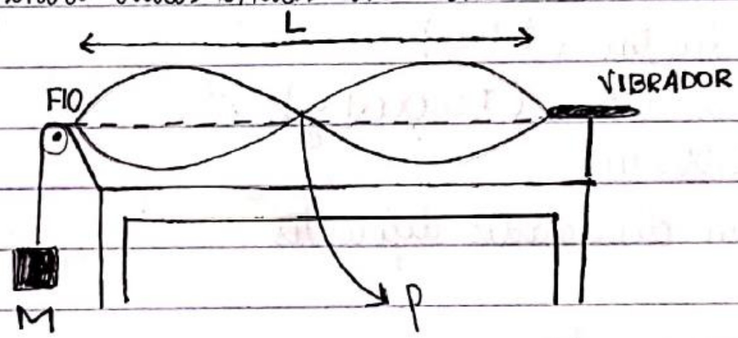
João Guilherme Camargo
Nº USP: 11274507

Experimento 3 - Corda Vibrante

Introdução

O movimento ondulatório é causado pelo transporte de energia e movimento, de um ponto a outro do espaço sem transporte de matéria, e isso pode ser visto através da passagem de energia com uma determinada frequência por um fio ou barbante. Quando isso é feito, utilizando um vibrador com frequencímetro e um fio de massa M e comprimento L, é observado a formação de ondas estacionárias e nós (regiões entre duas ondas estacionárias).



Isso ocorre através do encontro entre ondas refletidas em uma extremidade e ondas geradas na outra, onde ambas as extremidades são fixas, condição que impõe a onda deve ter nós na sua extremidade. O número de ondas estacionárias e nós variam com a frequência aplicada, o comprimento do fio, massa e a densidade linear do fio. Nesse experimento são observadas as relações dadas pela seguinte equação:

$$F = \frac{4\mu L^n f^2}{(p-1)^x} \qquad (1)$$

$$Mg = \frac{4\mu L^n f^2}{(p-1)^x} \qquad (2)$$

$$M = \frac{4\mu L^n f^2}{g(p-1)^x} \qquad (3)$$

(/ /)

O objetivo do experimento será determinar os expoentes n e x da equação acima, além de determinar a densidade linear μ para todos os fios utilizados.

Metodologia

Materiais utilizados:

- suporte com roldana;
- Vibrador com frequência variável e medidor de frequência;
- massas aferidas;
- Balança digital (± 1 g.);
- Balança analítica ($\pm 0{,}0001$ g.);
- Trena ($\pm 0{,}005$ m);
- 3 fios com densidades diferentes

Procedimento Experimental

Fixou-se a roldana e o vibrador, amarrando o fio mais grosso a um comprimento L de aproximadamente 1,5 metros. A frequência utilizada foi de 30Hz. Iniciando a coleta de dados, determinou-se os valores de massa M para os quais se obtém ondas estacionárias com número de nós variando de 2 a 6 (anotados na tabela 1 juntamente com os valores de p, $p-1$).

Na segunda parte, variou-se o comprimento L dos três fios para valores próximos a 1,25 m, 1,00 m, 0,75 m e 0,50 m, onde também determinou-se os valores de massa para os quais 3 nós são obtidos. Os valores de L e M foram plotados em outra tabela, incluindo o respectivo valor para $L = 1{,}50$ m obtido anteriormente. Com os seguintes valores obtidos, foi possível determinar experimentalmente o valor da densidade linear μ para cada fio utilizando a equação de Taylor:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad , \quad \mu = \frac{M}{L} \qquad (4)$$

μ = densidade linear

v = velocidade

F = tensão (N)

M = massa (Kg)

L = comprimento (m)

Resultados

a) Faça os gráficos di-log de M versus p-1 e determine os valores do expoente x para cada fio.

A partir da equação (3), aplicando o logaritmo em ambos os lados chega-se em:

$$\log M = \log \frac{4\mu L^n f^2}{g} - \log (p-1)^x \qquad (5)$$

$$\log M = -\log (p-1)^x + \log \frac{4\mu L^n f^2}{g} \qquad (6)$$

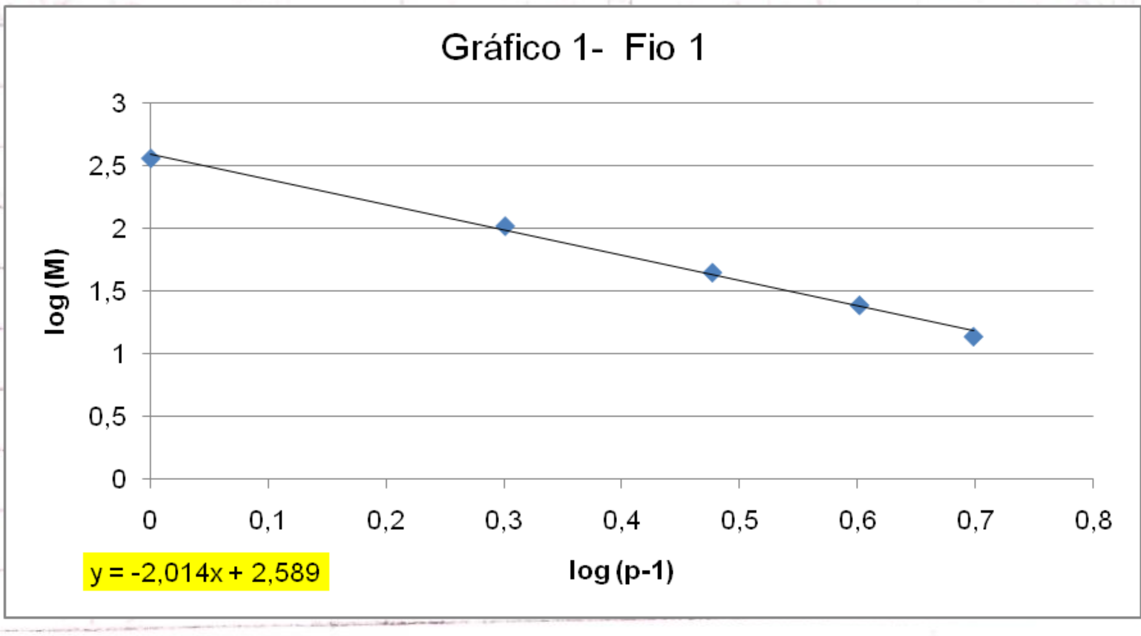
$$\log M = -x \log (p-1) + \log \frac{4\mu L^n f^2}{g} \qquad (7)$$

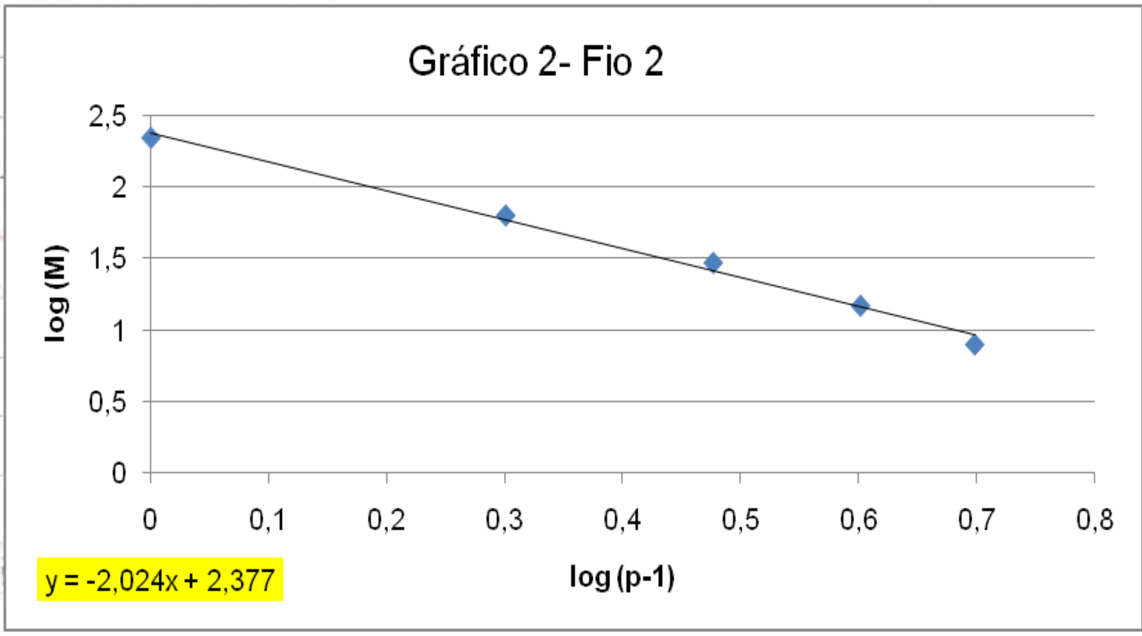
Analisando a equação 7, uma vez que aplicando o logaritmo chega-se em uma equação comparada à equação reduzida da reta, o coeficiente angular -x será o expoente x. Desse modo, extraiu-se os coeficientes angulares dos gráficos 1, 2 e 3.

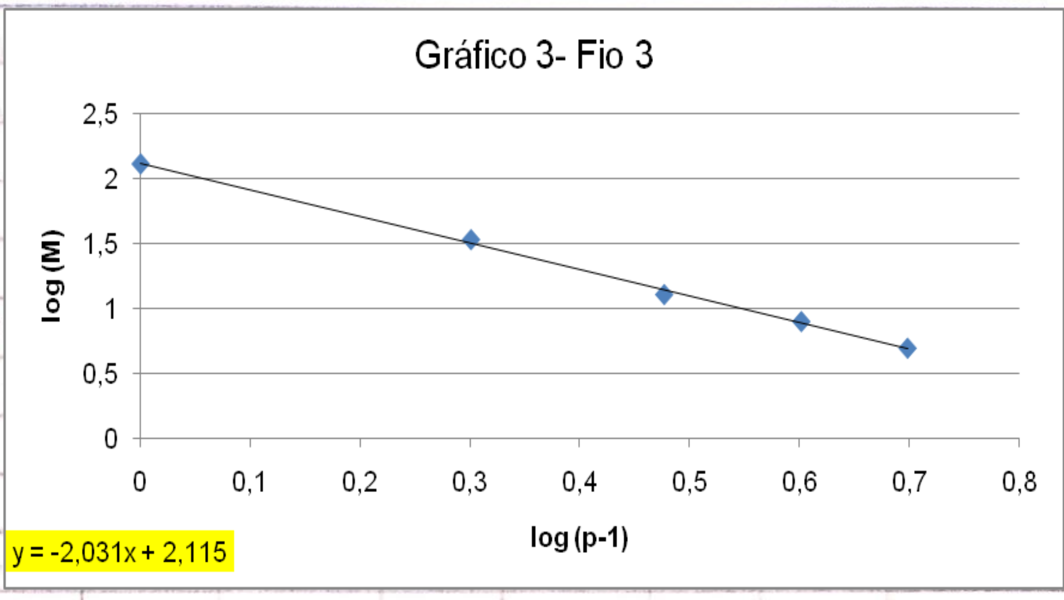
Tabela 1: Valores de massa para L fixo = 1,50m

			M (g) ± 1					
p	p - 1	Log p-1	fio 1	log M_{fio_1}	fio 2	log M_{fio_2}	fio 3	log M_{fio_3}
2	1	0	369	2,56	218	2,34	130	2,11
3	2	0,301	107	2,02	64	1,81	34	1,53
4	3	0,477	45	1,65	30	1,47	13	1,11
5	4	0,602	25	1,39	15	1,17	8	0,903
6	5	0,699	14	1,14	8	0,90	5	0,699

Os gráficos a seguir foram feitos na escala di-log e apresentam as respectivas equações de reta







Assim, os expoentes x encontrados foram:

$x_1 = 2{,}014$

$x_2 = 2{,}024$

$x_3 = 2{,}031$

b) Faça os gráficos di-log de M versus L e determine os valores do expoente n para cada fio.

Novamente, partiu-se da equação (3) e aplicou-se logaritmo em ambos os lados, entretanto, no lugar de p-1 agora tem o comprimento L. Assim:

$$M = \frac{4\mu L^n f^2}{g(p-1)^x} \qquad (3)$$

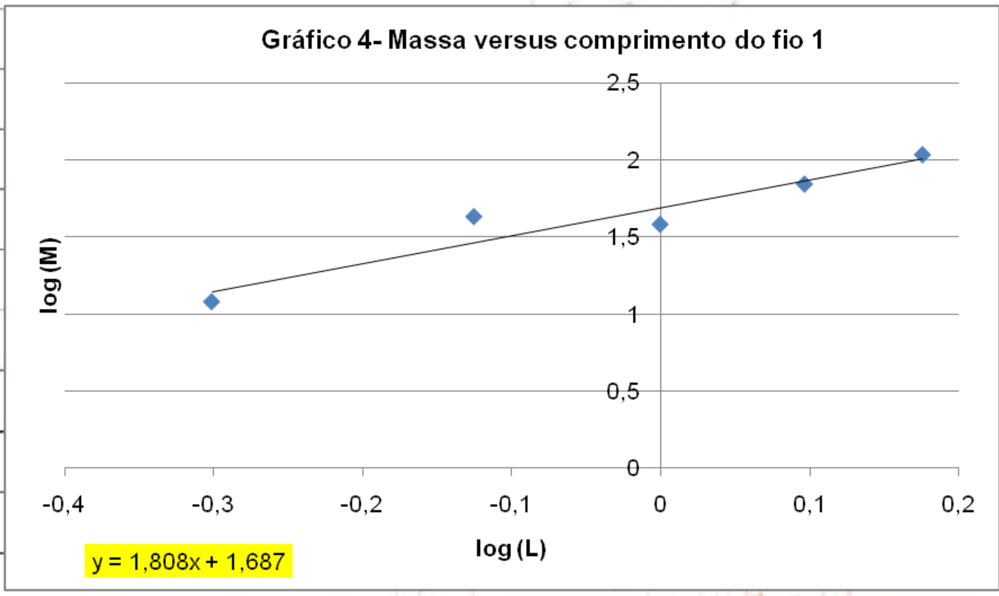
$$\log M = \log L^n + \log \frac{4\mu f^2}{g(p-1)^x} \qquad (8)$$

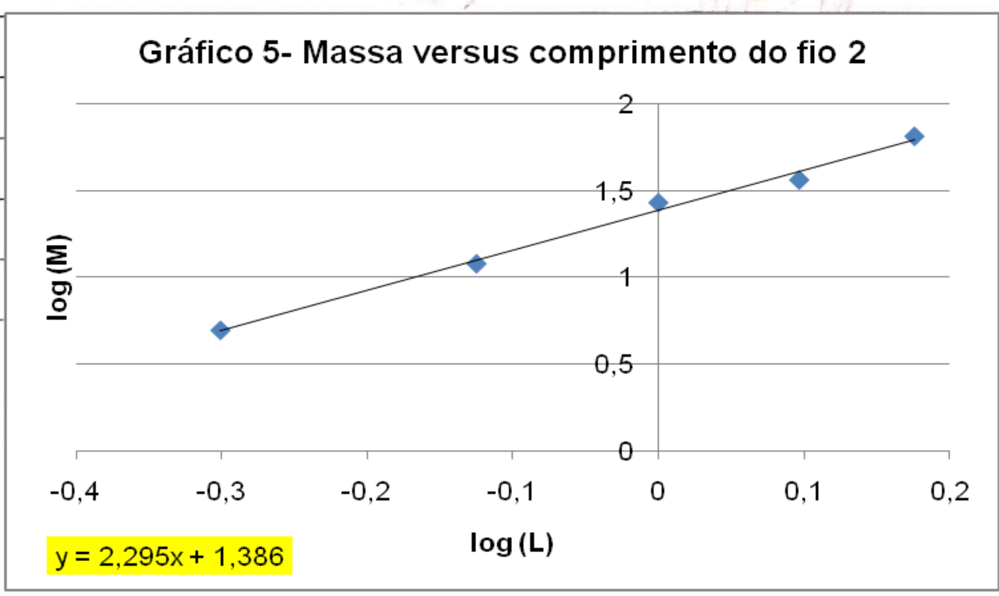
$$\log M = n \log L + \log \frac{4\mu f^2}{g(p-1)^x} \qquad (9)$$

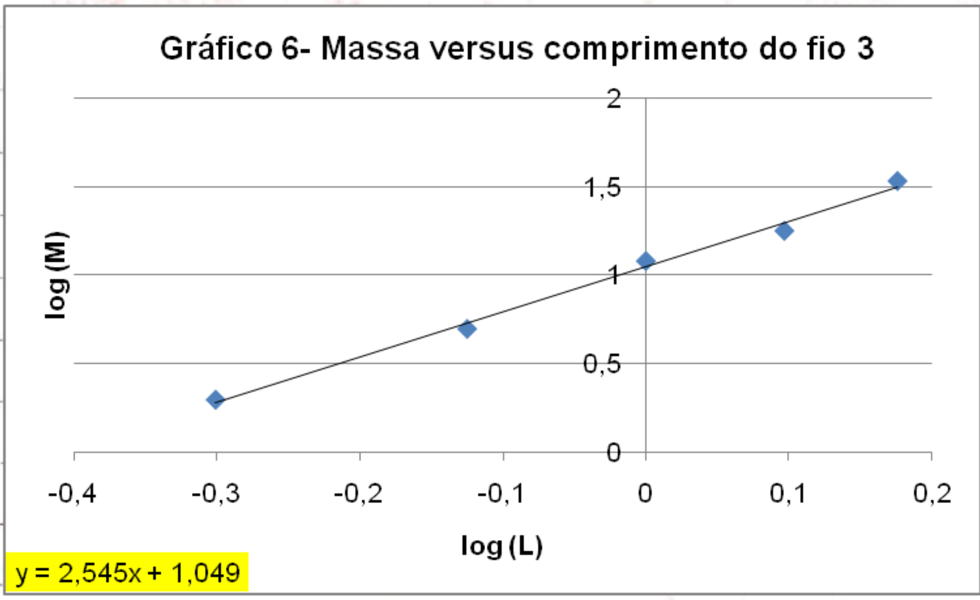
Analogamente ao ítem a) percebe-se que o coeficiente angular da equação da reta será o expoente n procurado. A partir dos gráficos, então, pode-se extrair os valores de n para cada fio.

		M (g) ± 1					
L (m) ± 0,005	log L	fio 1	$\log M_{fio\,1}$	fio 2	$\log M_{fio\,2}$	fio 3	$\log M_{fio\,3}$
1,50	0,176	107	2,02	64	1,81	34	1,53
1,25	0,0969	70	1,85	36	1,56	18	1,26
1,00	0	38	1,58	27	1,43	12	1,08
0,75	-0,125	23	1,36	12	1,08	5	0,699
0,25	-0,301	12	1,08	5	0,699	2	0,301

Tabela 2: Valores de massa para p fixo = 3







Assim, os expoentes n encontrados foram:

$n_1 = 1{,}808$

$n_2 = 2{,}295$

$n_3 = 2{,}545$

Comparando os resultados obtidos em a) e b)

Fio 1: Ambos os expoentes são valores próximos de 2, com uma diferença de aproximadamente 0,206. Considera-se, portanto, que foram valores precisos pela proximidade entre ambos.

Fio 2: A diferença entre os dois expoentes foi de aproximadamente 0,271. Os dois valores se aproximaram de 2, embora a diferença seja maior (o que não invalida a precisão).

Fio 3: Os valores de x e n foram mais distantes, com diferença de 0,514 aproximadamente. O valor de n foi o maior, possivelmente devido a erros sistemáticos uma vez que todos os valores se aproximaram e n_3 foi o que mais se distanciou.

Comparando somente na parte a, foram 3 valores extremamente próximos com um desvio considerável em torno de 0,00698. Já para a parte b, foi obtido um desvio de 0,306 (um desvio maior, justificável pelo fato de possíveis erros sistemáticos durante o experimento)

d) A partir do valor de densidade estimada para o fio 1 (μ_1) considerando $g = 9,8\ m/s^2$ e utilizando-se da expressão 1 determine as densidades (μ_2 e μ_3) dos outros dois fios, assim como a frequência do vibrador. Compare com os valores já obtidos no item d) na parte experimental.

Tabela 3: Valores de massa e comprimento dos fios

Fio	Massa M do fio (g) $\pm 0,0001$	Comprimento L (m) do fio $\pm 0,005$
1	1,1218	1,866
2	0,6605	1,845
3	0,4039	1,945

Experimentalmente, determinou-se os valores μ_1, μ_2 e μ_3 utilizando a equação de Taylor (4) que relaciona a velocidade de propagação das ondas com a força de tensão aplicada e a densidade linear do fio / corda. Logo:

$$\mu_1 = 0,601 \pm 0,0016\ g/m$$

$$\mu_2 = 0,358 \pm 0,00097\ g/m$$

$$\mu_3 = 0,208 \pm 0,00054\ g/m$$

Somente pela análise dos valores, pode-se concluir previamente que o fio 1 é o mais denso entre os 3 utilizados. A partir de $\mu_1 = 0,601$ e da equação (6), determinou-se o valor da frequência para que, substituindo o valor da mesma na equação chegasse aos valores teóricos μ_2 e μ_3.

$$\log M = -\log(p-1)^x + \log \frac{4\mu L^n f^2}{g}$$

Nesse caso, o que nos importa é apenas o coeficiente linear, ou seja, apenas

$$\log \frac{4\mu L^n f^2}{g}$$

Portanto:

$$\log M = \log\left(\frac{4\mu L^n f^2}{g}\right)$$

$M = 369\ g$
$L = 1,5\ m$
$g = 9.8\ m/s^2$
$\mu_1 = 0,601\ g/m$
$n_1 = 1,808$

$$\log 369 = \log\left(\frac{4 . 0,601 . 1,5^{1,808} . f^2}{9,8}\right)$$

$$2,57 = \log(0,5106 f^2)$$

$$10^{2,57} = 0,5106 f^2$$

$$f^2 = \frac{371,53}{0,5106}$$

$$f = 26,9\ Hz$$

Substituindo o valor da frequência encontrada na mesma equação (6), obtive-se os valores teóricos μ_2 e μ_3:

$\mu_2 = 0,291\ g/m$

$\mu_3 = 0,157\ g/m$

Comparando os valores, experimentais e teóricos, nota-se que μ_2 experimental distanciou-se em 0,067 (um desvio em torno de 0,0355) do valor teórico. Já μ_3 experimental distanciou-se em 0,051 (desvio aproximado de 0,0255, exatamente metade do desvio para o fio 2) do valor teórico. Com relação à frequência, o valor esperado era de 30 Hz, enquanto que o encontrado foi de 26,9, consideravelmente próximo.

Conclusão

O objetivo do experimento foi alcançado e, através da análise gráfica e manipulação das devidas equações, observou-se a relação direta entre massa M e comprimento L e a relação inversa entre massa e p-1. Pelos valores encontrados para a densidade linear, notou-se que o fio 1 é o mais denso e, uma vez que possuía maior massa e maior comprimento ∴ tratando-se de uma relação diretamente proporcional, o fio 3 com menor massa também possuía menor comprimento (consequentemente, menor μ).

Através deste estudo, foi possível compreender os fenômenos e influências das diferentes grandezas em um sistema de ondas estacionárias mecânicas.