Tiago Manoel Tito Martins N°USP: 11320582

Experimento 2 - Pêndulo físico

Introdução

Diferente do pêndulo simples, onde o braço de alavanca da força restauradora (F_g) é o comprimento L do fio/barbante no pêndulo físico (ou pêndulo composto) o braço de alavanca é dado pela distância rG do centro de massa G ao eixo de suspensão O.

8	20.0	30.0	15,33	15,29	15,33	15,33	15,32	1,532
9	22,5	27,5	15,30	15,26	15,25	15,25	15,29	1,529
10	25,0	25,0	15,17	15,20	15,23	15,21	15,20	1,520
11	27,5	22,5	15,15	15,14	15,21	15,18	15,18	1,518
12	30,0	20,0	15,53	15,55	15,59	15,58	15,59	1,559
13	32,5	17,5	16,18	16,30	16,32	16,29	16,29	1,629
14	35,0	15,0	16,74	16,70	16,68	16,61	16,68	1,668
15	37,5	12,5	17,60	17,80	17,53	17,64	17,64	1,764
16	40,0	10,0	19,18	19,33	19,19	19,27	19,24	1,924
17	42,5	7,5	21,0	20,33	20,88	20,90	20,65	2,065
18	45,0	5,0	25,38	25,31	25,48	25,71	25,47	2,547
19	47,5	2,5	34,48	34,40	34,47	34,36	34,43	3,443
20	50,0	0						

1- Defina o raio de giro (R)

Analisando a tabela 1, percebe-se que existem alguns valores próximos de período T formando dois furos com T iguais, substitui-se os mesmos na equação (6) para chegar a um valor de raio de giro (R). Os furos tomados foram os de números 4 e 12 (com T igual de 1,559 s) com raios r de 0,4 m e 0,2 m respectivamente.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}}$$

Furo 4: $1{,}559 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + (0{,}40)^2}{(9{,}8)\cdot(0{,}40)}} \Rightarrow R^2 = 0{,}08071 \Rightarrow R = 0{,}2841$ m

Furo 12: $1{,}559 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + (0{,}20)^2}{(9{,}8)(0{,}20)}} \Rightarrow R^2 = 0{,}08032 \Rightarrow R = 0{,}2934$ m

Extraindo a média entre os dois valores extremamente próximos, achou-se que o raio de giro é $R = 0{,}2887$ m

2- Demonstrar que o T_{min} é dado pela equação (7). Além disso, demonstrar as equações (8) e (9)

(equação 6) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}}$

$$= 2\pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{1/2} \rightarrow \frac{d}{dr}\left(2\pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{1/2}\right)$$

$$= 2\pi\,\frac{1}{2}\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2}\left(\frac{2r}{gr} - \frac{(R^2+r^2)g}{g^2r^2}\right)$$

$$= \pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2}\left(\frac{2r}{gr} - \frac{(R^2+r^2)}{g^2r^2}g\right) = 0$$

$$\hookrightarrow \frac{2\cancel{r}}{g\cancel{r}} - \left(\frac{(R^2+r^2)g}{g^2r^2}\right) = 0 \rightarrow \frac{2}{g} = \frac{R^2+r^2}{r^2} \rightarrow 2r^2 = R^2+r^2$$

$$= r^2 = R^2$$

$$* \boxed{R = r}$$

* Substituindo na equação 6

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+R^2}{gR}} = 2\pi\sqrt{\frac{R(R+R)}{gR}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

- Demonstração das equações (8) e (9)

Partindo da equação (6) chega-se em:

$$T^2 = 4\pi^2\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)$$

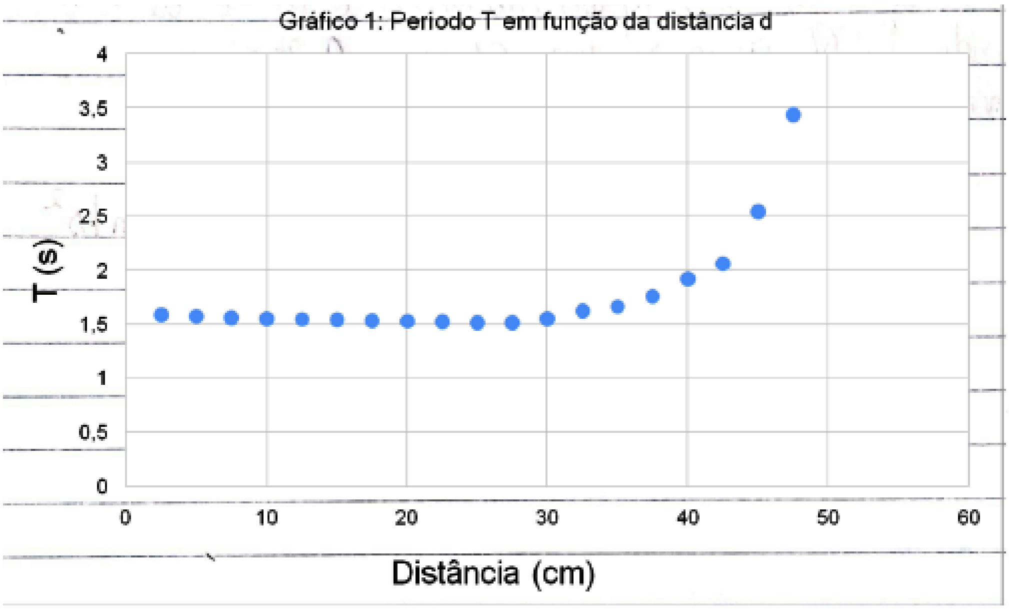
$$T^2gr = 4\pi^2(R^2+r^2)$$

$$4\pi^2r^2 - T^2gr + 4\pi^2R^2 = 0$$

$S = -b/a = -(-T^2g)/4\pi^2 = r_1 + r_2$ (equação 8)

$P = \frac{c}{a} = \frac{4\pi^2R^2}{4\pi^2} = R^2 = r_1r_2$ (equação 9)

3. a) Faça um gráfico de T em função de d



b) Determine o período mínimo $T_{mín}$ com o qual este pêndulo pode oscilar.

$$T_{mín} = 2\pi \sqrt{\frac{2(0{,}2839)}{9{,}8}} = 1{,}51\,s$$

c) Determine a partir de um determinado período T os valores de r_1 e r_2. Determine o raio de giro R equivalente e a aceleração da gravidade g através das equações (7), (8) e (9). Compare o valor de R e g obtidos nesta questão com o R da questão 1 e $g = 9{,}8\,m/s^2$

$$4\pi^2 r^2 - (1{,}51)(9{,}8)r + 4\pi^2 (0{,}2839)^2 = 0$$

$$4\pi^2 r^2 - 22{,}34r + 3{,}177 = 0$$

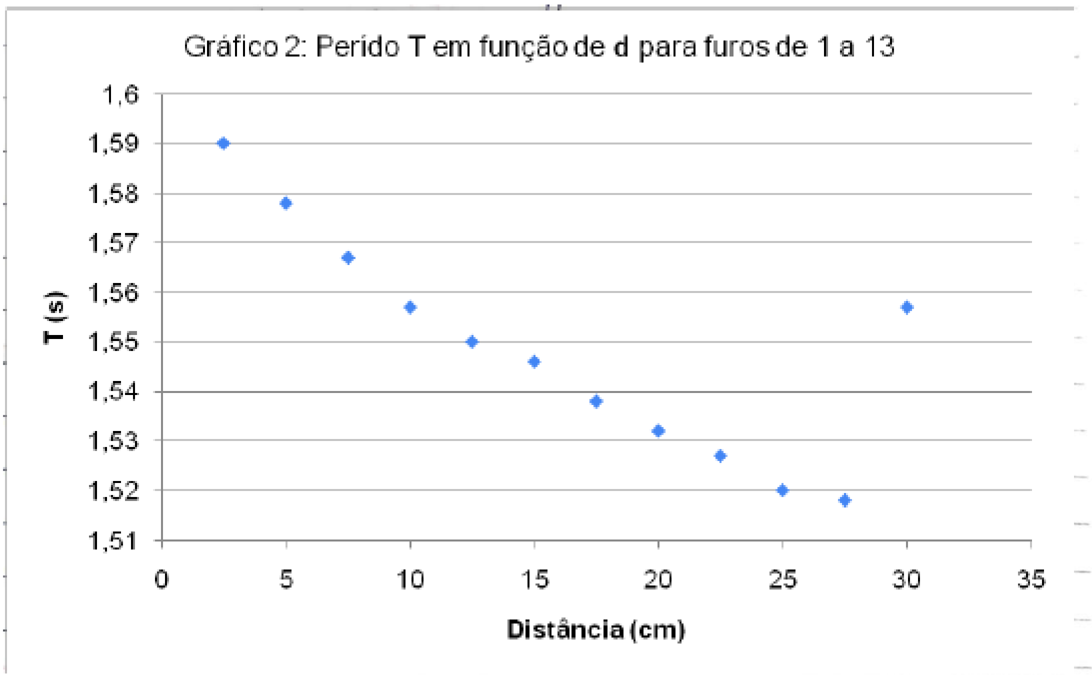
$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-22{,}34)}{4\pi^2} = 0{,}566 \Rightarrow r_1 + r_2$$

$$P = c/a = \frac{3{,}177}{4\pi^2} = 0{,}08049 \rightarrow R^2 = 0{,}08049 = 0{,}2836\ m$$

Comparando o valor de $R = 0{,}2836$ com o resultado da soma, conclui-se que 0,566 é aproximadamente o dobro de R. Assim, dividindo 0,566 chega-se em $r_1 = r_2 = 0{,}2830\,m$.

Encontrando a aceleração da gravidade:

$$(1{,}51)^2 = 4\pi^2 \frac{(2(0{,}2836))}{g} \rightarrow g = 9{,}82\,m/s^2$$



O raio de giro encontrado nesta questão foi de 0,2836 m, enquanto que na questão 1 foi de 0,2839 (tirando a média entre os dois valores para m). Considerando que ambos possuem 3 algarismos iguais, são valores iguais sendo assim. Estes valores próximos tornam o experimento preciso e com poucos erros sistemáticos presentes, o que pode ser justificado pelas diversas repetições realizadas justamente para amenizar erros viciosos. Como o deslocamento angular θ foi mantido constante a um valor pequeno, os valores de tempo não tiveram grandes divergências para cada furo.

Da mesma forma ocorreu para a aceleração da gravidade, onde foi obtido um valor de $g = 9,82\ m/s^2$, com um desvio de 0,20% do valor teórico esperado, ou seja, um valor encontrado satisfatório.

d) Com a massa m da barra e o raio de giro equivalente R determinado a partir do gráfico calcule o momento de inércia I_c, dado pela equação (5).

$m = 0,421\ kg$

$R = 0,2836\ m$

$I_c = MR^2$

$I_c = (0,421)(0,2836)^2$

$\boxed{I_c = 0,03386\ kg.m^2}$

e) Compare o valor do item d com aquele esperado teoricamente para uma barra rígida sem os furos.

↳ Momento de inércia para barra sem furos $= \frac{mL^2}{12}$

Pelas dimensões, o comprimento $L = 1 m$ e $M = 0,421 kg$

$$I_C = \frac{(0,421)(1)^2}{12} = \boxed{0,03508 \ Kg \cdot m^2}$$

A barra sem furos, por se tratar de uma barra homogênea, apresentou momento de inércia maior do que para barra com furos. Isso, levando em consideração os possíveis erros experimentais, ainda é justificável pelo embasamento teórico de que quanto maior for o momento de inércia, maior deve ser a força aplicada para que ocorra rotação, ou seja, é mais difícil girar essa barra (neste caso, a massa foi a mesma e o momento de inércia da barra sem furos não dependeu do raio e sim do comprimento

Conclusão

O objetivo do experimento foi alcançado e a análise dos dados obtidos colaborou para uma melhor compreensão do sistema de um pêndulo físico. Manipulando as equações, chegou-se a resultados satisfatórios que permitem avaliar o experimento de uma forma geral, como preciso e ausente de erros sistemáticos. Os valores encontrados de raio de giro, momento de inércia e aceleração da gravidade foram muito próximos dos resultados esperados, ou seja, o experimento cumpriu com o seu objetivo

Correção - Relatório 2

item d) Resultados e discussões

O erro neste item foi não utilizar o teorema dos eixos paralelos; sendo assim, no furo 1:

$$I_1 = mR^2 + mr^2$$

$$I_1 = (0{,}421)(0{,}284)^2 + (0{,}421)(0{,}479)^2$$

$$I_1 = 0{,}03396 + 0{,}09499$$

$$I_1 = 0{,}129\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

O momento de inércia teórico para uma barra presa na extremidade:

$$I = \frac{mL^2}{3} = \frac{(0{,}421)(1)^2}{3} = 0{,}1403\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Comparando o resultado experimental com o teórico, observa-se grande proximidade entre os valores, o que torna válido o método utilizado.