

PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista B – 03/09/2020

Gabriel Barbosa Paganini – NUSP 10772539

Exercício 1 – Reservatório simples:

Para o primeiro exercício, modelou-se um reservatório de água simples, com uma vazão de entrada, uma de saída e uma altura inicial, alocada inicialmente de $h(0) = 5$ metros. Para efetuar as integrações, o vetor de tempo possuía 30.000 s com um passo de 1s.

Os resultados obtidos pelos métodos de Euler e de Runge-Kutta são apresentados na figura 1:

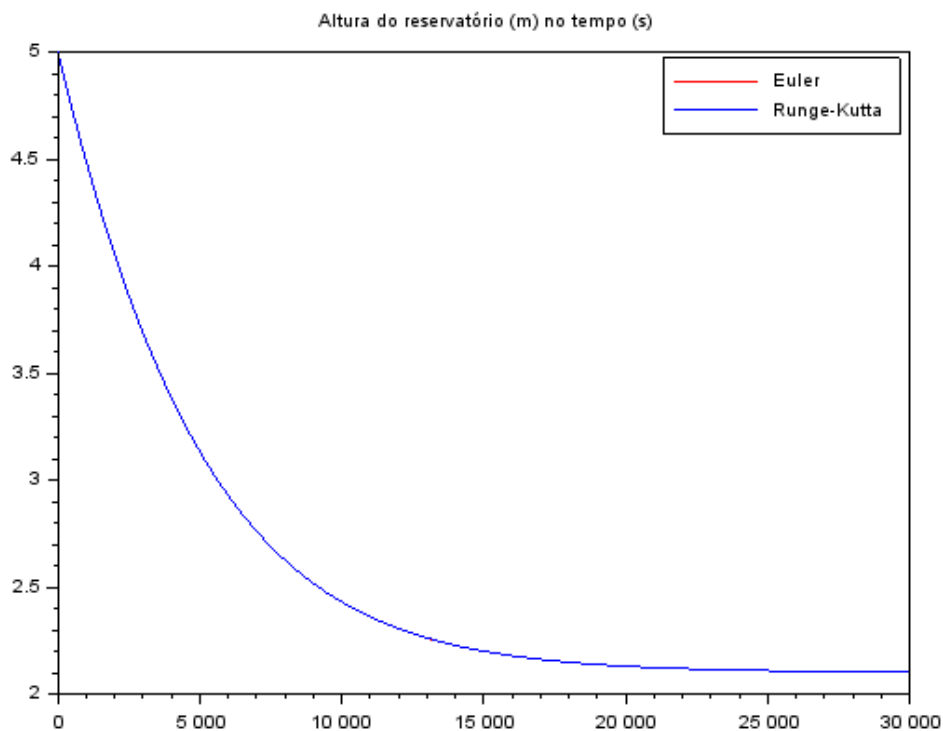


Figura 1 - Evolução temporal da altura do reservatório simples

Percebe-se uma redução da altura do reservatório até atingir um patamar por volta de $h = 2.1$ metros, resposta esperada, uma vez que a vazão de saída iguala-se à vazão de entrada em acordo com a perda de carga no tubo após certo tempo. É possível notar também que ambos métodos de resolução numérica possuem resultados semelhantes dada a sobreposição das curvas no gráfico.

Exercício 2 – Reservatório duplo:

No segundo exercício, modelam-se dois reservatórios, ambos tanques com uma vazão de entrada e uma de saída e uma ligação inferior entre eles, criando uma interdependência do segundo em relação ao primeiro reservatório. As alturas iniciais escolhidas arbitrariamente foram $h_1(0) = 8\text{m}$ e $h_2(0) = 3\text{m}$, além de um vetor de tempo de 60.000 s e passo 1s.

Os resultados obtidos pelos métodos de Euler e de Runge-Kutta são apresentados para o tanque 1 e tanque 2, respectivamente, nas figuras 2 e 3:

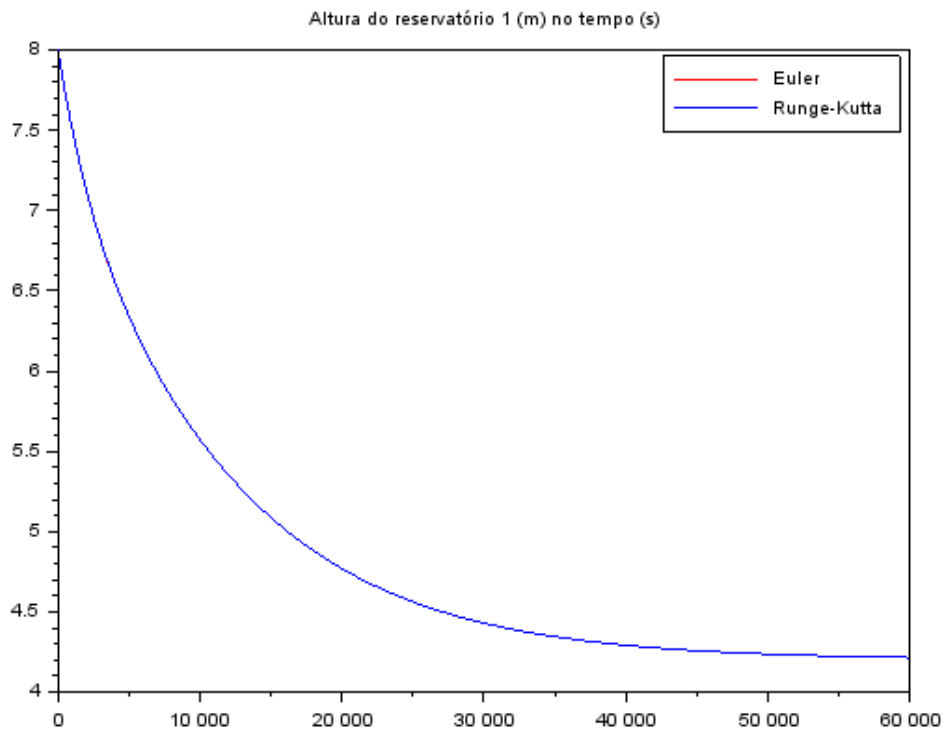


Figura 2 - Evolução temporal da altura do reservatório 1

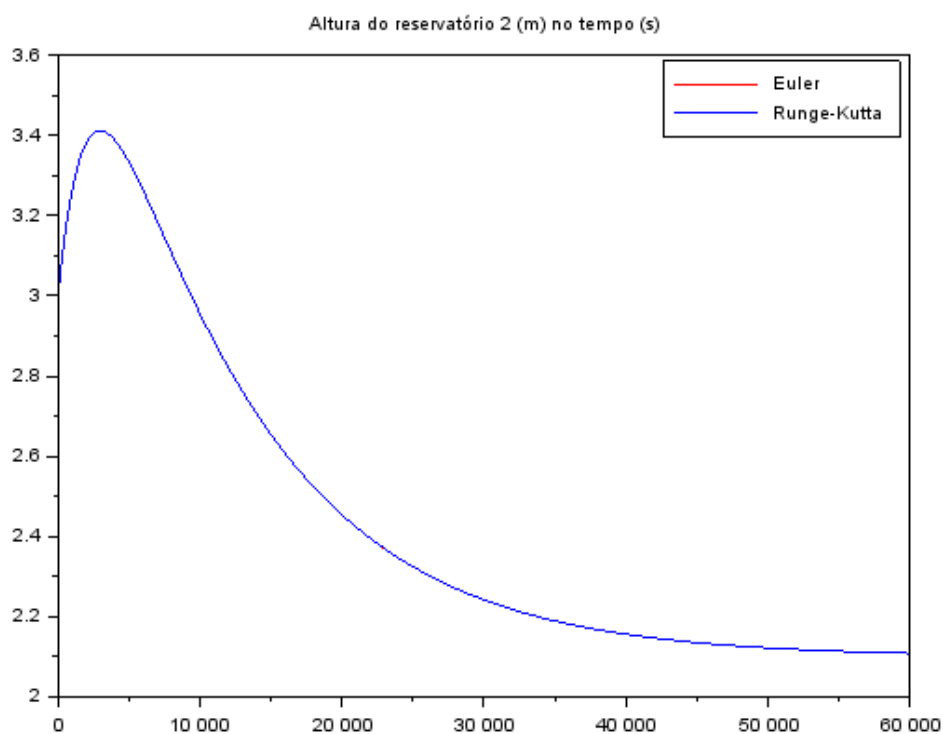


Figura 3 - Evolução temporal da altura do reservatório 2

No reservatório 1, observa-se um comportamento semelhante ao gráfico obtido para o reservatório simples, uma vez que este não tem dependência direta do segundo reservatório. Já no caso do tanque 2, percebe-se a relação direta com o primeiro, uma vez que, sendo regido pela vazão do primeiro reservatório, o tanque enche até aproximadamente o instante $t = 2900s$, onde não há mais vazão suficiente e sua altura volta a cair como costumeiro.

Nota-se também que ambos reservatórios chegam em um patamar de equilíbrio das vazões, segundo a perda de carga, sendo $h_1 = 4.22\text{ m}$ e $h_2 = 2.11\text{ m}$, resultados também esperados. Novamente, a diferença entre os métodos de integração é imperceptível visualmente nos gráficos das figuras 2 e 3.

Código utilizado:

```
//Gabriel Barbosa Paganini - 10772539
//PME 3380 - Lista B

// Apagando dados anteriores:
clear();
xdel(winsid());

// Parâmetros gerais
S=10; //área da seção transversal [m^2]
R=2*10^8; //perda de carga [Pa*m^-6*s^2]
rho=1000; //massa específica da água [kg*m^-3]
g=10; //gravidade [m*s^-2]
Qe=0.010247; //vazão de entrada [m^3*s^-1]

//-----Exercício 1: reservatório simples-----

//Equação diferencial
function hdot=funcao(h)
    hdot = (Qe - sqrt((rho*g*h)/R))/S
endfunction

// Instante inicial:
t(1)=0;
// Instante final:
tf=30000;

// Condicao inicial da altura do reservatório:
y(1)=5; //altura [m]

ye(1)=y(1);
yrk(1)=y(1);

// Passo de integracao (experimente alterar o passo):
h=1.0;
// Calculo de numero de passos):
n=round((tf-t(1))/h);

// Integracao numerica usando o metodo de Euler:
for i=1:n
    // Vetor de tempo:
    t(i+1)=t(i)+h;
    // Solucao numerica:
    ye(i+1)=ye(i)+h* funcao(ye(i));
end

// Integracao numerica usando o metodo de Runge Kutta:
```

```

for i=1:n
    // Vetor de tempo:
    t(i+1)=t(i)+h;
    // Solucao numerica:
    k1=h*funcao(yrk(i));
    k2=h*funcao(yrk(i)+(h/2)*k1);
    k3=h*funcao(yrk(i)+(h/2)*k2);
    k4=h*funcao(yrk(i)+h*k3);
    yrk(i+1)=yrk(i)+((k1+2*k2+2*k3+k4)/6);
end

//Plot exercicio 1
scf(1)
xtitle("Altura do reservatório (m) no tempo (s)")
plot(t, ye, 'r');
plot(t, yrk);
legend(['Euler'; 'Runge-Kutta']);

//-----Exercício 2: dois reservatórios-----

//Parâmetros específicos
R1 = R; //perda de carga da entrada 1 [Pa*m^-6*s^2]
R2 = R; //perda de carga da entrada 2 [Pa*m^-6*s^2]
S1 = S; //área da seção transversal tanque 1 [m^2]
S2 = S; //área da seção transversal tanque 2 [m^2]

//Equações diferenciais
function h1dot=f1(h1, h2)
    h1dot = (Qe - sqrt(rho*g*(h1-h2)/R1))/S1
endfunction

function h2dot=f2(h1, h2)
    h2dot = (sqrt(rho*g*(h1-h2)/R1) - sqrt(rho*g*h2/R2))/S2
endfunction

// Instante inicial:
t(1)=0;
// Instante final:
tf=30000;

// Condicao inicial da altura do reservatório:
y1i(1)=8; //altura [m]
y2i(1)=3; //altura [m]

y1_e(1)=y1i(1);
y1_rk(1)=y1i(1);
y2_e(1)=y2i(1);
y2_rk(1)=y2i(1);

```

```

// Passo de integracao (experimente alterar o passo):
h=1.0;
// Calculo de numero de passos):
n=round((tf-t(1))/h);

// Integracao numerica usando o metodo de Euler:
for i=1:n
    // Vetor de tempo:
    t(i+1)=t(i)+h;
    // Solucao numerica:
    y1_e(i+1)=y1_e(i)+h* f1(y1_e(i),y2_e(i));
    y2_e(i+1)=y2_e(i)+h* f2(y1_e(i),y2_e(i));
end

// Integracao numerica usando o metodo de Runge Kutta:
for i=1:n
    // Vetor de tempo:
    t(i+1)=t(i)+h;
    // Solucao numerica:
    k11=h*f1(y1_rk(i),y2_rk(i));
    k12=h*f2(y1_rk(i),y2_rk(i));

    k21=h*f1(y1_rk(i)+(h/2)*k11,y2_rk(i)+(h/2)*k12);
    k22=h*f2(y1_rk(i)+(h/2)*k11,y2_rk(i)+(h/2)*k12);

    k31=h*f1(y1_rk(i)+(h/2)*k21,y2_rk(i)+(h/2)*k22);
    k32=h*f2(y1_rk(i)+(h/2)*k21,y2_rk(i)+(h/2)*k22);

    k41=h*f1(y1_rk(i)+(h)*k31,y2_rk(i)+(h)*k32);
    k42=h*f2(y1_rk(i)+(h)*k31,y2_rk(i)+(h)*k32);

    y1_rk(i+1)=y1_rk(i)+((k11+2*k21+2*k31+k41)/6);
    y2_rk(i+1)=y2_rk(i)+((k12+2*k22+2*k32+k42)/6);
end

//Plots exercício 2
scf(2)
xtitle("Altura do reservatório 1 (m) no tempo (s)")
plot(t,y1_e,'r');
plot(t,y1_rk);
legend(['Euler';'Runge-Kutta']);

scf(3)
xtitle("Altura do reservatório 2 (m) no tempo (s)")
plot(t,y2_e,'r');
plot(t,y2_rk);
legend(['Euler';'Runge-Kutta']);

```

