

Nome: David Alexander Andrade Llinín

No USP: 11321405

Nome do professor: Oscar João Abdounur

Nome da matéria: Cálculo 1

### **Geometria no período moderno e sua relação com o cálculo**

O período moderno constitui mais de três séculos de história: começa com a tomada de Constantinopla pelos Turcos-Otomanos, em 1453, e termina-se com o começo da Revolução Francesa, em 1789. Dentro desse lapso de tempo, deram-se grandes descobrimentos, tanto na matemática como no resto das ciências.

No que se refere estritamente à geometria, podem-se descrever três grandes áreas de estudo:

1. Geometria analítica
2. Geometria projetiva
3. Geometria diferencial

#### **PRIMEIRA PARTE: A GEOMETRIA ANALITICA**

Desde o século XV, as sociedades europeias começaram a ter um grande interesse na navegação, com o principal intuito de conseguir viajar a lugares distantes de forma rápida e eficiente. Por esse motivo, a arte da navegação foi ganhando cada vez mais e mais importância. No entanto, para poder realizar aquelas viagens, era essencial o desenvolvimento da astronomia e do entendimento da geometria esférica. Já, no século XVI, a relação da geometria com a

astronomia, a trigonometria deixou de ser considerada unicamente útil para a triangulação e ganhou o interesse dos estudiosos da época.

Paralelamente, o que hoje é conhecida como álgebra clássica: equações e funções, também estava sendo desenvolvida. Ainda que na Grécia antiga já existia um certo entendimento do que são as seções cônicas por parte de Apolônio de Tiana (15-100), foi François Viète, no final do século XVI, representando quantidades desconhecidas com letras e as relações entre estas com equações, quem terminou se aproximando do uso da álgebra para resolução de problemas geométricos. Então, a pergunta fundamental era como relacionar as expressões algébricas com as formas no plano e no espaço.

Pouco tempo depois de Viète, no início do século XVII, dois matemáticos franceses conseguiram resolver a questão. O primeiro, Pierre de Fermat (1601-1665), interessado no trabalho de Apolônio, criou um sistema de coordenadas que permitia relacionar duas quantidades positivas desconhecidas. Naquele sistema, ele desenhava um segmento de reta horizontal no qual marcava a primeira incógnita  $e$ , e sobre esse segmento, desenhava um segundo segmento que se movimentava no primeiro, e que representava a segunda incógnita. Os dois segmentos tinham sempre que manter o mesmo ângulo. fig 1.

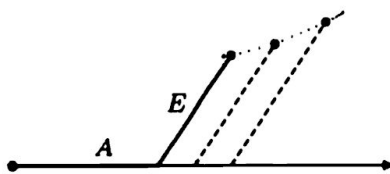


fig 1

Dado que Pierre de Fermat era um matemático amador, seus escritos foram só publicados depois de seu falecimento e grande parte do seus descobrimentos foram atribuídos a René Descartes

(1596-1650). Descartes, dentro de sua monumental obra, o Discurso do método, inclui três apêndices, sendo o último, *La Géométrie*, a base do que hoje se conhece como geometria analítica. Dentro do apêndice, ele coloca a variável independente,  $x$ , marcada numa linha de referência horizontal e, a variável dependente,  $y$ , numa linha de referência vertical que parte do final da linha de referência anterior. Descartes, diferente de Fermat, faz dois comentários transcendentais. Primeiro, comenta que o ângulo entre as duas linhas de referência pode variar, ainda que o ângulo reto se volta mais prático no seu sistema. O segundo comentário, mais importante que o primeiro, separa o conceito de potência da variável independente como dimensão geométrica (conceito Grego) e a transforma só num valor. Isto leva a entender os quadrados, cubos e em diante como um valor na reta, possibilitando graficar as equações sem nenhum tipo de restrição dimensional.

Embora o acercamento algebraico que Descartes teve no seu livro, tema popular da época, levou muito tempo até ele ser levado a sério pela comunidade científica. Principalmente porque o livro estava escrito em francês em lugar de latim, língua acadêmica da época, e também devido a que autor pulou várias demonstrações no seu livro, alegando que o leitor poderia aprender mais se ele mesmo demonstra-se o que estava escrito, perdendo assim a rigorosidade acadêmica exigida.

Cabe mencionar que, tanto no trabalho de Fermat como de Descartes, coordenadas negativas nunca foram mencionadas e que um segmento de referência fixo para os valores da incógnita dependente, as ordenas, também não foi mencionado. fig 2. O que atualmente se conhece como *plano cartesiano*, na verdade foi desenvolvido com o tempo por outros matemáticos.

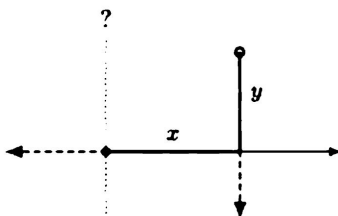


fig 2

## SEGUNDA PARTE: A GEOMETRIA PROJETIVA

Os artistas do renascimento, com o intuito de criar quadros mais realistas, começaram a se interessar na forma em que o olho humano enxerga. Este tipo de arte é chamada de arte representativa e para poder ser criada exige um grande entendimento de perspectiva para conseguir representar profundidade num plano. Dentre os artistas que mais colaborou com o desenvolvimento do conceito, está Leone Battista Alberti (1404-1472) quem propôs o princípio de pintar só o que um olho enxergava. No seu conceito, tem-se um objeto e um observador. Entre eles coloca-se um plano e, como as linhas que vão do objeto ao olho do observador interceptam o plano, este captura uma seção desta projeção criando a perspectiva para esse ponto. fig 3. Agora, se o observador muda de lugar, o plano que corta também muda, resultando em duas “imagens” diferentes. Alberti tentou encontrar a relação matemática entre essas imagens. Isto gerou um certo grupo de artistas-matemáticos, entre eles Leonardo Da Vinci (1452-1519) com sua concepção teórica e Albrecht Dürer (1471-1528) quem foi mais prático.

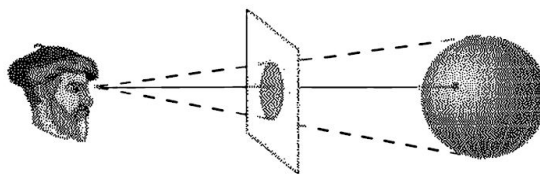


fig 3.

Mas foi só no século XVII que a perspectiva no sentido matemático ganhou rigorosidade, produto do trabalho de Girard Desargues (1591-1661). Estudando as propriedades perspectivas de polígonos inscritos em seções cônicas, considerando as linhas retas como curvas que se encontram no infinito e usando pontos de involução foi que ele conseguiu criar seu teorema. O teorema explica que se quer-se projetar um triângulo num plano, as linhas que conectam os pares de vértices dos triângulos (o real e projetado) se unem num ponto e que tais linhas são linhas retas. fig 4.

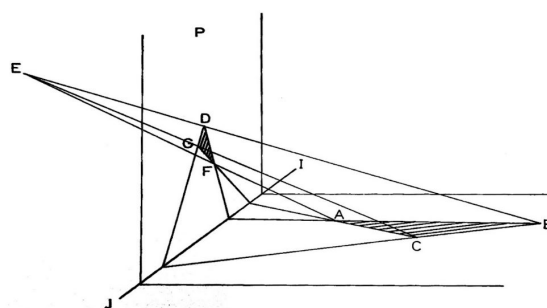


fig 4

Dado que o desenvolvimento das duas geometrias deu-se ao mesmo tempo, o trabalho de Desargues, escrito de forma complexa e difícil de entender para o leitor, foi ofuscado pelo trabalho de Descartes. Ainda assim, o trabalho de Desargues seria a base do que no século XIX seria consolidada como geometria projetiva.

### TERCEIRA PARTE: A GEOMETRIA DIFERENCIAL

A diferença dos anteriores, um terceiro grupo de matemáticos desde finais do século XVI e começos do XVII focaram seus esforços em tentar explicar o funcionamento do cosmos. Entre eles Galileu Galilei (1564-1642) e Johannes Kepler (1571-1630) quem usou o conhecimento de cônicas, obtido pelos gregos, para explicar o movimento dos planetas. Tudo este constante análises levou à consideração do problema relacionado à divisão infinita do tempo e do espaço. Um dos problemas mais importantes era tentar entender a velocidade de um objeto quando esta muda constantemente ou qual é a posição do mesmo objeto em determinado momento.

Na época, vários matemáticos começaram a trabalhar para tentar resolver o problema, entre eles Bonaventura Cavalieri (1598-1647) quem trabalha com o “princípio dos indivisíveis”, no qual para calcular a área de algum objeto pode ser considerar este formado pelo conjunto de regiões planas. fig 5.

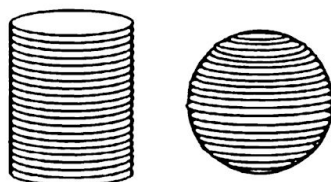


fig 5

O princípio permite calcular as áreas de vários objetos e dá uma ideia de como resolver os outros problemas, mas o que se procurava na época era um método que generalize o processo.

Já no final da década de 1660, tanto Isaac Newton (1642-1727) como Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) encontraram a solução. Ainda que os dois métodos variam ligeiramente um de outro. Para Newton, o processo foi o que ele chamou de quantidades e como elas variam com o tempo. Já, para Leibniz, o processo vai diretamente relacionado com o conceito de

infinitesimalidade e ele chamaria de diferencial aquele valor infinitamente pequeno. No final ambos falavam, desde duas perspectivas diferentes, do mesmo: a variação de um valor respecto de outro. Isto, com o tempo, seria conhecido como a derivada.

Por outra parte, Fermat e seu análisis das retas tangentes a uma curva, produto de seus estudos, fundamentou parte do que seria a geometria diferencial. Assim como Fermat, Leonhard Euler (1707-1783) colaborou com o avanço desta geometria, no seu caso com o conceito que generaliza a ideia da existência de equações que permitem encontrar curvas em regiões específicas.

## CONCLUSÃO

A importância das diferentes geometrias do período moderno para o cálculo é tanta que, sem esses séculos, o cálculo não existiria. Ainda que no período, o que se refere à geometria diferencial, seria só aperfeiçoada tempo depois, as bases do cálculo diferencial tem sua origem na época. Por conseguinte, é possível concluir que a origem do cálculo foi no período moderno e que as diferentes geometrias que foram desenvolvidas, inter relacionadas, deram a possibilidade do desenvolvimento do mesmo.

## BIBLIOGRAFIA

- Alexander Ostermann, Gerhard Wanner - Geometry by Its History-Springer (2012)
- Carl B. Boyer - The History of the Calculus and Its Conceptual Development (1959)
- Christoph J. Scriba, Peter Schreiber - 5000 Years of Geometry: Mathematics in History and Culture (2015)
- Howard Eves - Geometria: Tópicos de História da Matemática (1992)
- William P. Berlinghoff, Fernando Q. Gouvea - Math Through the Ages: A Gentle History for Teachers and Others, Expanded Edition (2003)