Experimento II

Relatório antigo.

Introdução:

Ainda estudando sobre o movimento harmônico simples (MHS), podemos incluir o pêndulo físico como ferramenta para observar esse fenômeno. O pêndulo físico realiza um movimento periódico, agindo sobre este sistema a força gravitacional. O sistema é constituído por um sólido que pode rotacionar preso a um eixo, quando lançamos este sólido a partir de um angulo θ ele inicia um movimento periódico. Diferente do pêndulo simples, onde apenas a extensão do fio e a massa pendurada influenciam no período, o pêndulo físico é influenciado pelo momento de inércia (I) em relação ao eixo O (eixo de rotação), a massa do sólido, a distância entre o ponto G (Centro de massa) ao até o eixo de suspensão (r), a aceleração da gravidade e o ângulo θ pelo qual o corpo é solto e inicia sua trajetória. (θ é em relação a OG e a vertical.

Quando o valor de θ for pequeno (normalmente menor que 10), podemos considerar que $\operatorname{sen}\theta \approx \theta$ neste caso temos: $I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \cdot r \cdot \underbrace{\operatorname{sen}\theta}_{\theta}$

O período deste pêndulo é calculado por: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}}$

Teorema de Steiner: $I = I_c + mr^2$

I = momento de inércia | $I_c = m \cdot R^2$ (R = raio de giro)

I_c = momento de inércia quando G é igual a O

m = massa do sólido

r = distância entre O e G

$I = m \cdot R^2 + mr^2$ → período pode ser representado como função do raio

↳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}}$ → elevando ao quadrado → $r_1 + r_2 = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot g$

$r_1 r_2 = R^2$

Metodologia

Os materiais necessários são: haste de metal, régua, balança, paquímetro, cronômetro (e compasso)

Inicialmente, mede-se as dimensões da haste que será utilizada como pêndulo. Em seguida, com o auxílio do paquímetro e régua, são medidas as distâncias da 20 primeira furo até a extremidade mais próxima.

Após as medidas serem efetuadas, o pêndulo é pendurado pelo 1º furo, posicionado com angulo θ em relação à vertical e solto, a partir disso cronometra-se o tempo das 10 primeiras oscilações. O procedimento é repetido 5x e depois deve ser realizado para os outros 19 furos (5x para cada um).

Resultados

1) Raio de giro equivale à própria distância entre o centro de massa e o ponto de apoio da régua

2) Determinando T_{min}

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \quad \text{(para qualquer MHS)}$$

↳ derivando em $r = 0$: $\frac{dT}{dr} = \left[\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{1/2}\right]$ → igualamos a derivada a 0 ↳ para $T_{mínimo}$

$0 = 2\pi \cdot \frac{1}{2} u^{-1/2} \cdot u'$ | $u = \frac{R^2+r^2}{gr}$ | $u' = \frac{(R^2+r^2)' gr - (R^2+r^2)\cdot(gr)'}{g^2r^2} = \frac{2r\cdot gr - (R^2+r^2)g}{gr^2}$

$u' = \frac{2r^2 - R^2 - r^2}{gr^2} = \frac{r^2 - R^2}{gr^2}$ | $u^{-1/2} = \left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2} = \left(\frac{gr}{R^2+r^2}\right)^{1/2}$

$$0 = \pi\left(\frac{g_1}{R^2+x^2}\right)^{1/2}\cdot\left(\frac{x^2-R^2}{g_1}\right) \rightarrow \pi\left(\frac{R^2+x^2}{g_1}\right)^{1/2}\left(\frac{x^2}{g_1^2}\right) = \pi\cdot\left(\frac{R^2+x^2}{g_1}\right)^{-1/2}\cdot\left(\frac{R^2}{g_1^2}\right)$$

Se $x^2 = R^2$ então: $T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+R^2}{gR}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R^{\cancel{2}}}{g\cancel{R}}} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}}$

Pucerando as equação 8 e 9

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+x^2}{g_1}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\,\frac{R^2+x^2}{g_1} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi R^2 + 4\pi x^2}{g_1} \rightarrow \boxed{T^2 g_1 = 4\pi R^2 + 4\pi x^2}$$

b, c, a

↳ equação de 2º grau

$$\Delta = (-T^2 g)^2 - 4(4\cdot\pi^2\cdot 4\pi^2\cdot R^2) = 0$$ → Para $\Delta = 0$ temos 2 raízes reais e =

↳ x_1 e x_2 | $x_1 = x_2$

Se $x_1 = x_2 = \frac{T^2\cdot g}{8\cdot\pi^2} \rightarrow x_1\cdot x_2 = \frac{T^4\cdot g^2}{64\pi^4}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\cdot\frac{2R}{g}$

$R = \frac{T^2 g}{8\pi^2} = R^2 = \frac{T^4 g^2}{64\pi^4} = x_1\cdot x_2$

3 - a) (gráfico em anexo)

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+x^2}{g_1}}$ → tabela em anexo

$T_{min} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{2R}{g}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}2695}{9{,}8}} = 1{,}48\ s$

c) para $T = 1,547 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+x^2}{gx}} = \begin{cases} 0,581 \\ 0,594 \end{cases}$

Os valores apresentam erro muito grande porque não é possível controlar exatamente o ângulo θ ao realizar o experimento.

R a partir do x_1 e $x_2 = 0,581 \cdot 0,594 = 0,345$ → há um grande erro associado, por isso, quando comparamos com o utilizado anteriormente (0,2695 m) não bate, são valores próximos mas não são a mesma coisa. O erro ocorre porque nem todas as oscilações deste movimento pode ser caracterizado como MHS, invalidando grande parte dos cálculos

$g \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} \rightarrow g = \frac{1,175 \cdot 4\pi^2}{T^2} = 19,36$ (muito diferente de 9,8 m/s²) → motivo do erro da gravidade é o mesmo.

d)
Massa = 423 g
R determinado pelo gráfico = 0,273 m
Momento (J_c) $= m R^2 = 423 \cdot (0,273)^2 = \boxed{0,0315\ kg\,m^2}$
[g] → [kg]   → J_c

$I = J_c + m \cdot x^2$

e) ??

Conclusão

O experimento conseguiu demonstrar graficamente o comportamento de um pêndulo de uma barra com eixo de rotação em diferentes pontos de aplicação. Os cálculos fogem um pouco da realidade, obtendo valores imprecisos de R, T e g quando comparados ao teórico. Para reduzir o erro é necessário uma ferramenta que auxilie na medição do ângulo θ.

Correção.

Correção relatório II

T_{min}: 1,481 s $= 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$ → $0{,}236^2 = \sqrt{\frac{2R}{g}}^2$ → $0{,}0556 = \frac{2R}{g}$

→ gráfico (anexo)

R = 0,272

→ determinar R, x_1 e x_2 a partir do T

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgx}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+x^2}{gx}} \qquad I = I_c + mx^2 = m(R^2+x^2)$$

$R^2 = x_1 \cdot x_2$

$x_1 + x_2 = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$

$4\pi^2 \cdot x^2 - T^2 \cdot g \cdot x + 4\pi^2 \cdot R^2 = 0$

↳ x_1 e x_2 → furos 4 e 13 na tabela

↳ T = 1,547

$0{,}203 + 0{,}025 = \frac{1{,}547^2 \cdot g}{4\pi}$

$\boxed{g = 1{,}19}$?

↳ totalmente diferente de 9,8

Encontrar R → $R^2 = x_1 \cdot x_2$

$R = \sqrt{0{,}025 \cdot 0{,}203} = 0{,}071$

R deu muito diferente do valor obtido graficamente

→ Calcular I_c $\quad I = I_c + mx^2$

$I = mR^2 = 423 \cdot 0{,}272^2 = 31{,}29\ gm^2$ → $\boxed{0{,}0313\ Kgm^2}$

Para achar o valor teórico do momento de inércia para barra homogênea:

$I = \frac{m \cdot L^2}{12} = \frac{(m) \cdot 1^2}{12}\quad \frac{423 \cdot 1^2}{12} = 35{,}25\ gm^2$ → $\boxed{0{,}035\ Kgm^2}$

Calcular I para furo 1 ($x = 0{,}254$ m)

$423 \cdot 10^{-3} R^2 + 423 \cdot 10^{-3} (0{,}254)^2 = I_1 = 8{,}5 \cdot 10^{-4}\ Kgm^2$ → diferente do esperado

Discussão

Os valores que envolviam cálculo com o x do furo resultaram em valores muito diferentes do esperado. Isso ocorreu porque os valores de x disponíveis na tabela estão muito diferentes do valor que deveria estar. Devido a este erro experimental de medidas, alguns resultados não batiam.

tilibra

Furo	d (mm)	r (m)	t1 (s)	t2 (s)	**t3 (s)**	t4 (s)	t5 (s)	tm (s)	T (s)
1	19	0,254	15,89	15,34	**15,76**	16,91	15,87	15,95	1,595
2	45	0,228	15,58	15,65	15,68	15,51	15,64	15,61	1,561
3	70	0,203	15,49	15,47	15,38	15,44	15,54	15,46	1,546
4	95	0,178	15,29	15,40	15,33	15,24	15,42	15,34	1,534
5	121	0,152	15,15	15,30	15,34	15,14	15,16	15,22	1,522
6	146	0,127	15,96	15,14	15,15	15,94	15,95	15,63	1,563
7	173	0,100	15,13	14,89	14,79	14,89	14,91	14,92	1,492
8	198	0,075	14,91	14,76	14,73	14,78	14,87	14,81	1,481
9	223	0,050	14,81	14,88	14,83	14,80	14,90	14,84	1,484
10	248	0,025	14,86	14,84	14,89	14,84	15,68	15,02	1,502
11	274	0,001	15,19	15,23	14,90	15,95	15,91	15,44	1,544
12	298	0,025	15,53	15,51	15,40	15,46	15,46	15,47	1,547
13	323	0,050	15,64	15,77	15,77	15,71	14,90	15,56	1,556
14	348	0,075	16,39	16,50	16,47	16,60	16,34	16,46	1,646
15	373	0,100	17,51	17,23	17,54	17,29	17,50	17,41	1,741
16	398	0,125	19,21	18,85	18,72	18,65	18,68	18,82	1,882
17	424	0,151	20,37	21,91	21,19	20,49	21,11	21,01	2,101
18	448	0,175	25,43	24,65	25,26	24,89	24,91	25,03	2,503
19	474	0,201	34,74	34,56	34,63	34,99	34,51	34,69	3,469
20	499	0,226