

Relatório 2 → Pêndulo Físico:

Pêndulo físico é qualquer corpo rígido suspenso por um ponto P, que realiza movimento oscilatório num plano vertical em torno de um eixo horizontal que passa pelo ponto P. É também chamado de pêndulo composto. Ele compreende uma vasta gama de situações reais e não se sujeita às condições quase ideais do pêndulo simples (um caso especial).

Para pequenas oscilações, um pêndulo físico realiza movimentos periódicos (MHS) e seu período é calculado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgr}}$$

I = momento de inércia

m = massa

r = distância do centro de massa ao eixo de suspensão.

Este experimento visa entender o funcionamento prático do pêndulo composto, além de aprender a calcular a aceleração da gravidade e o momento de inércia do corpo a partir do movimento do pêndulo.

Metodologia =

Para este experimento, foram utilizadas uma haste de suspensão, uma barra de metal com furos (o pêndulo físico), cronômetro, um paquímetro, trena e balança digital.

A esquematização do experimento foi a montagem do pêndulo físico ao colocar a barra de metal suspensa na haste por seus furos.

Para cada furo, deslocando a barra em um ângulo pequeno, contabilizou-se o tempo gasto

para 10. oscilações. repetiu-se o procedimento para todos os 20 pontos, mais 4 vezes para cada, visando obter um tempo médio.

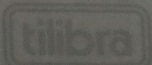
Análise de dados =

Tabela 1:

Número do furo	d(cm)	r(cm)	$t_1(\mu)$	$t_2(\mu)$	$t_3(\mu)$	$t_4(\mu)$	$t_m(\mu)$	T(μ)
1	2,50	47,5	15,586	15,750	15,803	15,779	15,730	1,573
2	5,00	45,0	15,616	15,653	15,547	15,663	15,620	1,562
3	7,50	42,5	15,400	15,422	15,530	15,447	15,450	1,545
4	10,00	40,0	15,119	15,307	15,297	15,180	15,226	1,523
5	12,50	37,5	15,079	15,229	15,141	15,125	15,144	1,514
6	15,00	35,0	14,980	14,963	14,911	14,967	14,955	1,496
7	17,50	32,5	14,852	14,899	14,842	14,692	14,821	1,482
8	20,00	30,0	14,770	14,813	14,774	14,844	14,800	1,480
9	22,50	27,5	14,604	14,742	14,711	14,719	14,694	1,469
10	25,00	25,0	14,877	14,801	14,688	14,718	14,796	1,480
11	27,50	22,5	14,696	14,811	14,899	14,742	14,787	1,479
12	30,00	20,0	15,268	15,054	15,367	15,131	15,206	1,521
13	32,50	17,5	15,426	15,600	15,535	15,600	15,540	1,554
14	35,00	15,0	16,160	16,194	15,815	15,723	15,973	1,597
15	37,50	12,5	17,170	17,127	17,128	17,155	17,145	1,715
16	40,00	10,0	18,193	18,891	18,664	18,256	18,601	1,860
17	42,50	7,5	21,143	20,830	20,850	20,920	20,936	2,094
18	45,00	5,0	24,752	24,696	25,211	24,930	24,897	2,490
19	47,50	2,5	33,752	34,502	34,281	33,586	34,030	3,403
20	50,00	0						

1 = Defina o raio de giro (R):

O raio é dado pela seguinte relação:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g r}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \left(\frac{R^2 + r^2}{g r}\right)$$

$$\frac{R^2 + r^2}{g r} = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$R^2 = \left(\frac{T^2}{4\pi^2} \cdot g r\right) - r^2$$

$$R = \sqrt{\frac{T^2 g r}{4\pi^2} - r^2}$$

considerando os valores de r e T , apresentados na tabela, foi possível calcular o raio de giro para cada furo da barra e o valor médio foi assumido como raio de giro ($R = 0,2695 \text{ m}$)

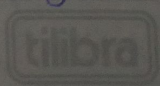
Utiliza-se a média a fim de minimizar erros.

Número do furo	raio de giro (m)	número do furo	raio de giro (m)	número do furo	raio de giro (m)
1	0,258	8	0,271	15	0,275
2	0,266	9	0,268	16	0,276
3	0,267	10	0,271	17	0,276
4	0,265	11 *	0,268	18	0,273
5	0,270	12	0,274	19	0,267
6	0,268	13	0,273	20	
7	0,268	14	0,269		

2 = Demonstre que T_{\min} é dado pela equação (7). Além disso, demonstre (8) e (9).

• Equação (7): $T = 2\pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g r}\right)^{1/2}$ (6)

$$\frac{d}{dr} 2\pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g r}\right)^{1/2} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{R^2 + r^2}{g r}\right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{2r - R^2 + r^2 \cdot g}{g r^2}\right)$$



$$= \tilde{\pi} \cdot \left(\frac{R^2 + \pi^2}{g\pi} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{2\pi}{g\pi} - \frac{R^2 + \pi^2}{g^2\pi^2} \cdot g \right)$$

$$T_{\min} = \tilde{\pi} \cdot \left(\frac{R^2 + \pi^2}{g\pi} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{2\pi}{g\pi} - \frac{R^2 + \pi^2}{g^2\pi^2} \cdot g \right) = 0$$

$$\frac{2\pi}{g\pi} - \frac{(R^2 + \pi^2) \cdot g}{g^2\pi^2} = 0 \Rightarrow \frac{2}{g} = \frac{R^2 + \pi^2}{g\pi^2}$$

$$2\pi^2 = R^2 + \pi^2 \quad \rightarrow \left(\frac{R^2 + \pi^2}{g\pi} \right)^{-1/2} = 0 \quad \rightarrow R^2 + \pi^2 = 0$$

$$R^2 = \pi^2 \Rightarrow R = \pi \quad R = \pi$$

substituindo-se em (6)

$$T_{\min} = 2\tilde{\pi} \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{gR}} = 2\tilde{\pi} \cdot \sqrt{\frac{R(R+R)}{gR}} = 2\tilde{\pi} \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad \#$$

• Equações (8) e (9):

$$T = 2\tilde{\pi} \cdot \sqrt{\frac{R^2 + \pi^2}{g\pi}} \quad \rightarrow T^2 = 4\tilde{\pi}^2 \cdot \left(\frac{R^2 + \pi^2}{g\pi} \right)$$

$$T^2 g\pi = 4\tilde{\pi}^2 (R^2 + \pi^2)$$

$$T^2 g\pi = 4\tilde{\pi}^2 R^2 + 4\tilde{\pi}^2 \pi^2$$

$$4\tilde{\pi}^2 - T^2 g\pi + 4\tilde{\pi}^2 R^2 = 0$$

$$* S = -\frac{b}{a} = \frac{T^2 g\pi}{4\tilde{\pi}^2} = \pi_1 + \pi_2 \quad * P = \frac{c}{a} = \frac{4\tilde{\pi}^2 R^2}{4\tilde{\pi}^2 a} = R^2 = \pi_1 \cdot \pi_2$$

3 = A partir dos dados obtidos, procure explorar o experimento o máximo possível:

a) Faça um gráfico de T em função de d.
Gráfico 1 (em anexo).

b) Ajuste da equação 6 aos valores experimentais, considerando que $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ e determine o período mínimo com o qual este pêndulo pode oscilar ($R = 0,2695 \text{ m}$)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g}} \quad (6) \rightarrow T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$\bullet T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2695}{9,8}} = \boxed{1,473 \text{ s}}$$

c) Determine, a partir de um determinado período T , os valores r_1 e r_2 . A partir de r_1 e r_2 , determine o raio de giro equivalente R e a aceleração da gravidade g , utilizando as equações (7), (8) e (9). Compare o valor R e g obtidos aqui com o R da questão anterior e $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Traçando o gráfico 2 (em anexo), percebe-se que existem pontos em que o período é igual. Para os cálculos, usaremos $d_1 = 40 \text{ cm}$, $T = 1,523 \text{ s}$ e $d_2 = 30 \text{ cm}$, $T = 1,521 \text{ s}$, já que a diferença do período nesses pontos é muito pequena.

sendo d a distância do furo até a extremidade e r a distância do furo até o centro de massa e o comprimento da barra 50 cm , temos:

$$r_1 = 50 - d_1 = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m} \quad r_2 = 50 - d_2 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

Assim, substituindo em (8), utilizando $T = 1,522 \text{ s}$ que é a média dos períodos:

$$r_1 + r_2 = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$(0,4 + 0,2) \cdot 4\pi^2 = (1,522)^2 \cdot g$$

$$\bullet \underline{g = 10,22 \text{ m/s}^2}$$

* Comparando com $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ e $R = 0,2695 \text{ m}$, os valores na questão estão na faixa de erro esperada.

Já na equação (9) =

$$r_1 \cdot r_2 = R^2$$

$$0,4 \cdot 0,2 = R^2$$

$$\bullet \underline{R = 0,2828 \text{ m}}$$

d) Com a massa m da barra e o raio de giro R determinado pelo gráfico, calcule o momento de Inércia I_c equivalente, da (5).

$$I_c = mR^2 \quad m = 423,7 \text{ g} = 0,4237 \text{ kg}$$

$$\bullet I_c = (0,4237) \cdot (0,2828)^2 = \underline{0,03390 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

e) Compare esse valor com o esperado teoricamente para uma barra sem furos.

$$I_c = \frac{1}{12} ML^2 \quad M = 0,4237 \text{ kg} \text{ e } L = 1,0 \text{ m}$$

$$\bullet I_c = \frac{0,4237}{12} = \underline{0,03530 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

O valor encontrado está numa faixa de erro menor de 15%.

conclusão =

concluiu-se que o experimento alcançou-se os objetivos esperados, aprendendo mais sobre o pêndulo físico. Os resultados obtidos por cálculos e gráficos, se aproximaram do esperado pela teoria, atingindo, com êxito, o cálculo de g e I através do movimento do pêndulo composto.

Correção =

O momento de inércia em relação ao furo 1 da barra é calculado a partir do teorema dos eixos paralelos:

$$\rightarrow I_1 = m \cdot R^2 + m \cdot r^2$$

$$\rightarrow I_1 = 0,4237 \cdot (0,2828)^2 + 0,4237 \cdot (0,475)^2 = 0,129 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Já em relação ao eixo de giro na extremidade da barra, o momento de inércia teórico é:

$$I = \frac{m \cdot L^2}{3} = \frac{0,4237 \cdot (1)^2}{3} = 0,141 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Gráfico 1

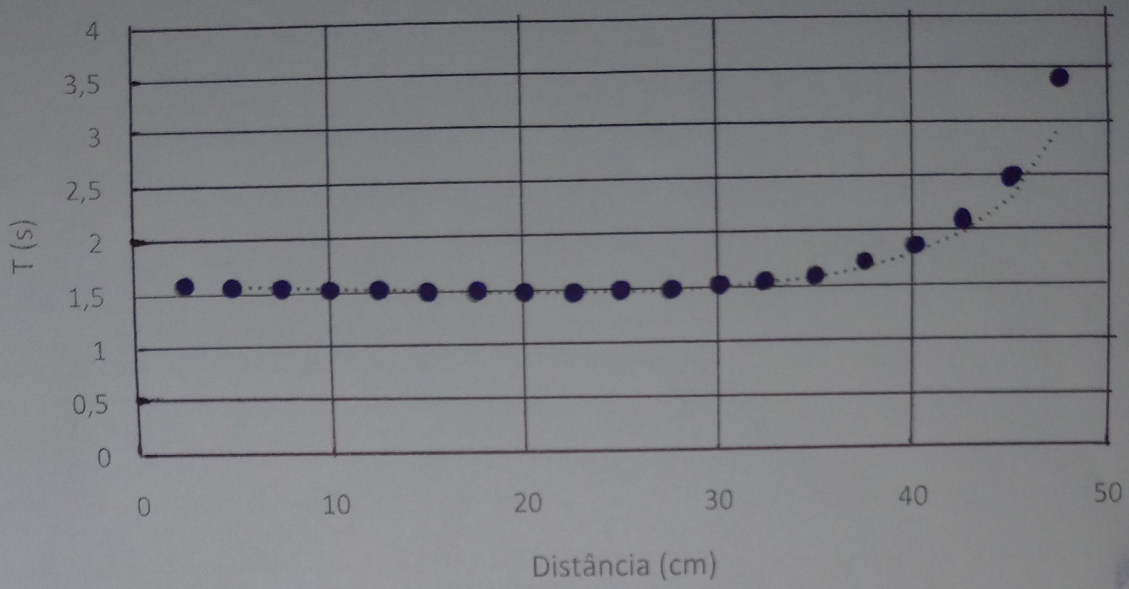


Gráfico 2

