Experimento 2 - Pêndulo Físico

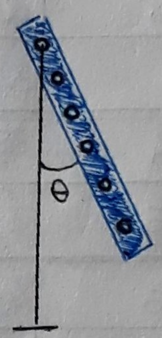
Bruna Miyoko Ikenaga de Pinto

Introdução

Pêndulo físico é um objeto que oscila em torno de um eixo de rotação perpendicular ao plano que se movimenta, realizando movimentos periódicos. Na química, esses movimentos oscilatórios são observados nas vibrações moleculares que aumentam com o aumento da temperatura. O movimento harmônico simples (MHS) será estudado - considerando o ângulo de oscilação θ pequeno, de modo que, $sen\theta \approx \theta$ -, assim como, o momento de inércia - resistência ao movimento, tendência do corpo de se manter em seu estado inicial.

Metodologia

- Materiais: haste de suspensão, barra de metal com vários furos, cronômetro, trena e balança
- Procedimento experimental:



a) Identifique o número do furo;

b) Meça sua distância (d) até a extremidade de referência;

c) Faça um pequeno deslocamento da barra de modo a ter um pequeno ângulo θ, e meça o tempo necessário para o sistema realizar 10 oscilações;

d) Repita o procedimento anterior mais quatro vezes, anotando t_2 a t_5. Observação: para evitar erros sistemáticos, não realizar as 5 medições consecutivas para cada furo. Ou seja, meça um tempo por vez para cada furo, troque para o segundo furo e assim até o último furo, só então volte para determinar o t_2 do primeiro furo;

e) Calcule o tempo médio de 10 oscilações, $t_m = (t_1 + ... + t_5)/5$, e o período médio;

f) Determinar o valor da massa da barra com a balança;

g) Meça com uma régua ou trena as dimensões (altura, largura e espessura) da barra utilizada.

Análise dos dados

Tabela 1

Núm do furo	±0,05 d(cm)	±0,1 r(cm)	±0,001 t_1(s)	±0,001 t_2(s)	±0,001 t_3(s)	±0,001 t_4(s)	t_m(s)	T(s)
1	2,50	47,5	15,586	15,750	15,803	15,779	15,730	1,573
2	5,00	45,0	15,616	15,653	15,547	15,663	15,620	1,562
3	7,50	42,5	15,400	15,422	15,530	15,447	15,450	1,545

Núm do furo	d(cm)	r(cm)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	t_4(s)	t_m(s)	T(s)
4	10,00	40,0	15,119	15,307	15,297	15,180	15,226	1,523
5	12,50	37,5	15,079	15,229	15,141	15,125	15,144	1,514
6	15,00	35,0	14,980	14,963	14,911	14,967	14,955	1,496
7	17,50	32,5	14,852	14,899	14,842	14,692	14,821	1,482
8	20,00	30,0	14,770	14,813	14,774	14,844	14,800	1,480
9	22,50	27,5	14,604	14,742	14,711	14,719	14,694	1,469
10	25,00	25,0	14,877	14,901	14,688	14,718	14,796	1,480
11	27,50	22,5	14,696	14,811	14,899	14,742	14,787	1,479
12	30,00	20,0	15,268	15,057	15,367	15,131	15,206	1,521
13	32,50	17,5	15,426	15,600	15,535	15,600	15,540	1,554
14	35,00	15,0	16,160	16,194	15,815	15,723	15,973	1,597
15	37,50	12,5	17,170	17,127	17,128	17,155	17,145	1,715
16	40,00	10,0	18,193	18,891	18,664	18,256	18,601	1,860
17	42,50	7,5	21,143	20,830	20,850	20,920	20,936	2,094
18	45,00	5,0	24,752	24,696	25,211	24,930	24,897	2,490
19	47,50	2,5	33,752	34,502	34,281	33,586	34,030	3,403
20	50,00	0						

1. Defina o raio de giro (R):

O raio de giro é dado pela seguinte relação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)$$

$$\frac{R^2+r^2}{gr} = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$R^2 = \left(\frac{T^2}{4\pi^2}\cdot gr\right) - r^2$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{T^2 \cdot gr}{4\pi^2}\right) - r^2}$$

Considerando os valores de r e T apresentados na tabela, foi possível calcular o raio de giro para cada furo da barra e o valor médio foi assumido como raio de giro ($R = 0{,}2695 m$).

Utiliza-se a média a fim de minimizar erros.

Tabela 2

Número do furo	Raio de giro (m)	Número do furo	Raio de giro (m)	Número do furo	Raio de giro (m)	Número do furo	Raio de giro (m)
1	0,258	6	0,268	11	0,268	16	0,276
2	0,266	7	0,268	12	0,274	17	0,276
3	0,267	8	0,271	13	0,273	18	0,273
4	0,265	9	0,268	14	0,269	19	0,267
5	0,270	10	0,271	15	0,275	20	

2. Demonstre que Tmin é dado pela equação (7). Além disso, demonstre as equações (8) e (9).

Equação (7): $T = 2\pi \left(\frac{R^2 + r^2}{gr} \right)^{1/2}$ (6)

$$\frac{d}{dr} 2\pi \left(\frac{R^2+r^2}{gr} \right)^{1/2} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{R^2+r^2}{gr} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{2r}{gr} - \frac{R^2+r^2}{g^2r^2} \cdot g \right) =$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{R^2+r^2}{gr} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{2r}{gr} - \frac{R^2+r^2}{g^2r^2} g \right)$$

$$T_{min} = \pi \left(\frac{R^2+r^2}{gr} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{2r}{gr} - \frac{R^2+r^2}{g^2r^2} g \right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{2\cancel{r}}{g\cancel{r}} - \frac{(R^2+r^2)}{g^2r^2} \cdot g = 0 \Rightarrow \frac{2}{g} = \frac{R^2+r^2}{gr^2}$$

$$2r^2 = R^2 + r^2$$

$$R^2 = r^2 \Rightarrow R = r$$

$$\rightarrow \left(\frac{R^2+r^2}{gr} \right)^{-1/2} = 0 \Rightarrow R^2 + r^2 = 0$$

$$R = r$$

Substituindo em (6):

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{R^2+R^2}{gR}} = 2\pi \sqrt{\frac{\cancel{R} \cdot (R+R)}{g\cancel{R}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Equações (8) e (9):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \left(\frac{R^2+r^2}{gr} \right)$$

$$T^2gr = 4\pi(R^2+r^2)$$

$$T^2gr = 4\pi R^2 + 4\pi r^2$$

$$4\pi r^2 - T^2gr + 4\pi R^2 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{T^2g}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \qquad P = \frac{c}{a} = \frac{4\pi^2R^2}{4\pi^2} = R^2 = r_1 \cdot r_2$$

3\. A partir dos dados obtidos, procure explorar o experimento o máximo possível:

a) Faça um gráfico de T em função de d.

Gráfico 1 (anexado no final do relatório)

b) Ajuste da equação (6) aos valores experimentais, considerando que $g = 9{,}8\,m/s^2$ e determine o período mínimo com o qual este pêndulo pode oscilar. ($R = 0{,}2695\,m$)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \quad (6) \longrightarrow T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}2695}{9{,}8}} = 1{,}473s$$

c) Determine, a partir de um determinado período T, os valores r_1 e r_2. A partir de r_1 e r_2, determine o raio de giro equivalente R e a aceleração da gravidade g, utilizando as equações 7, 8 e 9. Compare o valor R e g obtidos nesta questão com o R da questão anterior e $g = 9{,}8\,m/s^2$:

Traçando o gráfico 2 (anexado no final do relatório), observa-se que existem pontos em que o período é igual. Para os cálculos, usaremos $d_1 = 10cm$, $T = 1{,}523s$ e $d_2 = 30cm$, $T = 1{,}521s$, já que a diferença do período nesses pontos é muito pequena.

Sendo d, a distância do furo até a extremidade e r, a distância do furo até o centro de massa e o comprimento da barra 1,0 m, temos:

$$r_1 = 50 - d_1 = 40cm = 0{,}40\,m \quad e \quad r_2 = 50 - d_2 = 20cm = 0{,}20m$$

Assim, substituindo em (8), utilizando $T = 1{,}522s$, que é a média dos períodos:

$$r_1 + r_2 = \frac{T^2g}{4\pi^2}$$

$$0{,}40 + 0{,}20 \cdot 4\pi^2 = (1{,}522)^2 \cdot g$$

$$g = 10{,}22\,m/s^2$$

Já, na equação (9):

$$r_1 \cdot r_2 = R^2$$

$$0{,}40 \cdot 0{,}20 = R^2$$

$$R = 0{,}2828m$$

Comparando com $R = 0{,}2695m$ e $g = 9{,}8\,m/s^2$ os valores encontrados nesta questão estão na faixa de erro esperada.

d) Com a massa m da barra e o raio de giro R determinado a partir do gráfico, calcule o momento de inércia Ic equivalente dado pela equação (5):

$I_C = mR^2$, $m = 423,7g = 0,4237 kg$

$I_C = 0,4237 \cdot (0,2828)^2 = 0,03390 \ kg \cdot m^2$

e) Compare esse valor com aquele esperado para uma barra rígida sem furos:

$I_C = \frac{1}{12} M \cdot L^2$, $M = 0,4237$ kg e $L = 1,0$ m.

Faltou complementar sobre outras posições do eixo de giro (furo n e extremidade)

$I_C = \frac{0,4237}{12} = 0,03530 \ kg \cdot m^2$

O valor encontrado se encontra numa faixa de erro menor de 15%.

Conclusão

Conclui-se que todos os resultados obtidos, por meio de cálculos e métodos gráficos, aproximaram-se do teoricamente esperado, possibilitando maior entendimento sobre o pêndulo físico.

Gráfico 1

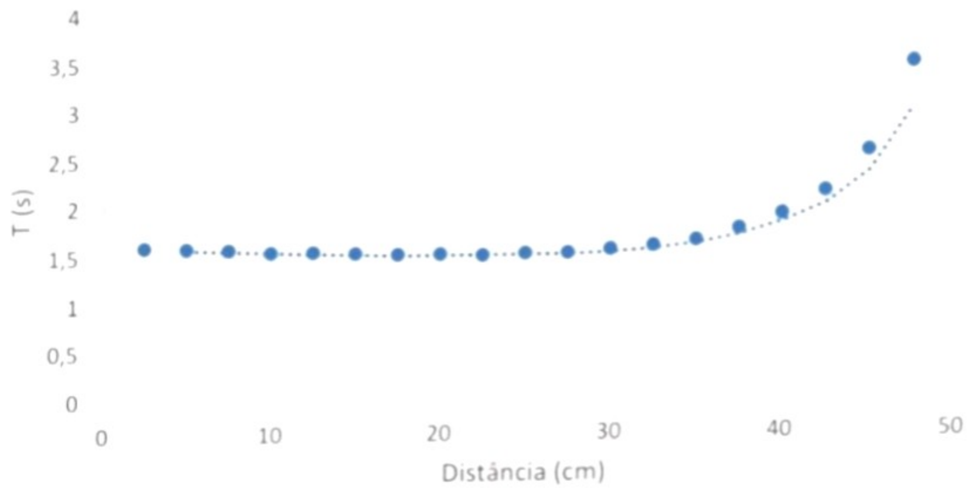
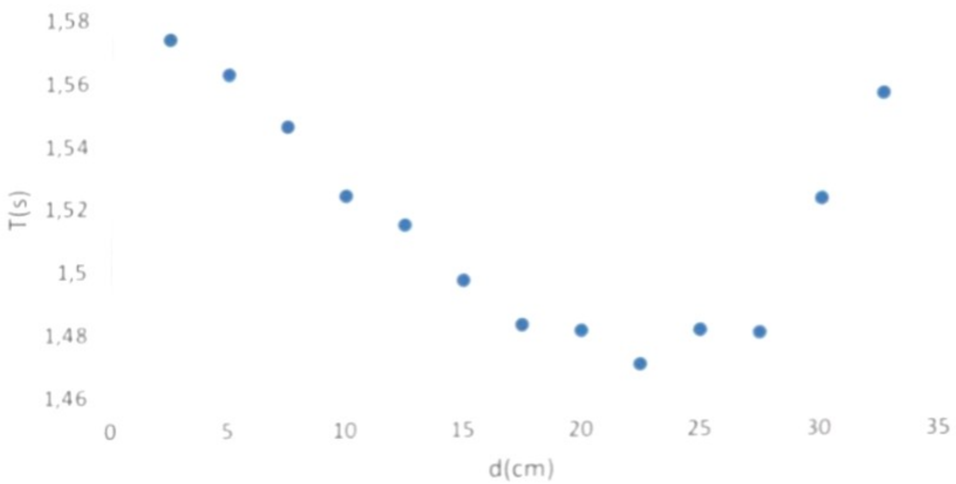


Gráfico 2



Correção

O momento de inércia em relação ao furo 1 da barra é calculado a partir do teorema dos eixos paralelos:

$$I_1 = mR^2 + mr^2$$

$$I_1 = 0,4237 \cdot (0,2828)^2 + 0,4237 \cdot (0,475)^2 = 0,129\ kg \cdot m^2$$

Já em relação ao eixo de giro na extremidade da barra, o momento de inércia teórico é:

$$I = \frac{mL^2}{3} = \frac{0,4237 \cdot 1^2}{3} = 0,141\ kg \cdot m^2$$