

PME 3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

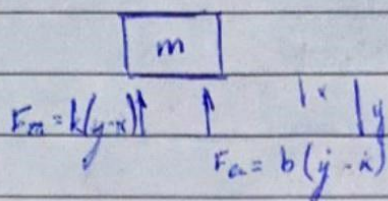
Exercícios da Aula 27/08/2020

Paulo Montijo Bandeira

N USP: 9348449

1. Sismógrafo

D.C.L.:



Mod. Matemático

(2ª Lei de Newton)

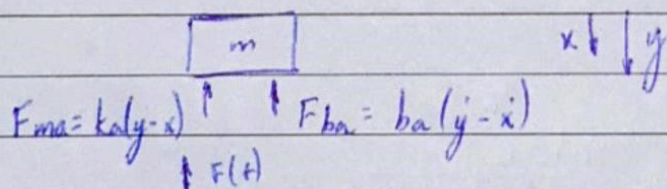
$$m\ddot{x} = -k(y-x) - b(\dot{y}-\dot{x})$$

2b. Acelerômetro (apenas a entrada do sistema muda, não o modelo mat.)

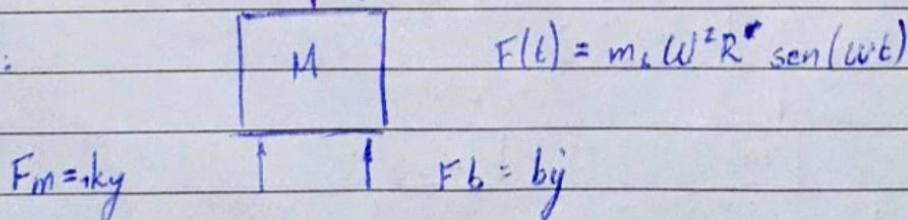
$$m\ddot{x} = -k(y-x) - b(\dot{y}-\dot{x})$$

2. Máquina rotativa com absorvedor de vibração

D.C.L.(m):



D.C.L.(M):



Modelo Matemático:

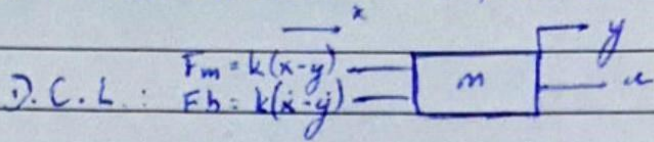
$$m\ddot{x} = -ka(y-x) - ba(\dot{y}-\dot{x})$$

$$M\ddot{y} = -ky - b\dot{y} + m_e \omega^2 R \sin(\omega t)$$



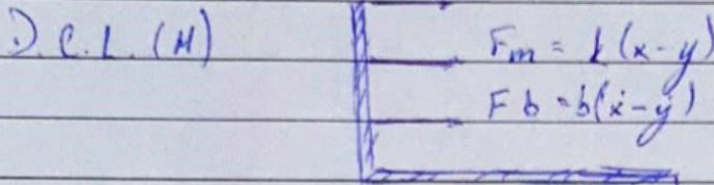
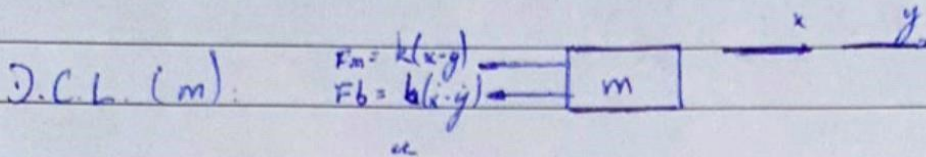
3. Carrinho de Transporte

3.1. Massa da carreta desprezível



Modelo Matemático: $m\ddot{y} = -k(x-y) - k(x-y) + u$
 (2ª lei de Newton)

3.2. Massa da Carreta não desprezível



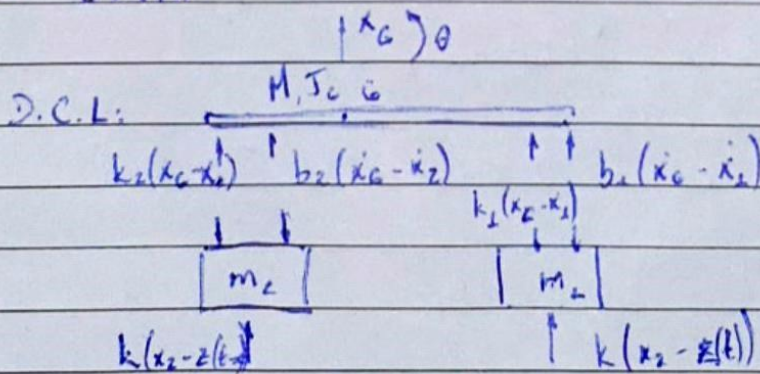
Modelo Matemático: $M\ddot{x} = -b(x-y) - k(x-y)$
 (2ª lei de Newton)

$$M\ddot{x} = +b(x-y) + k(x-y) + u$$

4. 1/2 carro para movimentos verticais

a) grandes movimentos

$$x = l/v(t)$$



horizontal de baricentro
 Modelo Matemático: G posição vertical em relação a roda traseira

$$2^{\text{a}} \text{ lei chassi: } M\ddot{x}_G = -G\cos\theta - G\cos\theta - (l-G)\sin\theta - (l-G)\sin\theta$$

$$\text{TQMA chassi: } J_G\ddot{\theta} = -G[k_2(x_G - x_2) + b_2(x_G - x_2)] + (l-G)[k_1(x_G - x_1) + b_1(x_G - x_1)]$$

$$2^{\text{a}} \text{ lei } m_1: m_1\ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - x_2 + (l-G)\sin\theta) - b_1(x_1 - x_2 + (l-G)\sin\theta) + k_2(x_2 - z)$$

$$2^{\text{a}} \text{ lei } m_2: m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1 - G\sin\theta) + b_2(x_2 - x_1 - G\sin\theta) + k_1(x_1 - z + (l-G)\sin\theta)$$

4b. Para pequenos movimentos $\sin\theta \approx \theta$ e $\cos\theta \approx 1$:

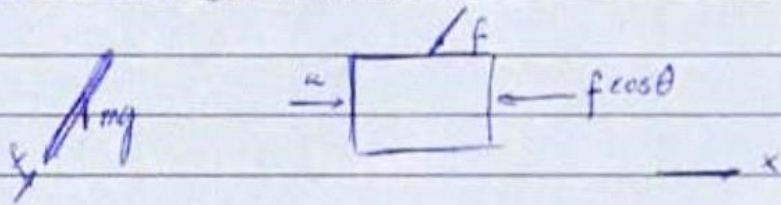
$$M\ddot{x}_G = k_2(x_G - x_2 - G\theta) - b_2(x_G - x_2 - G\theta) - k_1(x_G - x_1 + (l-G)\theta) - b_1(x_G - x_1 + (l-G)\theta)$$

idem $J_G\ddot{\theta} = \text{idem}$

5. Pêndulo invertido montado em carrinho:

a) Newton:

DCL:



$$2^{\text{a}} \text{ lei barra: } m\ddot{x}_G = f \cos\theta \quad x_G = x + l \cos\theta - l \sin\theta$$

$$2^{\text{a}} \text{ lei barra: } m\ddot{x}_G = f \cdot \sin\theta$$

$$\text{TQMA barra: } J_G\ddot{\theta} = mg \sin\theta$$

$$2^{\text{a}} \text{ lei carrinho: } M\ddot{x} = u - f \cos\theta$$

b) La Grange

