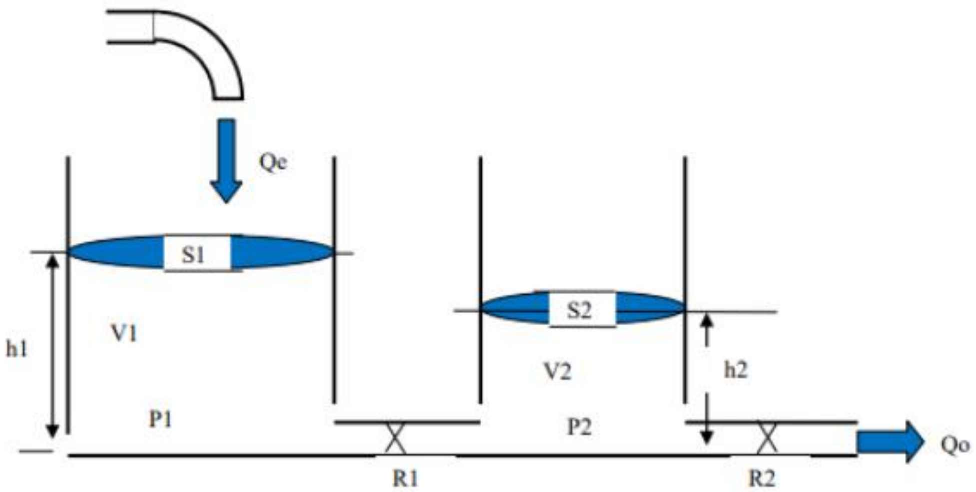
PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Paulo Mateus Corrêa Vianna 10772741

Exercício 1



O problema de modelagem referente a dois reservatórios foi exemplificado abaixo, com a tabela informando os parâmetros utilizados em cada um dos casos das simulações. Observa-se que, apesar da distinção entre as curvas nos dois casos, o padrão de crescimento foi semelhante e ocorreu estabilidade final em ambas as análises.

Parâmetros	Caso 1	Caso 2
S1 (m²)	13	20
S2 (m²)	15	50
R1 (Pa/(m^3/s)²)	4*10^8	2*10^8
R2 (Pa/(m^3/s)²)	6*10^8	6*10^8
H1 (m)	4	0
H2 (m)	1	0

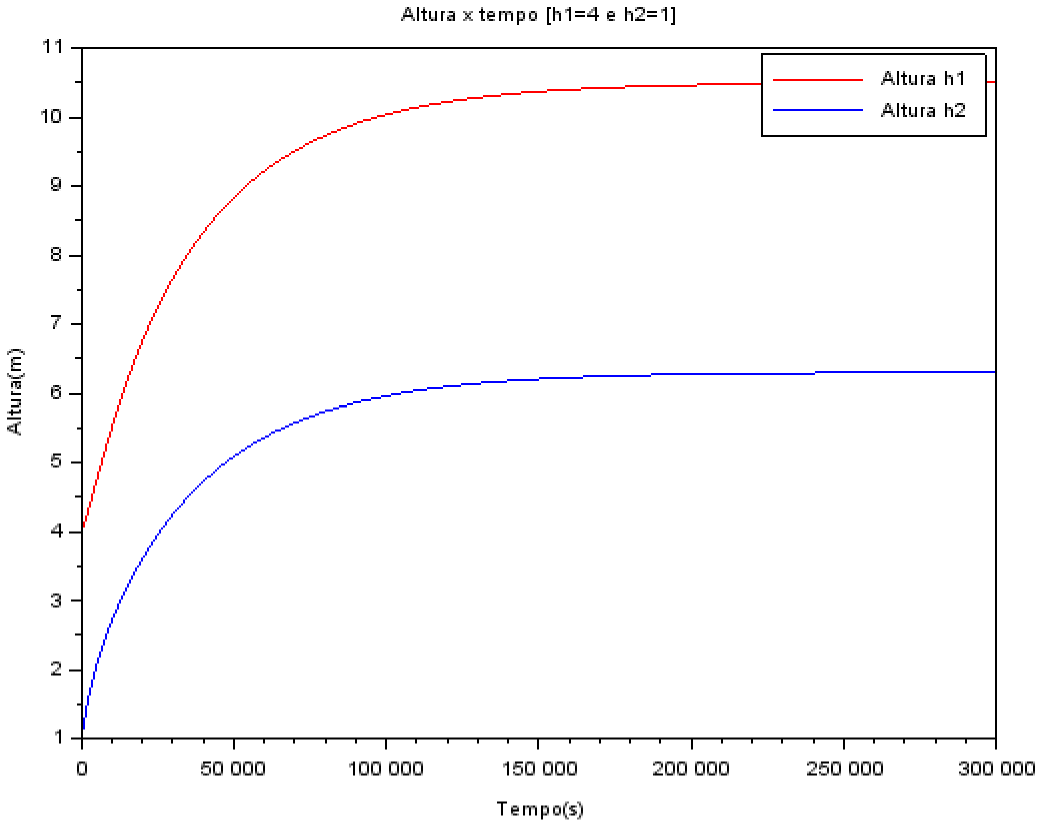


Figura 1 - Caso 1

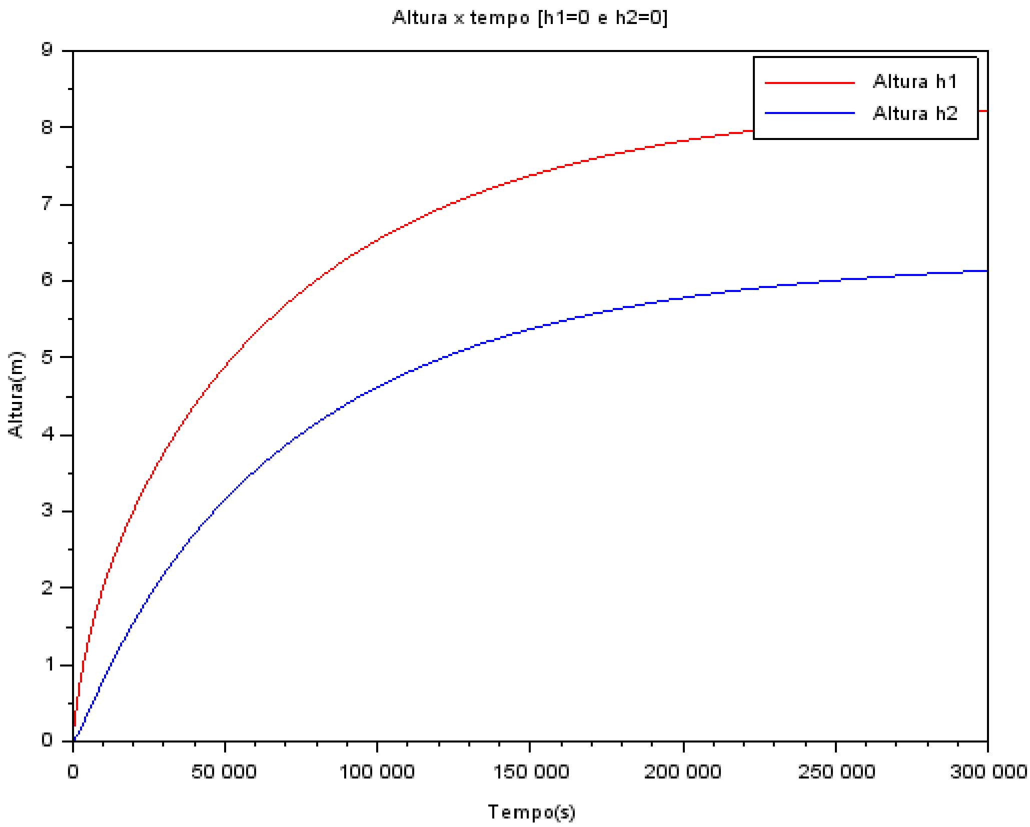


Figura 2 - Caso 2

Código

```
clear;
// Parâmetros
S=10;
R=2*10^8;
rho=1000;
g=10;
R1=2*R;
R2=(3)*R;
S1=(1.3)*S;
S2=(1.5)*S;
Qei=0.010247

// Criação da Função
function u=Qe(t)
 u=Qei
endfunction

// Tempo total
T=300000;

// Criação do vetor tempo
n=50000;

t=linspace(0,T,n);

// Valores iniciais
h10=4;
h20=1;

// Criação dos vetores das alturas
X=zeros(1,n);
H1=zeros(1,n);
H2=zeros(1,n)
H1(1)=h10;
H2(1)=h20;

// Criação da função principal dos estados
function dy=tanque(t, y)
 dy(1)=(Qe(t)-sqrt(rho*g*(y(1)-y(2))/R1))/S1;
 dy(2)=(sqrt(rho*g*(y(1)-y(2))/R1)-sqrt(rho*g*y(2)/R2))/S2;
endfunction

// Criação da função ODE
X= ode([h10; h20],t(1), t, tanque)
H1= X(1,:);
H2=X(2,:);

// Escrita dos gráficos
scf(1);
xtitle("Altura x tempo [h1=4 e 1]","Tempo(s)","Altura(m)")
plot(t,H1, 'r');
plot(t,H2);
legend(["Altura h1","Altura h2"])
```

Abaixo, segue escrita a mão a resolução do **Exercício 2:**

$$\dot{h}_1 = \left[Qe_0 - \sqrt{\frac{\rho g}{R_a}(h_{10} - h_{20})}\right] \cdot \frac{1}{S_1} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow Qe_0 = \sqrt{\frac{\rho g}{R_a}(h_{10} - h_{20})}$$

$$\dot{h}_2 = \left[\sqrt{\frac{\rho g}{R_a}(h_{10} - h_{20})} - \sqrt{\frac{\rho g}{R_a} \cdot h_{20}}\right] \cdot \frac{1}{S_{20}} \rightarrow$$

$$Qe_0 = \sqrt{\frac{\rho g}{R_a}(h_{10} - h_{20})} = \sqrt{\frac{\rho g}{R_s} \cdot h_{20}}$$

$$\downarrow$$

Igualando as 2 equações, temos:

$$\sqrt{\frac{\rho g}{R_a}(h_{10} - h_{20})} = \sqrt{\frac{\rho g}{R_s} h_{20}} \rightarrow h_{20} = \frac{h_{10}}{1 + \frac{R_a}{R_s}}$$

Agora, Fazemos as expansões da série de Taylor com $\dot{h}_1 = F(h_1, h_2, Qe)$ e $\dot{h}_2 = g(h_1, h_2, Qe)$

$$F(h_1, h_2, Qe) \approx F(h_{10}, h_{20}, Qe_0) + \frac{\partial F}{\partial h_1}\Big|_{eq}(h_1 - h_0) + \frac{\partial F}{\partial h_2}\Big|_{eq}(h_2 - h_{20}) + \frac{\partial F}{\partial Qe}\Big|_{eq}(Qe - Qe_0) + T.O.S$$

$$g(h_1,h_2,Q_e) \cong g(h_{10},h_{20},Q_{e0}) + \frac{\partial F}{\partial h_1}\Big|_{eq} \cdot (h_1-h_{10}) + \frac{\partial F}{\partial h_2}\Big|_{eq} \cdot (h_2-h_{20}) +$$

$$+ \frac{\partial F}{\partial Q_e}\Big|_{eq} \cdot (Q_e - Q_{e0}) + T.O.S$$

Os T.O.S podem ser desprezados

Assim, obtemos as seguintes equações:

$$\frac{\partial F(h_1,h_2,Q_e)}{\partial h_1} = -\frac{1}{2S_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_1-h_2)}}$$

$$\frac{\partial F(h_1,h_2,Q_e)}{\partial h_2} = \frac{1}{2S_1} \sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_1-h_2)}}$$

$$\frac{\partial F(h_1,h_2,Q_e)}{\partial Q_e} = \frac{1}{S_1}$$

$$\frac{\partial g(h_1,h_2,Q_e)}{\partial h_1} = \frac{1}{2S_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_1-h_2)}}$$

$$\frac{\partial g(h_1,h_2,Q_e)}{\partial h_2} = -\frac{1}{2S_2}\left(\sqrt{\frac{\rho g}{R_a(h_1-h_2)}} + \sqrt{\frac{\rho g}{R_s h_2}}\right)$$

$$\frac{\partial g(h_1,h_2,Q_e)}{\partial Q_e} = 0$$

Com essas equações e com mudanças de variável pode-se obter um sistema linearizado.

$$\begin{pmatrix} x_1 = h_1 - h_{10} \\ x_2 = h_2 - h_{20} \\ y_1 = x_1 ; y_2 = x_2 \end{pmatrix}$$