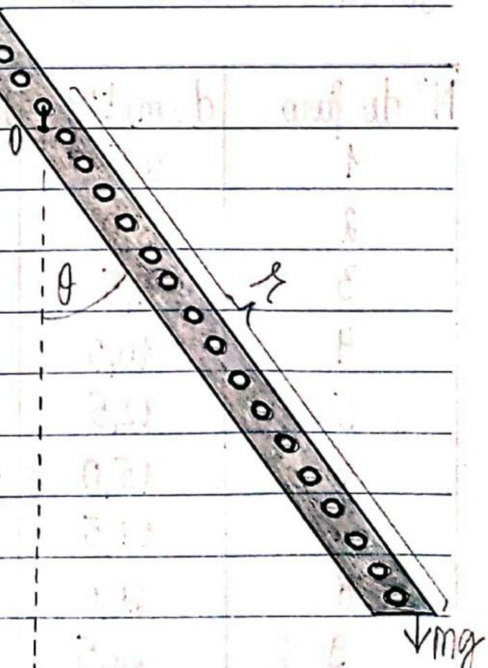
João Guilherme Camargo- Nº USP: 11274507

Experimento 2- Pêndulo Físico

• Introdução

Diferente do pêndulo simples, onde o braço de alavanca da força restauradora gravitacional (Fg) é o comprimento L do fio/barbante, no pêndulo físico (ou pêndulo composto) o braço de alavanca é dado pela distância r do centro de massa G ao eixo de suspensão O.

Assim, nesse sistema há um sólido em rotação ao redor de um eixo fixo cujo momento de inércia Ic não depende mais do comprimento L e sim da forma do pêndulo físico, sendo ainda proporcional à massa m.



• Metodologia

→ Lista de Material

- Haste de suspensão;
- Barra de metal com furos (pêndulo);
- Cronômetro (± 0,001 s);
- Trena (± 0,5 cm);
- Balança digital

→ Procedimento Experimental

- Com os furos devidamente numerados e medidos os valores de d e r, deslocou-se a barra com um pequeno ângulo (θ ≈ 10°)
- Mediu-se o tempo necessário para o sistema realizar 10 oscilações, repetindo mais 3 vezes, uma vez por tempo para cada furo.
- Com os respectivos valores, preencheu-se a tabela 1 para tal fato

iniciar o objetivo do experimento: compreender o funcionamento do pêndulo físico, entender sua relação com o pêndulo simples, determinar a aceleração da gravidade e o momento de inércia do corpo.

→ Equações utilizadas:

(5) $I_C = mR^2$

(6) $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}}$

(7) $T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$

(8) $r_1 + r_2 = T^2 g / 4\pi^2$

(9) $r_1 r_2 = R^2$

• Resultados

Tabela 1: Períodos do pêndulo composto

Nº do furo	d(cm) ±0,5	r(cm) ±0,5	t_1(s) ±0,001	t_2(s) ±0,001	t_3(s) ±0,001	t_4(s) ±0,001	t_m	T(s)
1	2,5	47,5	15,88	15,91	15,95	15,91	15,90	1,590
2	5,0	45,0	15,70	15,85	15,81	15,79	15,78	1,578
3	7,5	42,5	15,65	15,77	15,60	15,67	15,67	1,567
4	10,0	40,0	15,53	15,61	15,56	15,59	15,57	1,557
5	12,5	37,5	15,52	15,47	15,49	15,52	15,50	1,550
6	15,0	35,0	15,49	15,41	15,46	15,49	15,46	1,546
7	17,5	32,5	15,44	15,37	15,35	15,36	15,38	1,538
8	20,0	30,0	15,33	15,29	15,33	15,33	15,32	1,532
9	22,5	27,5	15,30	15,26	15,25	15,25	15,27	1,527
10	25,0	25,0	15,17	15,20	15,23	15,21	15,20	1,520
11	27,5	22,5	15,15	15,19	15,21	15,18	15,18	1,518
12	30,0	20,0	15,53	15,55	15,59	15,58	15,57	1,557
13	32,5	17,5	16,18	16,30	16,32	16,29	16,27	1,627
14	35,0	15,0	16,74	16,70	16,68	16,61	16,68	1,668

15	37,5	12,5	17,60	17,80	17,53	17,64	17,64	1,764
16	40,0	10,0	19,18	19,33	19,19	19,27	19,24	1,924
17	42,5	7,5	21,0	20,33	20,88	20,40	20,65	2,065
18	45,0	5,0	25,38	25,31	25,48	25,71	25,47	2,547
19	47,5	2,5	34,48	34,40	34,47	34,36	34,43	3,443
20	50,0	0						

1- Defina o raio de giro (R)

Analisando a tabela 1, percebe-se que existem alguns valores próximos de período T. Tomando dois furos com T iguais, substitui-se os mesmos na equação (6) para chegar a um valor de raio de giro (R). Os furos tomados foram os de números 4 e 12 (com T igual de 1,557 s) com raios r de 0,4 m e 0,2 m respectivamente.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}}$$

Furo 4: $1,557 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+(0,40)^2}{(9,8)(0,40)}} \Rightarrow R^2 = 0,08071 \Rightarrow R = 0,2841$ m

Furo 12: $1,557 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+(0,20)^2}{(9,8)(0,20)}} \Rightarrow R^2 = 0,08032 \Rightarrow R = 0,2834$

Extraindo a média entre os dois valores extremamente próximos, achou-se que o raio de giro é $R = 0,2837$ m

2- Demonstrar que o Tmín é dado pela equação (7). Além disso, demonstrar as equações (8) e (9)

(Equação 6) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}}$

$$= 2\pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{\frac{1}{2}} \rightsquigarrow \frac{d}{dr}\left(2\pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{1/2}\right)$$

$$= 2\pi\,\frac{1}{2}\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2}\left(\frac{2r}{gr}-\frac{(R^2+r^2)g}{g^2r^2}\right)$$

$$= \pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{2r}{gr}-\frac{(R^2+r^2)g}{g^2r^2}\right)$$

$$= \pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{2r}{gr}-\frac{(R^2+r^2)g}{g^2r^2}\right)=0$$

$$\longrightarrow \frac{2\cancel{r}}{g\cancel{r}}-\left(\frac{(R^2+r^2)\cancel{g}}{g^{\cancel{2}}r^2}\right)=0 \rightarrow \frac{2}{g}=\frac{R^2+r^2}{r^2} \rightarrow 2r^2=R^2+r^2$$

$$r^2=R^2$$

$$* \boxed{R=r}$$

* substituindo na equação 6

$$T=2\pi\sqrt{\frac{R^2+R^2}{gR}}=2\pi\sqrt{\frac{R(R+R)}{gR}}=2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \quad (7)$$

- Demonstração das equações (8) e (9)

Partindo da equação (6) chega-se em:

$$T^2=4\pi^2\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)$$

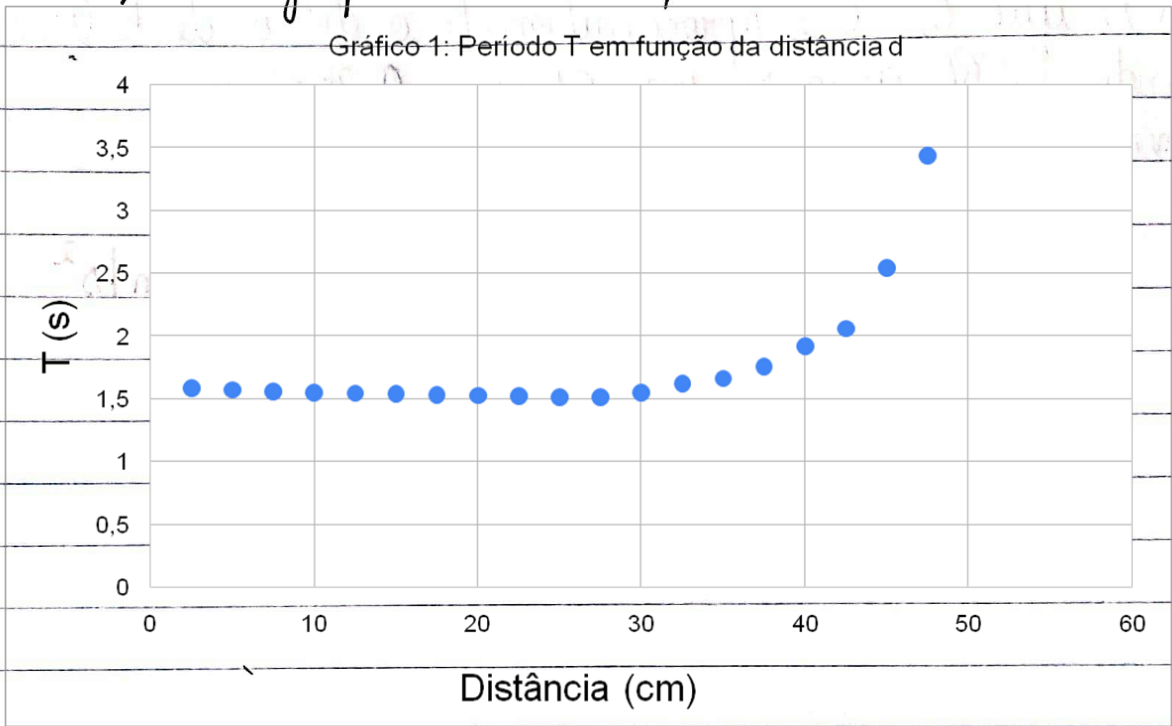
$$T^2gr=4\pi^2(R^2+r^2)$$

$$4\pi^2r^2-T^2gr+4\pi^2R^2=0$$

$$S=-b/a=-(-T^2g)/4\pi^2=r_1+r_2 \quad \text{(equação 8)}$$

$$P=\frac{c}{a}=\frac{4\pi^2R^2}{4\pi^2}=R^2=r_1r_2 \quad \text{(equação 9)}$$

3. a) Faça um gráfico de T em função de d



b) Determine o período mínimo $T_{mín}$ com o qual este pêndulo pode oscilar.

$$T_{mín} = 2\pi \sqrt{\frac{2(0{,}2837)}{9{,}8}} = 1{,}51\ s$$

c) Determine a partir de um determinado período T os valores de r_1 e r_2. A partir de r_1 e r_2 determine o raio de giro R equivalente e a aceleração da gravidade g através das equações (7), (8) e (9). Compare o valor de R e g obtidos nesta questão com o R da questão 1 e $g = 9{,}8\ m/s^2$.

$$4\pi^2 r^2 - (1{,}51)^2(9{,}8) r + 4\pi^2 (0{,}2837)^2 = 0$$

$$4\pi^2 r^2 - 22{,}34\, r + 3{,}177 = 0$$

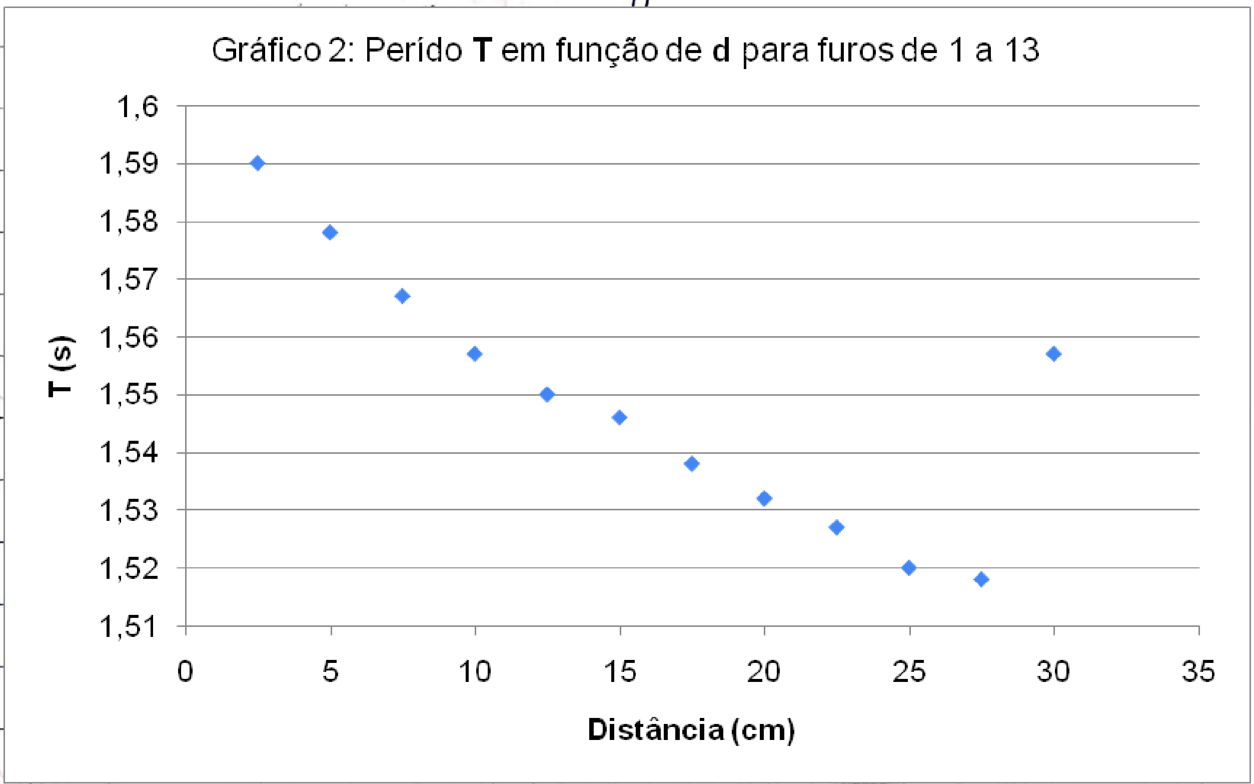
$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-22{,}34)}{4\pi^2} = 0{,}566 \Rightarrow r_1 + r_2$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{3{,}177}{4\pi^2} = 0{,}08047 \rightarrow R^2 = 0{,}08047 = 0{,}2836\ m$$

Comparando o valor de R = 0,2836 com o resultado da soma, conclui-se que 0,566 é aproximadamente o dobro de R. Assim, dividindo 0,566 chega-se em $r_1 = r_2 = 0,2830$ m.

Encontrando a aceleração da gravidade:

$$(1,51)^2 = 4\pi^2 \frac{(2(0,2836))}{g} \rightarrow g = 9,82 \ m/s^2$$



O raio de giro encontrado nesta questão foi de 0,2836 m, enquanto que na questão 1 foi de 0,2837 (tirando a média entre os dois valores para r). Considerando que ambos possuem 3 algarismos iguais, são valores iguais sendo assim. Estes valores próximos tornam o experimento preciso e com poucos erros sistemáticos presentes, o que pode ser justificado pelas diversas repetições realizadas justamente para diminuir erros viciosos. Como o deslocamento angular θ foi mantido constante a um valor pequeno, os valores de tempo não tiveram grandes divergências para cada furo.

Da mesma forma ocorreu para a aceleração da gravidade, onde foi obtido um valor de $g = 9,82\ m/s^2$, com um desvio de 0,20% do valor teórico esperado, ou seja, um valor encontrado satisfatório.

d) Com a massa m da barra e o raio de giro equivalente R determinado a partir do gráfico, calcule o momento de inércia Ic, dado pela equação (5).

$m = 0,421\ Kg$

$R = 0,2836\ m$

$$I_C = MR^2$$

$$I_C = (0,421)(0,2836)^2$$

$$\boxed{I_C = 0,03386\ Kg.m^2}$$

e) Compare o valor do ítem d com aquele esperado teoricamente para uma barra rígida sem os furos

↳ Momento de inércia para barra sem furos: $\frac{mL^2}{12}$

Pelas dimensões, o comprimento $L = 1\ m$ e $m = 0,421\ Kg$

$$I_C = \frac{(0,421)(1)^2}{12} = \boxed{0,03508\ Kg.m^2}$$

A barra sem furos, por se tratar de uma barra homogênea, apresentou momento de inércia maior do que para barra com furos. Isso, levando em consideração os possíveis erros experimentais, ainda é justificável pelo embasamento teórico de que quanto maior for o momento de inércia, maior deve ser a força aplicada para que ocorra rotação, ou seja, é mais difícil girar essa barra (neste caso, a massa foi a mesma e o momento de inércia da barra sem furos não dependeu do raio e sim do comprimento L).

Conclusão

O objetivo do experimento foi alcançado e a análise dos dados obtidos colaborou para uma melhor compreensão do sistema de um pêndulo físico. Manipulando as devidas equações, chegou-se a resultados satisfatórios que permitem avaliar o experimento, de uma forma geral, como preciso e ausente de erros sistemáticos. Os valores encontrados de raio de giro, momento de inércia e aceleração da gravidade foram muito próximos dos resultados esperados, ou seja, o experimento cumpriu com o seu objetivo

Item d) Resultados e discussões

O erro nesse item foi não utilizar o Teorema dos eixos paralelos: sendo assim, no furo 1:

$$I_1 = mR^2 + mr^2$$
$$I_1 = (0{,}421)(0{,}284)^2 + (0{,}421)(0{,}475)^2$$
$$I_1 = 0{,}03396 + 0{,}09499$$
$$\boxed{I_1 = 0{,}129 \ Kg.m^2}$$

O momento de inércia teórico para uma barra presa na extremidade:

$$I = \frac{mL^2}{3} = \frac{(0{,}421)(1)^2}{3} = \boxed{0{,}1403 \ Kg.m^2}$$

Comparando o resultado experimental com o teórico, observa-se grande proximidade entre os valores, o que torna válido o método utilizado.