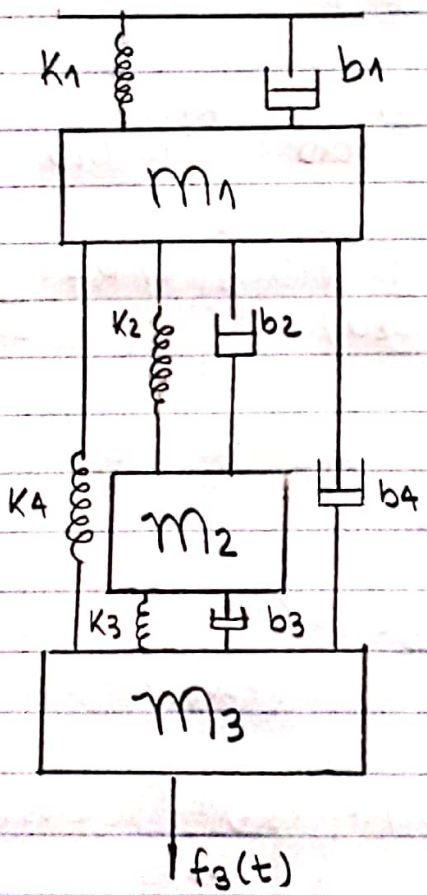
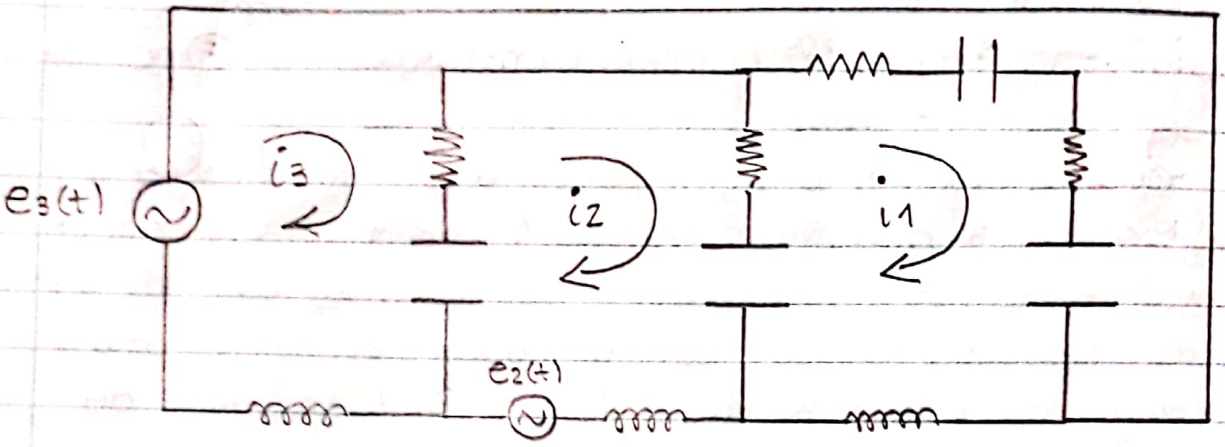
Nome : Wallace Moreira e Silva
Número USP : 10823772
Disciplina : PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

» Para os exercícios a seguir, obter o sistema elétrico análogo usando a analogia do tipo 1, obter as equações do circuito elétrico e por analogia obter as equações do sistema mecânico. Compare com o modelo matemático que obteve usando a equação de Lagrange e pela analogia do tipo 2

3)



CIRCUITO ELÉTRICO



MALHA 1

$$\gg L_1 D i_1 + \frac{1}{C_4 D}(i_1 - i_3) + R_4(i_1 - i_3) + \frac{1}{C_1 D} i_1 + R_1 i_1 + \frac{1}{C_2 D}(i_1 - i_2) + R_2(i_1 - i_2) = 0$$

$$\ggg \left(L_1 D + R_1 + \frac{1}{C_1 D}\right) i_1 + \left(R_2 + \frac{1}{C_2 D}\right)(i_1 - i_2) + \left(R_4 + \frac{1}{C_4 D}\right)(i_1 - i_3) = 0$$

MALHA 2

$$\gg L_2 D i_2 + \left(\frac{1}{C_2 D}\right)(i_2 - i_1) + R_2(i_2 - i_1) + \left(\frac{1}{C_3 D}\right)(i_2 - i_3) + R_3(i_2 - i_3) = e_2(t)$$

$$\ggg L_2 D i_2 + \left(R_2 + \frac{1}{C_2 D}\right)(i_2 - i_1) + \left(R_3 + \frac{1}{C_3 D}\right)(i_2 - i_3) = e_2(t)$$

MALHA 3

$$\ggg L_3 D i_3 + \left(R_3 + \frac{1}{C_3 D}\right)(i_3 - i_2) + \left(R_4 + \frac{1}{C_4 D}\right)(i_2 - i_1) = e_3(t)$$

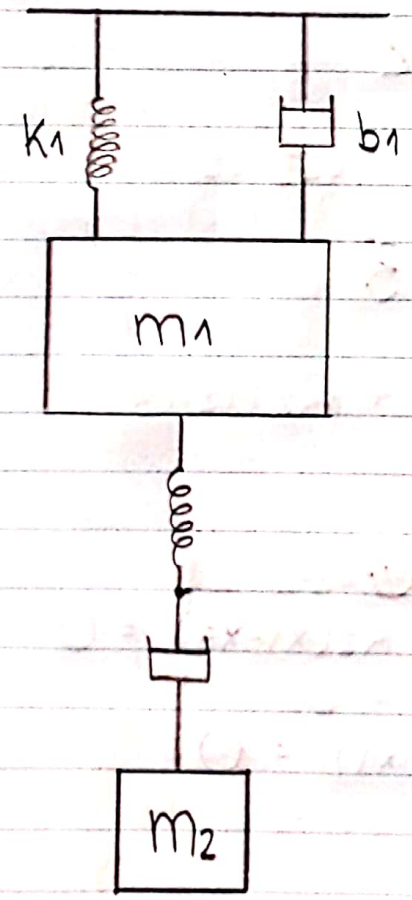
SISTEMA MECÂNICO

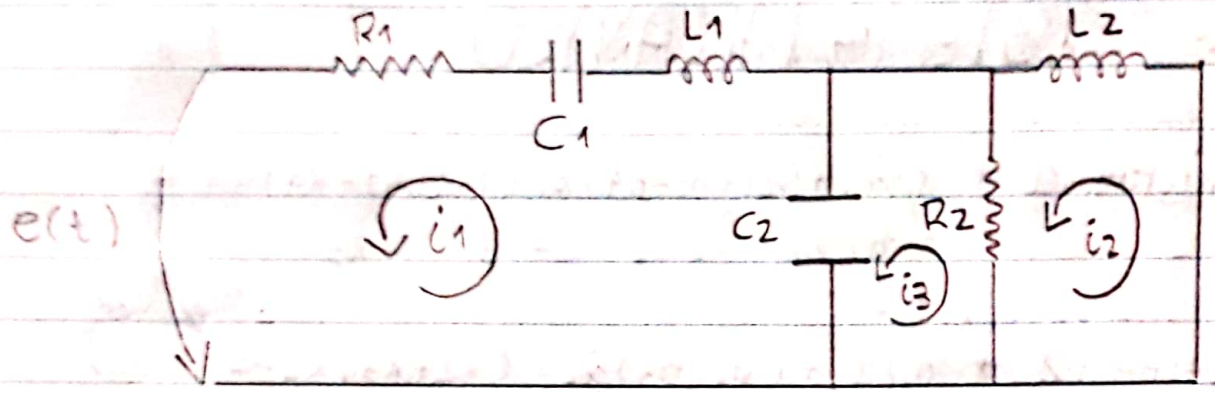
MALHA 1 → $m_1\ddot{x}_1 + (b_1+b_2+b_4)\dot{x}_1 + (K_1+K_2+K_4)x_1 =$
$= b_2\dot{x}_2 + K_2x_2 + b_4\dot{x}_3 + K_4x_3$

MALHA 2 → $m_2\ddot{x}_2 + (b_2+b_3)\dot{x}_2 + (K_2+K_3)x_2 =$
$= f_2(t) + b_2\dot{x}_1 + b_3\dot{x}_3 + K_2x_1 + K_3x_3$

MALHA 3 → $m_3\ddot{x}_3 + (b_3+b_4)\dot{x}_3 + (K_3+K_4)x_3 =$
$= f_3(t) + b_3\dot{x}_2 + K_3x_2 + b_4\dot{x}_1 + K_4x_1$

6)





MALHA 1

$$e(t) = L_1 D i_1 + \left(\frac{1}{C_1 D}\right) i_1 + R_1 i_1 + \left(\frac{1}{C_2 D}\right)(i_1 - i_3)$$

MALHA 2

$$0 = R_2 (i_2 - i_3) + L_2 D i_2$$

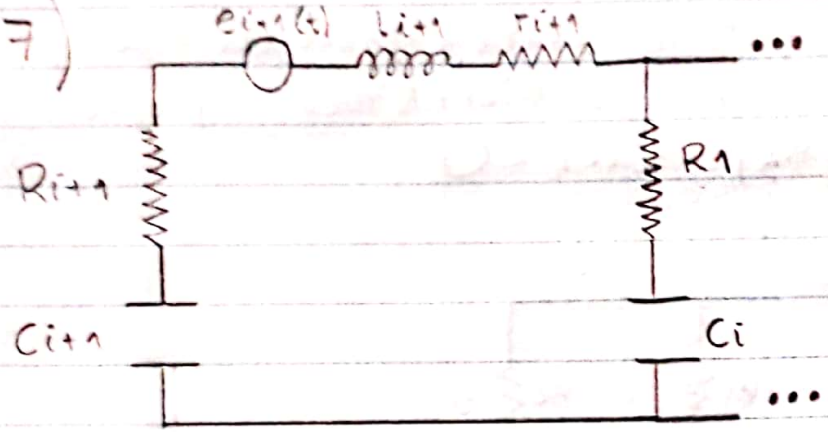
MALHA 3

$$0 = \frac{1}{C_2 D}(i_3 - i_1) + R_2 (i_2 - i_3)$$

SISTEMA MECÂNICO

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + K_1 x_1 + b_1 \dot{x}_1 + K_2 (x_1 - x_3) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + b_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3) = 0 \\ b_2 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + K_2 (x_3 - x_1) = 0 \end{cases}$$

7)



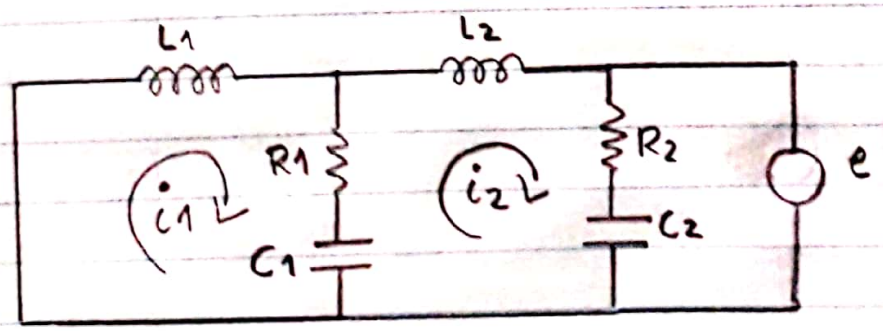
SISTEMA ELÉTRICO

$$e(t) = -\left(Ri + \frac{1}{CiD}\right) ii+1 - \left(Ri-1 + \frac{1}{Ci-1D}\right) ii-1 + \\ + \left(LiD + Ri-1 + Ri + Ti + \frac{1}{Ci-1D} + \frac{1}{CiD}\right)$$

SISTEMA MECÂNICO

$$m_1 \ddot{x}_1 + Ki(xi - xi+1) + bi(\dot{x}_i - xi-1) + Ki-1(xi - xi-1) \\ + bi-1(xi - xi-1) = Ui - Ri$$

8) a)



$$1 \rightarrow L_1 D i_1 + (1/C_1 D)(i_1 - i_2) + R_1(i_1 - i_2) = e$$
$$2 \rightarrow L_2 D i_2 + (1/C_1 D)(i_2 - i_1) + R_1(i_2 - i_1) + (1/C_2 D + R_2)(i_2 - i_3) = -e$$
$$3 \rightarrow (1/C_2 D)(i_3 - i_2) + R_2(i_3 - i_2) = 0$$

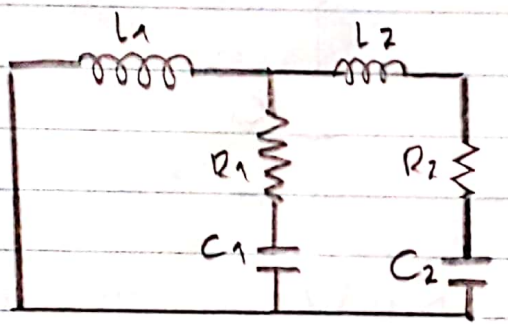
$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + K_1 x_1 - b_1\dot{x}_2 - K_2 x_2 = 0 \\ m\ddot{x}_2 + (b_1 + b_2)\dot{x}_2 + (K_1 + K_2)\dot{x}_2 - b\dot{x}_1 - K_1 x_1 = b_2 e + K_2 e \end{cases}$$

MALHAS

b) $1 \rightarrow L_1 D i_1 + (1/C_1 D)(i_1 - i_2) + R_1(i_1 - i_2) = e$

$2 \rightarrow L_2 D i_2 + (1/C_1 D + R_1)(i_1 - i_2) + (1/C_2 D + R_2)(i_1 - i_3) = -e$

$3 \rightarrow (1/C_2 D + R_2)(i_3 - i_2) = 0$



$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + K_1 x_1 - b_2\dot{x}_2 - K_2 x_2 = 0 \\ m\ddot{x}_2 + (b_1 b_2)\dot{x}_2 + (K_1 + K_2)x_2 - b_1\dot{x}_1 - K_1\dot{x}_1 = e \end{cases}$$