

## Experimento 3 - Corda Vibrante

## Introdução:

O movimento ondulatório é causado pelo transporte de energia e momento, de um ponto a outro do espaço sem transporte de matéria, e isso pode ser visto através da propagação de energia com uma determinada frequência por um fio ou barbante. Quando isso é feito, utilizando um vibrador com frequencímetro e um fio de massa  $M$  e comprimento  $l$ , é observada a formação de ondas estacionárias e nós (região entre duas ondas estacionárias). Isso ocorre através do encontro entre ondas refletidas em uma extremidade e ondas que entram na outra, onde ambas extremidades são fixas, condições que impõem que a onda deve ter nós na sua extremidade. O número de ondas estacionárias e nós varia com a frequência aplicada, o comprimento do fio, massa e a densidade linear do fio. Em nosso experimento são observadas as relações dadas pelas seguintes equações:

$$F = \frac{4\mu l^n f^2}{(p-1)^x} \quad (1) \quad Mg = \frac{4\mu l^n f^2}{(p-1)^x} \quad (2)$$

$$M = \frac{4\mu l^n f^2}{g(p-1)^x} \quad (3)$$

O objetivo do experimento será determinar os expoentes  $n$  e  $x$  da equação acima, além de determinar a densidade linear  $\mu$  para todos os fios utilizados.

## Metodologia

### Materiais utilizados:

- Suporte com soldado
- Vibrador com frequência variável e medidor de frequência
- Massas afiadas
- Balança digital ( $\pm 1\text{g}$ )
- Balança analítica ( $\pm 0,0001\text{g}$ )
- Trena
- 3 fios com densidades diferentes

### Procedimento Experimental:

Fixou-se a soldado e o vibrador, amarrando o fio mais grosso a um comprimento  $L$  de aproximadamente  $1,5\text{m}$ . A frequência utilizada foi de  $30\text{Hz}$ . Iniciando a colita de dedos, determinou-se os valores de massa  $M$  para os quais se obtêm ondas estacionárias com números de nós variando de 2 a 6 (anexados na tabela 2 juntamente com os valores de  $p$ ,  $p-1$ ).

Na segunda parte, variou-se o comprimento  $L$  dos três diferentes fios para valores próximos a  $1,25\text{m}$ ,  $1,00\text{m}$ ,  $0,75\text{m}$  e  $0,50\text{m}$ , onde também determinou-se os valores de massa para os quais 3 nós são obtidos. Os valores de  $L$  e  $M$  foram plotados em outra tabela, incluindo o respectivo valor para  $L = 1,50\text{m}$  obtido anteriormente. Com os seguintes valores obtidos, foi possível determinar experimentalmente o valor da densidade linear  $\mu$  para cada fio utilizando a equação de Taylor:

$$\nu = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad \mu = \frac{M}{L} \quad (4)$$

b) faça os gráficos  $\log M$  versus  $L$  e determine os valores do expoente  $n$  para cada fio.

Novamente, partiu-se da equação (3) e aplicou-se logaritmo em ambos os lados, entretanto, no lugar de  $p-1$  agora se tem o comprimento  $L$ . Assim:

$$M = \frac{4\mu L^n f^2}{g(p-1)^x} \quad (3)$$

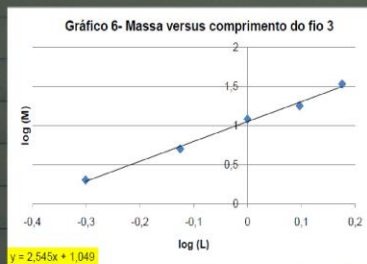
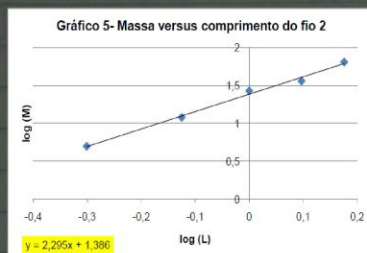
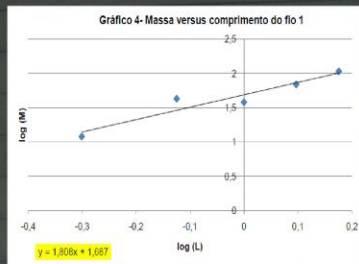
$$\log M = \log L^n + \log \frac{4\mu f^2}{g(p-1)^x} \quad (8)$$

$$\log M = n \cdot \log L + \log \frac{4\mu f^2}{g(p-1)^x} \quad (9)$$

Analogamente ao item a), parece-se que o coeficiente angular da equação da reta será o expoente  $n$  procurado. A partir dos gráficos, então, pode-se extrair os valores de  $n$  para cada fio.

Tabela 2: Valor de massa para  $p$  fixo = 3

$L$ (m) $\pm$ 0,005	$\log L$	$M$ (g) $\pm$ 1					
		fio 1	$\log M$ (fio 1)	fio 2	$\log M$ (fio 2)	fio 3	$\log M$ (fio 3)
1,5	0,176	107	2,02	64	1,81	34	1,53
1,25	0,0969	70	1,85	36	1,56	18	1,26
1,00	0	38	1,58	27	1,43	12	1,08
0,75	-0,125	23	1,36	12	1,08	5	0,699
0,50	-0,301	12	1,08	5	0,699	2	0,301



Assim, os expoentes  $n$  encontrados foram:

$$n_1 = 1,808$$

$$n_2 = 2,295$$

$$n_3 = 2,545$$

Resultados:

a) Faça os gráficos de  $\log M$  versus  $(p-1)$  e determine os valores do expoente  $x$  para cada fio.

A partir da equação (3), aplicando o logaritmo em ambos os lados chega-se em:

$$\log M = \log \frac{4\mu L^n f^2}{g} - \log (p-1)^x \quad (5)$$

$$\log M = -\log (p-1)^x + \log \frac{4\mu L^n f^2}{g} \quad (6)$$

$$\log M = -x \log (p-1) + \log \frac{4\mu L^n f^2}{g} \quad (7)$$

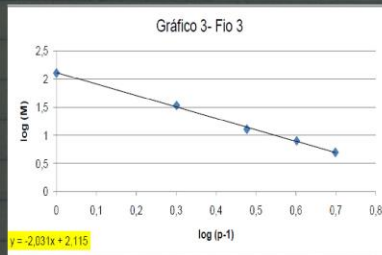
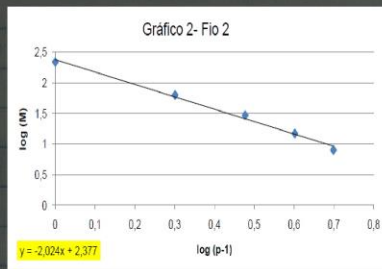
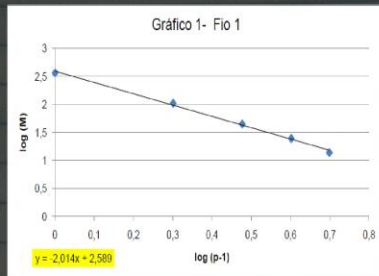
Analisando a equação, uma vez que aplicando o logaritmo chega-se em uma equação da reta cujo  $x$  é o coeficiente angular. Deste modo, extraem-se os coeficientes angulares dos gráficos 1, 2 e 3.

Tabela 1: Valores de massa para  $L$  fixo = 1,50 m

p	p-1	log (p-1)	M(g) ± 1					
			fio 1	log M <sub>(fio 1)</sub>	fio 2	log M <sub>(fio 2)</sub>	fio 3	log M <sub>(fio 3)</sub>
2	1	0	389	2,58	218	2,34	130	2,11
3	2	0,301	107	2,02	64	1,81	34	1,53
4	3	0,4771	45	1,65	30	1,47	13	1,11
5	4	0,602	25	1,39	15	1,17	8	0,903
6	5	0,6989	14	1,14	8	0,90	5	0,699

Os gráficos a seguir foram feitos na escala di-log e apresentam as respectivas equações de reta.

lilbra



Assim, os expoentes  $X$  encontrados foram:

$$X_1 = 2,014$$

$$X_2 = 2,024$$

$$X_3 = 2,031$$

Comparando os resultados em a) e b) :

fio 1: Ambos são próximos de 2, com uma diferença de aproximadamente 0,206. Considera-se, portanto, que foram valores precisos pela proximidade entre ambos.

fio 2: A diferença entre os dois expoentes foi de 0,271 aproximadamente. Ambos também se aproximaram de 2 embora a diferença seja maior, o que não invalida a precisão.

fio 3: Os valores foram mais divergentes com diferença de 0,514 aproximadamente. O valor n foi o maior, provavelmente devido a um erro sistemático uma vez que os valores restantes aproximam-se de 2 e este foi o que mais se distorceu.

Comparando somente para a parte a), foram três valores extremamente próximos com um desvio considerável em torno de 0,00698. Já para a parte b), foi obtido um desvio de 0,306 (um desvio maior, justificável pelo fato de possíveis erros sistemáticos durante o experimento).

d) A partir do valor de densidade estimada para o fio 1 ( $\mu_1$ ), considerando  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e utilizando-se da expressão 1 determine as densidades ( $\mu_2$  e  $\mu_3$ ) dos outros dois fios, assim como a frequência do vibrador. Compare com os valores já obtidos no item d) da parte experimental.

Tabela 3: Valores de massa e comprimento dos fios

Fio	Massa M do fio (g) $\pm 0,0001$	Comprimento L do fio (m) $\pm 0,005$
1	1,1218	1,866
2	0,6605	1,845
3	0,4039	1,945

Experimentalmente, determinam-se os valores de  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  utilizando a equação de Taylor (4) que relaciona a velocidade de propagação dos ondas com a força de tensão aplicada e a densidade linear do fio/corda. Assim:

$$\mu_1 = 0,601 \pm 0,0016 \text{ g/m}$$

$$\mu_2 = 0,358 \pm 0,00097 \text{ g/m}$$

$$\mu_3 = 0,208 \pm 0,00054 \text{ g/m}$$

Comente pela análise dos valores, pode-se concluir precisamente que o fio 1 é o mais denso entre os 3 utilizados. A partir de  $\mu_1 = 0,601$  e da equação (6) determinou-se o valor da frequência para que, substituindo o valor da mesma na equação, chegue aos valores teóricos  $\mu_2$  e  $\mu_3$ .

$$\log M = -\log (p-1)^2 + \log \frac{4\mu L^n f^2}{g}$$

Nessa caso, o que nos importa é apenas o coeficiente linear, ou seja, apenas

$$\log \frac{4\mu L^n f^2}{g}$$

Portanto:

$$\log M = \log \frac{4\mu L^n f^2}{g}$$

$$\log 369 = \log \frac{4 \cdot 0,601 \cdot 1,5^{1,508} \cdot f^2}{9,8} \Rightarrow 2,57 = \log 0,5106 f^2$$

$$10^{2,57} = 0,5106 f^2 \Rightarrow f^2 = \frac{371,53}{0,5106} \Rightarrow f = 26,9 \text{ Hz}$$



Substituindo o valor da frequência encontrada na mesma equação (6), obtiveram-se os valores teóricos  $\mu_2$  e  $\mu_3$ .

$$\mu_2 = 0,291 \text{ g/m}$$

$$\mu_3 = 0,157 \text{ g/m}$$

Comparando os valores, experimentais e teóricos, nota-se que  $\mu_2$  experimental distanciou-se em 0,067 (um desvio aproximado de 0,0335) do valor teórico e  $\mu_3$  experimental distanciou-se em 0,051 (desvio aproximado de 0,0255, exatamente metade do desvio para o fio 2) do valor teórico.

Com relação à frequência, a mesma encontrada teoricamente foi menor do que a utilizada em uma diferença considerável.

### Conclusão

O experimento realizado teve como objetivo o estudo do fenômeno de ressonância e a formação de ondas estacionárias. A partir dos resultados podemos concluir que, primeiramente, teve-se uma grande precisão pois foi observado que os resultados empíricos se assemelham com os teóricos.

Também observamos que as discrepâncias entre os resultados foram devidas aos erros sistemáticos inerentes aos equipamentos, além disso é possível perceber que conforme a massa do fio diminuiu, a exatidão na determinação dos expoentes também decresce, acreditamos que pelo fato de ser necessário equipamentos mais precisos.

Portanto podemos concluir que pelos motivos já citados e pelo estudo das equações utilizadas o objetivo alcançado com exatidão aceitável.