

# BASES EXPERIMENTAIS DA MECÂNICA QUÂNTICA - RADIAÇÃO TÉRMICA

Nome: Beatriz Rodrigues Janke

## Resumo

O experimento teve como finalidade verificar a validade da Lei de Stefan-Boltzmann e a Teoria de radiação de corpo negro. Podemos afirmar que os conceitos estudados na teoria tem embasamento experimental sólido e concluímos que a Lei de Stefan-Boltzmann não é o melhor modelo para se avaliar a energia total de uma fonte em baixas temperaturas. Resultados, análises e discussões constituem este relato.

## Introdução

A radiação térmica é um fenômeno físico onde observa-se a emissão de radiação eletromagnética a partir de corpos aquecidos. Um exemplo, quando um metal é aquecido até atingir seu ponto de fusão é observada a mudança gradual da sua cor conforme se aumenta a temperatura, com isso, há a caracterização do espectro de radiação térmica do corpo aquecido. Quanto mais quente o corpo, em metais, a tonalidade azul se acentua.

O fenômeno foi alvo de pesquisas no início do século XX, por influenciar a indústria metalúrgica da época. A teoria por trás da emissão térmica foi moldada por argumentos para-

mente termodinâmicos, baseados na teoria eletromagnética clássica, quando hipóteses sobre o comportamento dos materiais em altas e baixas temperaturas. Porém as hipóteses e os resultados dos experimentos não eram compatíveis entre si.

Para baixas temperaturas, L. Rayleigh propôs que a radiação térmica originava da movimentação de cargas constituintes da matéria de modo oscilante. Desta hipótese, surgiu a relação entre a densidade de energia e sua dependência cúbica da frequência angular  $\rho(\omega, T) \propto \omega^3$ . O problema era que para altas frequências a densidade de energia tomava valores infinitamente altos, o que foi chamado de catástrofe ultravioleta.

Para altas temperaturas, os experimentos de Wien mostravam decaimento exponencial para a densidade de energia. Além disso, também se verificou que o comprimento de onda dominante  $\lambda_{\text{max}}$  do espectro, que corresponde a totalidade que um objeto detém, e a temperatura  $T$ , eram inversamente proporcionais, sendo escritos da seguinte forma:

$$\lambda_{\text{max}} T = C \quad (1)$$

Esta relação recebe o nome de Lei de Deslocamento de Wien, sendo  $C$  uma constante com valor igual a  $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ mK}$ .

A explicação correta da radiação de corpo negro foi feita por Max Planck, partindo do princípio da quantização dos modos de energia de osciladores harmônicos carregados. Planck



comprou com o conceito da continuidade da energia. Sua hipótese assumia que osciladores harmônicos carregados produziam a emissão de radiação eletromagnética, em alguns modos permitidos. A partir destes modos, e considerações de discretização da energia, Planck encontrou uma equação corrigida para a densidade de energia, dada por:

$$\rho(\nu, T) d\nu = \left( \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \right) \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

$\nu$ : frequência natural da radiação emitida em Hz


$c$ : velocidade da luz ( $2,99 \cdot 10^8$  m/s)

$k$ : constante de Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K)

$h$ : constante de Planck

$T$ : temperatura do corpo em K

A equação (2) de densidade de energia de Planck reproduz os resultados encontrados tanto por Rayleigh quanto por Wien para altas e baixas temperaturas. Além de que o ponto máximo de  $\rho$  (primeira derivada em relação a frequência igualada a zero) reproduz a lei de deslocamento de Wien.

De modo geral, todos os corpos emitem radiação térmica, cujo espectro de emissão é fruto da quantização da energia e depende da temperatura. Bons emissores são também bons absorvedores logo corpos negros são mais eficientes na emissão de radiação térmica. O fluxo total de energia emitida 

por um corpo por unidade de área e tempo é obtida integrando a equação (2), de forma que obtenhamos a seguinte relação:

$$R_{\text{rad}} = \sigma T^4 \quad (3)$$

$\sigma$ : constante de Stefan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ )  
Esta equação é a lei de Stefan-Boltzmann. Apesar de Planck, em sua teoria mostrar que a lei de Stefan-Boltzmann não depende das frequências do material, na prática a superfície do material pode dificultar a absorção e emissão de radiação. Por exemplo, superfícies refletoras diminuem significativamente a emissão e absorção de radiação eletromagnética.

Neste experimento temos como objetivo investigar os processos de emissão de radiação de corpos aquecidos. De forma a alcançar um entendimento acerca dos processos de absorção e emissão de corpos e a relação entre a emissão da radiação e a temperatura que o corpo se encontra. Para isso este experimento é composto por vários experimentos incluindo corpos com diferentes características superficiais e diferentes temperaturas.

## Metodologia

Neste experimento foram utilizados:

- Sensor de radiação do tipo termopilha TD 8553
- Voltímetro acoplado ao sensor de radiação
- Caixa de radiação térmica TD-8554A,



- Potenciômetro Variac
- Termopar digital
- Ventilador de resfriamento
- Lâmpada de Stefan-Boltzmann TD-8555
- Fonte de alimentação
- Voltímetro e amperímetro para a fonte
- Trilho com escala milimetrada
- Régua de 50 cm
- Paquímetro

A irradiância emitida por um corpo foi coletada pelo voltímetro em tensão  $V$  (voltagem), portanto era necessário converter este valor para  $W/m^2$  para obter o valor real da irradiância. Para isso, foi utilizada a seguinte relação:

$$R_{rad} = \frac{V}{DA} \quad (4)$$

$R$ : irradiância


$V$ : voltagem medida pelo voltímetro

$D$ : constante ( $18,9 \pm 3,8 V/W$ )

$A$ : área do sensor de radiação ( $4 mm^2$ )

O experimento foi dividido em 6 procedimentos.

### 1) Lei de Stefan - Boltzmann

Nesta parte foi estudada a validade da lei de Stefan - Boltzmann para altas temperaturas. Posicionava-se o sensor próximo da lâmpada, em uma distância fixa, para determinar a radiação emitida em função da intensidade (temperatura) da lâmpada com diferentes valores de tensão. A 

Temperatura do filamento pode ser obtida através da resistência do filamento, onde para pequenas variações de temperatura temos a seguinte relação:

$$T = \frac{R - R_{ref}}{\alpha R_{ref}} - T_{ref} \quad (5)$$

$R$ : resistência do filamento que está a temperatura  $T$

$R_{ref}$ : resistência à uma temperatura de referência  $T_{ref}$  (que pode ser a temperatura ambiente)

$\alpha$ : constante (0,0045)

## 2) Lei do inverso do quadrado da distância

Nesta parte foi estudada a validade da equação 3 para a radiação térmica de uma fonte pontual (lâmpada de Stefan-Boltzmann). O procedimento consistiu-se em variar a posição do sensor em relação a lâmpada, com uma tensão fixa em 10V, e verificar os valores de irradiância em função da distância entre o sensor e a lâmpada, graficamente, buscando uma função de ajuste que comprovou a dependência ao quadrado.

## 3) Avaliação qualitativa da radiação térmica

Nesta parte foi utilizado o cubo com quatro faces de alumínio com diferentes materiais a envolver (escura, branca, lisa, áspera). Dentro do cubo havia uma lâmpada para aquecê-lo. O procedimento consistiu-se em aquecer o cubo com diferentes porcentagens de potência da lâmpada



(10, 30, 50, 70 e 100%) de forma a aquecer o cubo e então coletar sua irradiância nas quatro faces. Foi utilizado o termopar em uma das faces para ajustar as temperaturas e observá-las. Verificou-se a relação da irradiância de cada face em função da temperatura do cubo

#### 4) Irradiância de uma fonte não pontual

Nesta parte, utilizando o cubo com a potência máxima da lâmpada, observou-se a relação entre a irradiância em função da distância.

#### 5) Lei de Stefan-Boltzmann para baixas temperaturas

Nesta etapa observamos o resfriamento do cubo. Conforme a temperatura caía, coletava-se os dados de irradiância e então eram analisados os dados um em função do outro

#### 6) Radiação do corpo humano

Nesta etapa, foram coletados dados da irradiância do corpo (Antebraço, pulso, palma da mão) de 3 pessoas diferentes, levando em conta que a área da pele tem um valor próximo de  $1,2 \text{ m}^2$

### Resultados e discussões

1. O cálculo da irradiância em  $\text{W/m}^2$  para feito em cada uma das tabelas usando a equação 4

## 2. Propagação de incerteza da radiação

$$I = \frac{V}{DA} \quad \text{onde } \sigma_V = 0,1 \text{ mV}, D = (18,9 \pm 3,8) \text{ V/W e } A = 1 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_V = 0,1 \text{ mV} = 0,1 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-4}$$

$$(\sigma_I)^2 = \left( \frac{\partial I}{\partial V} \cdot \sigma_V \right)^2 + \left( \frac{\partial I}{\partial D} \cdot \sigma_D \right)^2$$

$$(\sigma_I)^2 = \left( \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} D} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \right)^2 + \left( -\frac{V}{R^2} \cdot \frac{1}{4 \cdot 10^{-6}} \cdot 3,8 \right)^2$$

$$\sigma_I = \sqrt{\left( \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} \cdot 18,9} \right)^2 + \left( \frac{V \cdot 3,8}{4 \cdot 10^{-6} (18,9)^2} \right)^2}$$

$$\sigma_I^2 = (1,32)^2 + (V \cdot 2659,5)^2$$

Lei de Stefan-Boltzmann

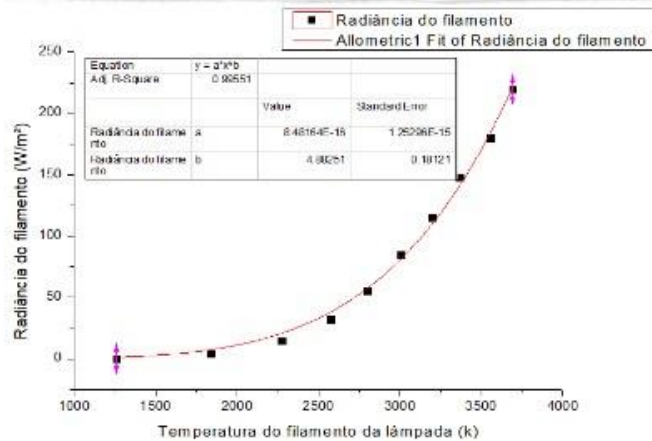
4. Temperatura ambiente:  $25^\circ\text{C}$ ; resistência do filamento da lâmpada antes de ligá-la:  $0,2 \Omega$

5. Tabela 1, valores coletados e já calculados de  $R/R_{300K}$ ,  $T(K)$  estimada por interpolação e a radiação.

Tensão Lâmpada (V)	Tensão Sensor (mV)	Corrente Lâmpada (A)	R (ohms)	R/R300K	T (K)	Radiância W/m <sup>2</sup>
1.0	0.0	0.87	1.149	5.747	1259	0.0
2.0	0.3	1.1	1.818	9.091	1842	4.0
3.0	1.1	1.28	2.344	11.719	2274	14.6
4.0	2.4	1.47	2.721	13.605	2574	31.7
5.0	4.2	1.66	3.012	15.060	2801	55.6
6.0	6.4	1.83	3.279	16.393	3005	84.7
7.0	8.7	1.98	3.535	17.677	3199	115.1
8.0	11.2	2.13	3.756	18.779	3364	148.1
9.0	13.6	2.24	4.018	20.089	3557	179.9
10.0	16.6	2.38	4.202	21.008	3692	219.6



6. Gráfico 1, temos o gráfico da radiação vs temperatura



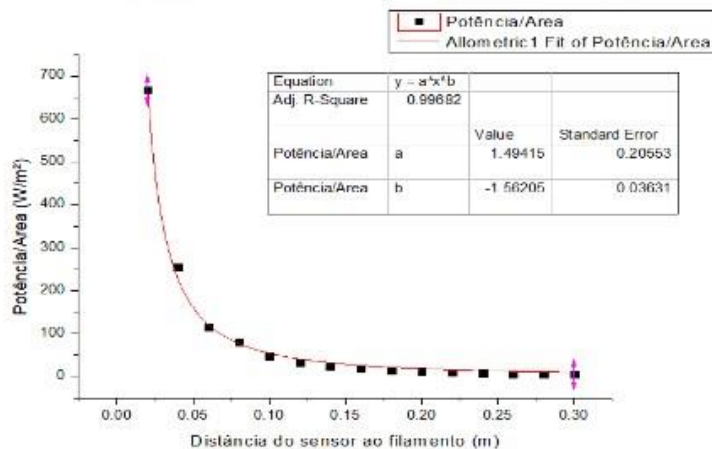
O ajuste do gráfico foi feito pela equação  $y = ax^b$ , e buscamos valores de coeficientes que compressem a lei de Stefan-Boltzmann. Pelo ajuste do gráfico, obtivemos  $(4,88 \pm 0,18)$ , com uma variação de 22% do valor esperado.

### Lei de inverso do quadrado da distância

8. Na tabela 2, temos os valores coletados de distância e tensão e calculados de Potência por Área.

Distância (cm)	Distância (m)	Tensão (mV)	Potência/Área (W/m <sup>2</sup> )
2	0.02	50.5	668.0
4	0.04	19.2	254.0
6	0.06	8.7	115.1
8	0.08	6.1	80.7
10	0.1	3.6	47.6
12	0.12	2.5	33.1
14	0.14	1.8	23.8
16	0.16	1.4	18.5
18	0.18	1.1	14.6
20	0.2	0.9	11.9
22	0.22	0.7	9.3
24	0.24	0.6	7.9
26	0.26	0.5	6.6
28	0.28	0.4	5.3
30	0.3	0.4	5.3

9. O gráfico 2 mostra a radiação vs. a distância do sensor ao filamento



Com a lâmpada fixa em 110V. O ajuste do gráfico acima foi de  $y = ax^b$  para averiguar a validade da lei de inversão quadrada da distância. Pelo ajuste feito, o valor para o coeficiente  $b$  foi de  $-1,56 \pm 0,03$ , uma variação de 22% do valor esperado. Podemos notar que a parte II da lei de Stefan-Boltzmann diferiu a mesma percentagem de que a lei de inversão quadrada da distância dos valores reais.

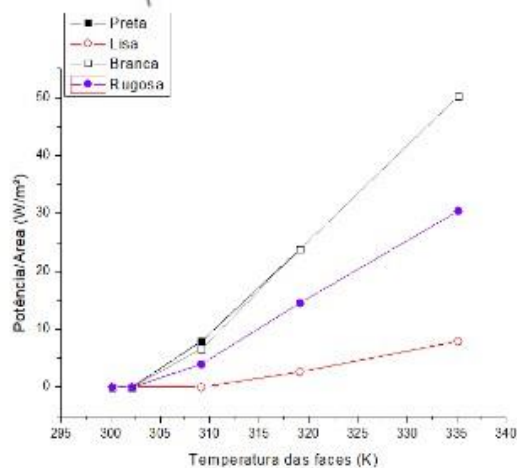
### Avaliação qualitativa da radiação térmica

10, 11, 12. A tabela 3 mostra os valores coletados das porcentagens, temperatura, tensão para 4 superfícies diferentes (branca, preta, rugosa, lisa).



Ajuste do variac	Temp. (oC)	Tensao Para as Seguintes Superfícies (mV)				Radiância das faces (W/m <sup>2</sup> )			
		Preta	Lisa	Branca	Rugosa	Preta	Lisa	Branca	Rugosa
10%	27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30%	29	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50%	36	0.6	0.0	0.5	0.3	7.9	0.0	6.6	4.0
70%	46	1.8	0.2	1.8	1.1	23.8	2.6	23.8	14.6
100%	62	3.8	0.6	3.8	2.3	50.3	7.9	50.3	30.4

13. O gráfico 3 mostra a radiância vs a temperatura de cada face do cubo.



14. Das faces do cubo, podemos listar como melhores emissores de radiação pela seguinte ordem:

Preta = Branca > Rugosa > Lisa

Esta ordem é resultado do coeficiente de radiação de cada face, onde a Preta e a Branca possuem o mesmo valor, o qual é maior que a da rugosa e que é maior que a da Lisa.

Para diferentes valores do potenciômetro e em consequência de temperatura do cubo, foram obtidos diferentes valores de radiação.

para cada face, seguindo a relação com o coeficiente de radiancia, como no gráfico 3. Nela podemos conferir a relação e averiguar-la de forma que conforme há o aumento da temperatura, há o aumento da radiancia, sendo esta emissão maior para as faces preto e branca. O coeficiente de radiancia da superfície lisa é tão inferior ao da preto e branca, que sua curva pode ser aproximada a uma reta para o número de pontos que coletamos.

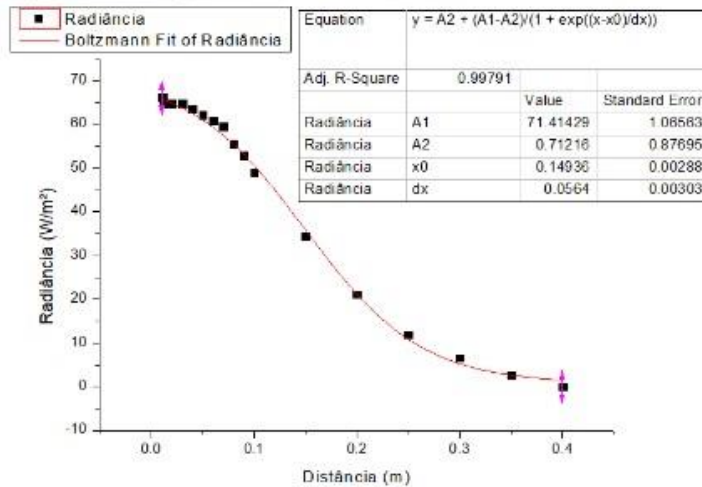
### Irradiância de uma fonte não pontual

16. Na tabela 4, os valores de distância, temperatura e tensão no sensor foram medidos. A potência/área foi calculada.

Distância (cm)	Distância (m)	Temperatura (°C)	Tensão no sensor (mV)	Potência por área (W/m <sup>2</sup> )
1	0.01	74	5	66.1
1.1	0.011	74	5	66.1
1.2	0.012	74	4.9	64.8
1.3	0.013	74	4.9	64.8
1.4	0.014	74	4.9	64.8
1.5	0.015	74	4.9	64.8
1.6	0.016	74	4.9	64.8
1.7	0.017	74	4.9	64.8
1.8	0.018	74	4.9	64.8
1.9	0.019	74	4.9	64.8
2	0.02	75	4.9	64.8
3	0.03	75	4.9	64.8
4	0.04	75	4.8	63.5
5	0.05	75	4.7	62.2
6	0.06	75	4.6	60.8
7	0.07	75	4.5	59.5
8	0.08	75	4.2	55.6
9	0.09	75	4	52.9
10	0.1	75	3.7	48.9
15	0.15	76	2.6	34.4
20	0.2	76	1.6	21.2
25	0.25	76	0.9	11.9
30	0.3	76	0.5	6.6
35	0.35	76	0.2	2.6
40	0.4	76	0	0.0



17. Abaixo (gráfico 4) temos o gráfico da radiação vs distância

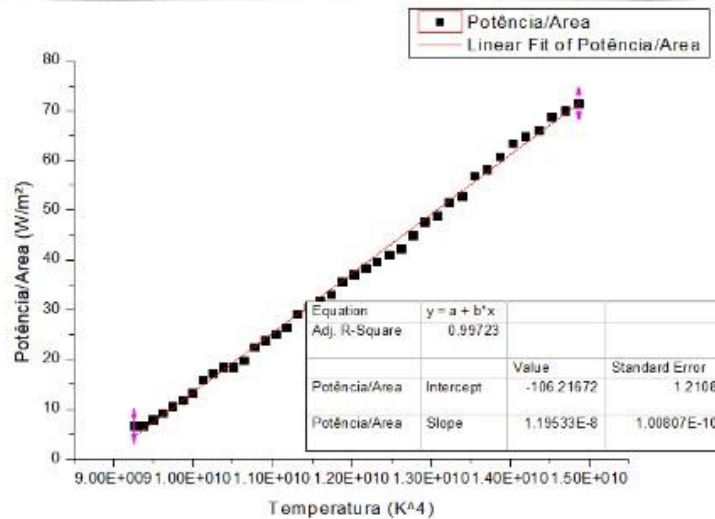


Lei de Stefan Boltzmann para baixas temperaturas

18. Na tabela 5, foram coletados os valores de temperatura e da tensão no sensor. A radiação foi calculada.

T(C)	Temp. (K)	Vsensor (mV)	P (W/m2)					
76		5.4	71.4		56	11737495471	2.5	33.1
75	14691481685	5.3	70.1		55	11595504115	2.4	31.7
74	14523412695	5.2	68.8		54	11454804951	2.3	30.4
73	14356789864	5.0	66.1		53	11315390113	2.2	29.1
72	14191604873	4.9	64.8		52	11177251764	2	26.5
71	14027849426	4.8	63.5		51	11040382087	1.9	25.1
70	13865515252	4.6	60.8		50	10904773290	1.8	23.8
69	13704594104	4.4	58.2		49	10770417606	1.7	22.5
68	13545077756	4.3	56.9		48	10637307292	1.5	19.8
67	13386958011	4	52.9		47	10505434628	1.4	18.5
66	13230226691	3.9	51.6		46	10374791918	1.4	18.5
65	13074875647	3.7	48.9		45	10245371491	1.3	17.2
64	12920896749	3.6	47.6		44	10117165699	1.2	15.9
63	12768281895	3.4	45.0		43	9990166918	1	13.2
62	12617023005	3.2	42.3		42	9864367550	0.9	11.9
61	12467112023	3.1	41.0		41	9739760017	0.8	10.6
60	12318540918	3	39.7		40	9616336769	0.7	9.3
59	12171301682	2.9	38.4		39	9494090278	0.6	7.9
58	12025386331	2.8	37.0		38	9373013041	0.5	6.6
57	11880786906	2.7	35.7		37	9253097578	0.5	6.6

No gráfico 5, temos a radiação vs temperatura.



No gráfico 5, podemos observar que a relação da lei foi aproximada para uma regressão linear, de maneira que o coeficiente angular representa a constante de Stefan-Boltzmann. O valor encontrado foi de  $1,19 \times 10^{-8} \pm 1,01 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2 \text{ K}^2$ , diferindo de 79% do valor esperado, resultando que não condiz com o esperado. Dentro deste erro pode conter várias variáveis com erros experimentais e também talvez dos experimentadores.

### Radiação do corpo humano

19. Na tabela a seguir (tabela 6) temos os valores coletados do sensor do antebraço, pulso e palma da mão de 3 pessoas. Os valores de radiação foram calculados, assim como a média e o desvio padrão.



Pessoa	A	B	C	A	B	C	média	desvio padrão
Antebraço	0.4	0.3	0.2	5.29100529	3.96825397	2.64550265	3.968253968	1.322751323
Pescoço	0.5	0.4	0.4	6.61375661	5.29100529	5.29100529	5.731922399	0.763690832
Palma da mão	0.4	0.4	0.1	5.29100529	5.29100529	1.32275132	3.968253968	2.291072497

20. O valor de variância mensurado pelo sensor não é coerente com a teoria.

Discussões extras

22. a resposta está em K1.

24. O gráfico é diferente e os tipos de ajustes também.

25. A  $100^{\circ}\text{C}$  a maioria dos objetos não são bons corpos negros, além disso, a temperatura da radiação espectral é difícil de ser medida. Corpos negros são excelentes absorvedores de radiação, mas a  $100^{\circ}\text{C}$  este não é o caso. Além disso, nesta temperatura a radiação é desviada por todos os ângulos. Além disso, a temperatura iria variar lentamente em função da intensidade, então a diferença de temperatura de dois corpos seriam difíceis de encontrar se a radiação total não for "traçada"; em outras palavras, precisaríamos manter o controle de todos os comprimentos de onda, consequen-

termente os cálculos seriam muito difíceis.

26. Queremos encontrar o comprimento de onda que o corpo humano emite radiação de temperatura máxima. Assumindo que o corpo humano está em uma temperatura de  $37^\circ\text{C}$  ou  $T = 310\text{K}$ .

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{máx}} = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{310 \text{ K}}$$

$$\lambda_{\text{máx}} = 9,348 \mu\text{m}$$

27. A taxa média de incidência solar por unidade de área na Terra é  $338 \text{ W/m}^2$ . A constante solar  $S$  é dada por:

$$S = \frac{L_{\text{sol}}}{4\pi r^2}$$

$r$  é a distância entre o sol e a Terra e  $L_{\text{sol}}$  é a taxa de energia do sol.  $R$  é o raio da Terra, então a taxa de energia que incide sobre a Terra é a taxa de produção de energia do sol, na posição da Terra (" $r$ ") multiplicada pela área plana da Terra.

$$P = S \pi R^2$$

$$P_{\text{AV}} = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{S \pi R^2}{4\pi R^2} = \frac{1}{4} S \Rightarrow P_{\text{AV}} = 338,25 \text{ W/m}^2$$



## Conclusões

Conclui-se que na parte 1 (Lei de Stefan-Boltzmann) e na parte 2 (Lei de inverso do quadrado da distância, tivemos valores próximos do esperado (ambos diferindo apenas em 22% do resultado real). Na avaliação qualitativa da radiação térmica, foi possível observar e quanto as superfícies interferem no valor da radiação. Na Irradiância de uma fonte não pontual observamos a diferença no comportamento do gráfico. Na Lei de Stefan-Boltzmann verificamos que o resultado difere muito do esperado, assim como na parte de radiação do corpo humano.