R_2)i_2+e_2(t)$

Transformador: $n=\frac{e_2(t)}{e_1(t)}$

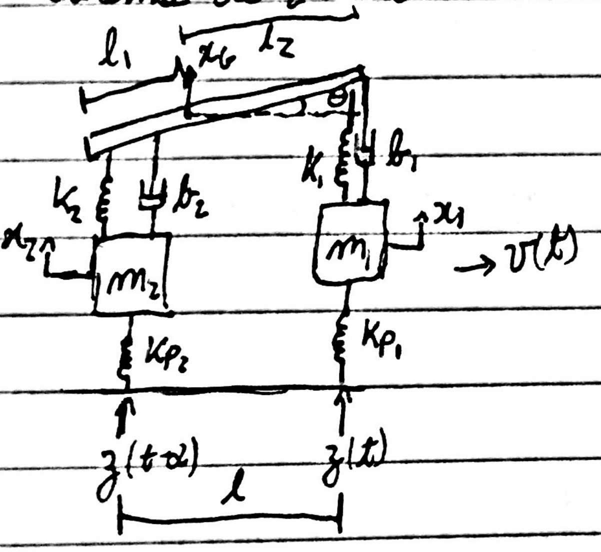
Equações análogas para o sistema mecânico:

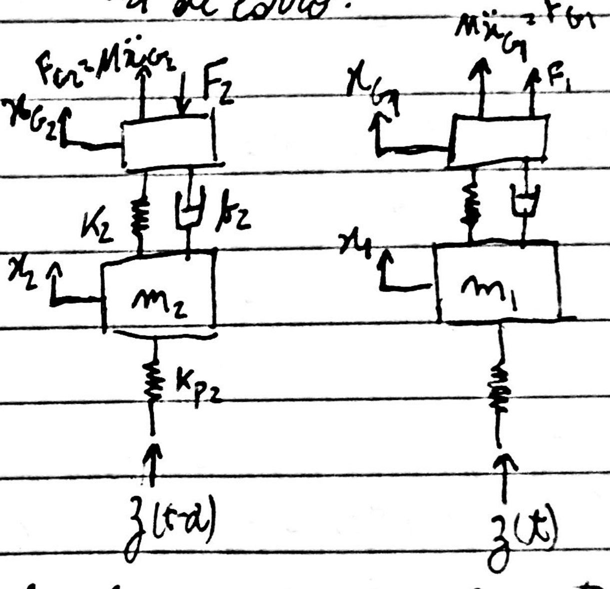
Malha 1: $T_m = (J_1 D + B_1)\omega_1 + T_1$ Malha 2: $T_2 = (J_2 D + B_2)\omega_2 + T_c$

$T_m - T_1 = J_1\ddot{\theta}_1 + B_1\dot{\theta}_1$ $T_2 - T_C = J_2\ddot{\theta}_2 + B_2\dot{\theta}_2$

Transformador: $n = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1}$

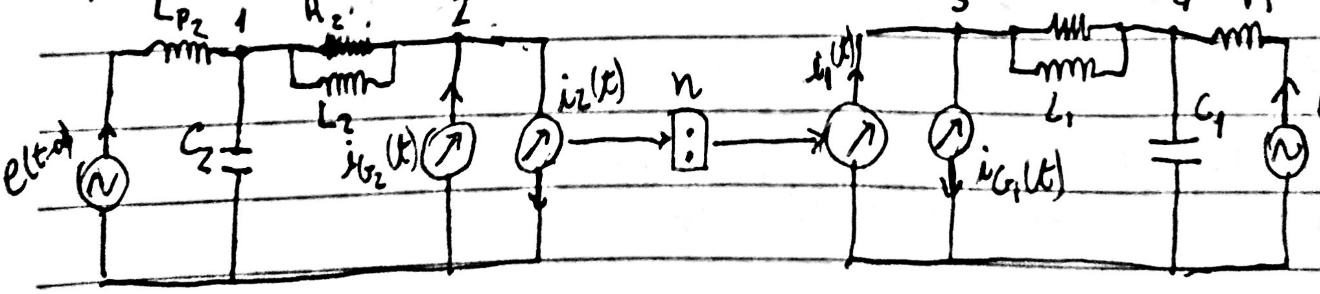
2) Sistema de $\frac{1}{2}$ carro: separando em 2 sistemas de $\frac{1}{4}$ de carro:





As forças F_1 e F_2 são originadas pela alavanca no acoplamento das suspensões. Logo $P_1 = P_2$, então $F_1 l_1 = F_2 l_2$ e $n = \frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2}$

Aplicando analogia elétrica do tipo Z:



Nó 1: $V_1\left(C_2 D + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D} + \frac{1}{L_{p2} D}\right) - e(t-d)\cdot\frac{1}{L_{p2}D} - V_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D}\right) = 0$

Nó 2: $V_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D}\right) = -i_2(t) + i_{G_2}(t)$

Nó 3: $V_3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_1 D}\right)=i_1(t)+i_{G_1}(t)$

Nó 4: $V_4\left(C_1 D+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_1 D}+\frac{1}{L_{1p}D}\right)-e(t)\frac{1}{L_{1p}D}-V_3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_1 D}\right)=0$

Substituindo as equações do nó 2 na do nó 1 e do nó 3 na do nó 4:

$$\begin{cases} V_1\left(C_2 D+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{L_2 D}+\frac{1}{L_{2p}D}\right)=e(t-\alpha)\cdot\frac{1}{L_{2p}D}-i_2(t)+i_{G_2}(t) \\ V_4\left(C_1 D+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_1 D}+\frac{1}{L_{1p}D}\right)=e(t)\cdot\frac{1}{L_{1p}D}+i_1(t)+i_{G_1}(t) \end{cases}$$

Equações análogas para o sistema mecânico

$$\begin{cases} v_1\left(m_2 D+b_2+\frac{K_2}{D}+\frac{K_{2p}}{D}\right)=\frac{\dot{z}(t-\alpha)\cdot K_{2p}}{D}-F_2(t)+F_{G_2}(t) \\ v_4\left(m_1 D+b_1+\frac{K_1}{D}+\frac{K_{1p}}{D}\right)=\frac{\dot{z}(t)\cdot K_{1p}}{D}+F_1(t)+F_{G_1}(t) \end{cases}$$

Como o nó 1 representa o subsistema 2 e o nó 4 o subsistema 1, $v_1=\dot{x}_2$ e $v_4=\dot{x}_1$, logo:

$$\begin{cases} m_2\ddot{x}_2+b_2\dot{x}_2+(K_2+K_{2p})x_2=z(t-\alpha)\cdot K_{2p}-F_2(t)+F_{G_2}(t) \\ m_1\ddot{x}_1+b_1\dot{x}_1+(K_1+K_{1p})x_1=z(t)\cdot K_{1p}+F_1(t)+F_{G_1}(t) \end{cases}$$

Além disso: $F_1(t)+F_{G_1}(t)-F_2(t)+F_{G_2}(t)=M\ddot{x}_G(t)$

$\left(F_1(t)+F_{G_1}(t)\right)l_1+\left(-F_2(t)+F_{G_2}(t)\right)l_2=J_G\ddot{\theta}$