Leonardo Farias de Almeida - 10706131

PME 3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

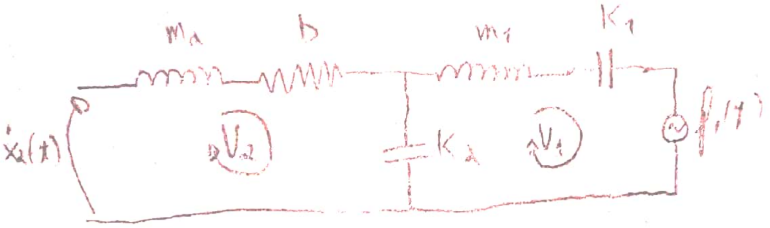
Exercícios Aula 08/09/20

Analogia 1: $f \to V$ $\quad m \to L$

$v \to i$ $\quad b \to R$

$K \to \frac{1}{C}$

2. slides)

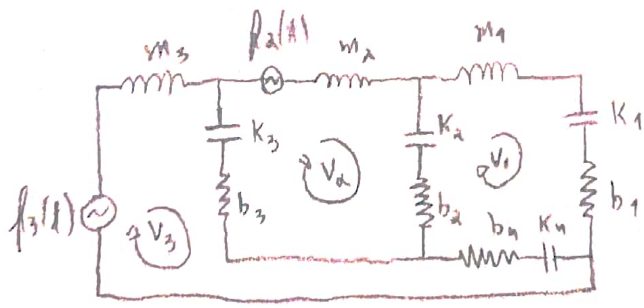


Malha 1: $\left(m_1 D + \frac{K_1}{D}\right) v_1 + \frac{K_2}{D}(v_1 - v_2) = f_1(t)$

a malha 2 não é necessário pois $x_2(t)$ é conhecido

$$\Rightarrow \boxed{m_1\ddot{x}_1 + (K_1+K_2)x_1 = K_2 x_2 + f_1(t)}$$

3. lista)



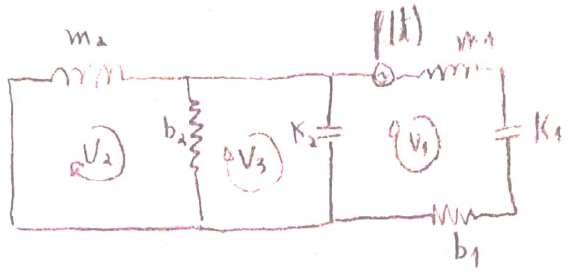
Malha 1: $\left(m_1 D + b_1 + \frac{K_1}{D}\right) v_1 + \left(b_2 + \frac{K_2}{D}\right)(v_1 - v_2) + \left(b_4 + \frac{K_4}{D}\right)(v_1 - v_3) = 0$

Malha 2: $m_2 D v_2 + \left(b_2 + \frac{K_2}{D}\right)(v_2 - v_1) + \left(b_3 + \frac{K_3}{D}\right)(v_2 - v_3) = f_2(t)$

Malha 3: $m_3 D v_3 + \left(b_4 + \frac{K_4}{D}\right)(v_3 - v_1) + \left(b_3 + \frac{K_3}{D}\right)(v_3 - v_2) = f_3(t)$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} m_1\ddot{x}_1 + (b_1+b_2+b_4)\dot{x}_1 + (K_1+K_2+K_4)x_1 = b_2\dot{x}_2 + K_2x_2 + b_4\dot{x}_3 + K_4x_3 \\ m_2\ddot{x}_2 + (b_2+b_3)\dot{x}_2 + (K_2+K_3)x_2 = b_2\dot{x}_1 + K_2x_1 + b_3\dot{x}_3 + K_3x_3 + f_2(t) \\ m_3\ddot{x}_3 + (b_3+b_4)\dot{x}_3 + (K_3+K_4)x_3 = b_4\dot{x}_1 + K_4x_1 + b_3\dot{x}_2 + K_3x_2 + f_3(t) \end{array}}$$

6. lista)



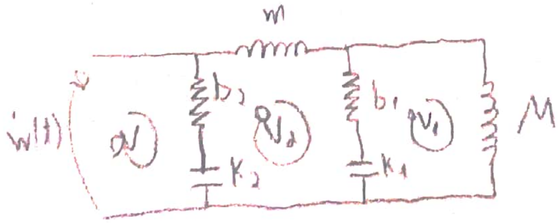
Malha 1: $(m_1D + b_1 + K_1)v_1 + K_2(v_1 - v_3) = f(t)$

Malha 2: $m_2Dv_2 + b_2(v_2 - v_3) = 0$

Malha 3: $b_2(v_3 - v_2) + K_2(v_3 - v_1) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} m_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + (K_1+K_2)x_1 = K_2x_3 + f(t) \\ m_2\ddot{x}_2 + b_2\dot{x}_2 = b_2\dot{x}_3 \\ b_2\dot{x}_3 + K_2x_3 = b_2\dot{x}_2 + K_2x_1 \end{array}}$$

8. lista)



a) $w(t)$ conhecido, logo a malha da esquerda é desnecessária

Malha 1: $MDv_1 + \left(b_1 + \frac{K_1}{D}\right)(v_1 - v_2) = 0$

Malha 2: $mDv_2 + \left(b_1 + \frac{K_1}{D}\right)(v_2 - v_1) + \left(b_2 + \frac{K_2}{D}\right)(v_2 - V) = 0$

$V = \dot{w}(t)$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} &M\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + K_1x_1 = b_1\dot{x}_2 + K_1x_2 \\ &m\ddot{x}_2 + (b_1+b_2)\dot{x}_2 + (K_1+K_2)x_2 = b_1\dot{x}_1 + K_1x_1 + b_2\dot{w}(t) + K_2w(t) \end{aligned}}$$

b) Agora $w(t)$ age como força, não deslocamento. Portanto, as eqs das malhas 1 e 2 ~~se~~ repetem, e o do 3 é:

Malha 3: $\left(b_2+\frac{K_2}{D}\right)(v-v_2) = w(t)$

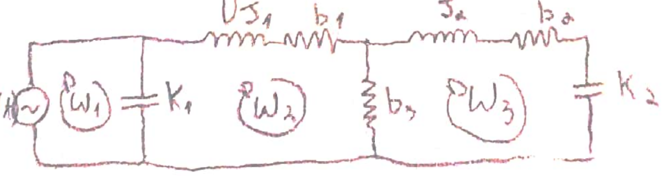
Isso pode ser substituído na malha dois, portanto ficamos com:

$$MDv_1 + \left(b_1+\frac{K_1}{D}\right)(v_1-v_2) = 0$$

$$mDv_2 + \left(b_1+\frac{K_1}{D}\right)(v_2-v_1) = w(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} &M\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + K_1x_1 = b_1\dot{x}_2 + K_1x_2 \\ &m\ddot{x}_2 + b_1\dot{x}_2 + K_1x_2 = b_1\dot{x}_1 + K_1x_1 + w(t) \end{aligned}}$$

3. slides) Nesse caso, a analogia é com a mecânica rotativa:



Malha 1: $\frac{K_1}{D}(\omega_1-\omega_2) = T(t)$

Malha 2: $(J_1D + b_1)\omega_2 + \frac{K_1}{D}(\omega_2-\omega_1) + b_3(\omega_2-\omega_3) = 0$

Malha 3: $\left(J_2D + b_2 + \frac{K_2}{D}\right)\omega_3 + b_3(\omega_3-\omega_2) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} &K_1\theta_1 = K_2\theta_2 + T(t) \\ &J_1\ddot{\theta}_2 + (b_1+b_3)\dot{\theta}_2 + K_1\theta_2 = b_3\dot{\theta}_3 + K_1\theta_1 \\ &J_2\ddot{\theta}_3 + (b_2+b_3)\dot{\theta}_3 + K_2\theta_3 = b_3\dot{\theta}_2 \end{aligned}}$$