Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto
Física Experimental 2 - Ondas, Fluidos e Termodinâmica
Experiência - Pêndulo Físico

Nome: Mônica Biller da Silva 10348772

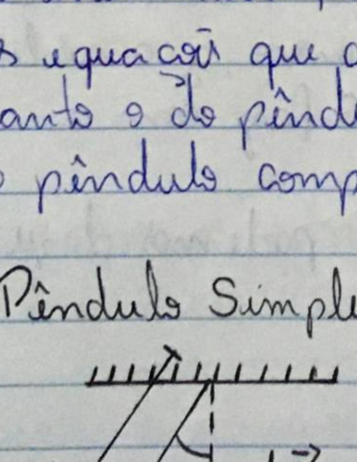
1. Objetivos

Os objetivos deste experimento são principalmente entender o funcionamento de um pêndulo composto, relacioná-lo com o pêndulo simples, determinar a aceleração da gravidade e o momento de inércia do corpo.

2. Introdução

Pêndulo físico, conhecido também por pêndulo composto, consiste em qualquer corpo rígido (com qualquer forma), suspenso por um ponto O e que pode girar livremente em torno deste ponto, formando um eixo de rotação que não passa pelo seu centro de massa. Já um pêndulo simples é um modelo simplificado composto por um corpo pontual, preso a um fio inextensível, o qual produzirá um movimento periódico.
As equações que descrevem o período tanto do pêndulo simples quanto o do pêndulo composto e as que descrevem o movimento do pêndulo composto são:

• Pêndulo Simples



O período de um pêndulo simples (tempo que leva para ele realizar uma oscilação completa) sendo l o comprimento do fio e g a aceleração da gravidade, é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{equação 1}$$

• Pêndulo Físico

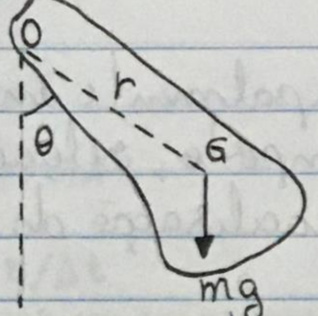


figura 2 - representação de um pêndulo físico

Para pêndulos compostos, o movimento de oscilação é descrito pela equação abaixo:

$$I, \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgr. \sin \sin\theta \quad \text{equação 2}$$

Sendo que I é o momento de inércia do sólido em relação ao eixo de suspensão O, m é a massa do sólido, r a distância do centro de massa G do sólido ao eixo de suspensão, g a aceleração da gravidade e θ o ângulo que o segmento OG faz com a vertical.

Para oscilações pequenas, ou seja, θ's pequenos podemos dizer que $\sin\theta \approx \theta$, então:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-mgr\theta}{I} \quad \text{equação 3}$$

E o período deste movimento é dado pela equação abaixo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} \quad \text{equação 4}$$

Pelo Teorema dos eixos paralelos é possível relacionar I com o momento de inércia em relação ao centro de massa (Icm), de modo de $I_{cm} = m + R^2$, sendo R o raio de giro. Teremos então a equação:

$$I = mr^2 + mR^2 \quad \text{equação 5}$$

Em que mR^2 é o momento de inércia da barra em relação ao seu próprio centro de massa, e este é constante em todo exp.

Substituindo a equação 5 na equação 4, temos outra equação do período dada por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^2 + R^2}{gr}} \quad \text{equação 6}$$

Agora, se derivarmos a equação 6 em relação à r, teremos a equação do período mínimo dada por:

$$T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \quad \text{equação 7}$$

Ainda manipulando a equação 6, se elevarmos ao quadrado, teremos uma equação de segundo grau em r, tal que suas raízes r1 e r2 têm as seguintes propriedades:

$$r_1 + r_2 = \frac{gT^2}{4\pi^2} \quad \text{equação 8} \quad , \quad r_1 \cdot r_2 = R^2 \quad \text{equação 9}$$

3. Materiais e Métodos

3.1 Materiais e Instrumentos

- Haste de suspensão;
- Barra de metal com furos usada como pêndulo físico;
- Balança
- Goniômetro
- Trena

3.2 Métodos

A montagem do pêndulo composto foi feita com uma barra de metal na haste de suspensão no ponto enumerado como 1. Assim, foi medida a distância da extremidade de referência (até o centro de massa, que era o ponto 20 da barra de metal) e o tempo do sistema para realizar 10 oscilações. (obs.: o ângulo usado não é importante já que este deve ser pequeno o bastante para considerarmos sen a = a). Isso foi repetido 4 vezes para calcularmos a média desses e termos uma maior certeza dos dados coletados. Além disso foi calculado o período médio de cada oscilação para esse experimento. Dessa maneira, essa parte do exp. foi refeita em todos os pontos enumerados até o 20.

4. Resultados e Discussões

4.1 Definindo o raio de giro

n	d(cm)	r(cm)	t_1(s)	t_2(s)	t_3(s)	t_4(s)	t_5(s)	t_m(s)	T(s)
1	2,5	47,5	15,69	15,54	15,44	15,62	15,50	15,55	1,555
2	5,1	45,0	15,20	15,13	15,17	15,21	15,19	15,18	1,518
3	7,5	42,5	15,48	15,55	15,60	15,51	15,63	15,55	1,555
4	10	40	15,36	15,46	15,50	15,43	15,33	15,41	1,541
5	12,5	37,5	15,31	15,44	15,52	15,40	15,48	15,43	1,543
6	15	35	15,13	15,21	15,18	15,15	15,24	15,18	1,518
7	17,5	32,5	15,21	15,35	15,29	15,26	15,30	15,28	1,528
8	20	30	15,26	15,21	15,18	15,15	15,25	15,21	1,521
9	22,5	27,5	15,37	15,49	15,45	15,42	15,39	15,42	1,542
10	25	25	15,15	15,29	15,25	15,32	15,27	15,25	1,525
11	27,5	22,5	15,15	15,10	15,30	15,38	15,35	15,25	1,525
12	30	20	15,39	15,37	15,40	15,27	15,44	15,36	1,536
13	32,5	17,5	15,88	15,84	15,77	15,80	15,82	15,82	1,582
14	35	15	16,95	16,23	16,26	16,28	16,30	16,40	1,640
15	37,5	12,5	17,95	17,18	17,30	17,25	17,20	17,37	1,737

16	40	10	18,93	18,85	18,83	18,74	18,70	18,81	1,881
17	42,5	7,5	21,95	21,20	21,34	21,30	21,34	21,42	2,142
18	45,0	5,1	25,24	25,47	25,26	25,30	25,38	25,33	2,533
19	47,5	2,5	34,58	34,31	34,36	34,42	34,39	34,41	3,441
20	50	0	—	—	—	—	—	—	—

Tabela 1 - períodos e tempos de 10 oscilações do pêndulo físico

O raio de giro (R) é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)$$

Utilizaremos os furos 1, 2 e 3 para calcular o raio de giro através da fórmula

(1) $1,555 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+(0,475)^2}{9,8\cdot 0,475}} \rightarrow 0,015 = \frac{R^2+0,225}{9,8\cdot 0,475} = R = 0,2454\ m$

(2) $1,518 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+(0,450)^2}{9,8\cdot 0,450}} \rightarrow 0,014 = \frac{R^2+0,202}{9,8\cdot 0,450} = R = 0,2343\ m$

(3) $1,555 = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+(0,425)^2}{9,8\cdot 0,425}} \rightarrow 0,015 = \frac{R^2+0,180}{9,8\cdot 0,425} = R = 0,2439\ m$

Fazendo a média dos valores podemos encontrar $R = 0,2412\ m$ dos valores próximos.

4.2 Demonstrando que o T_{min} é dado pela equação (7)

Fazendo $\frac{dI}{dr}$ na equação 6, obtemos $\frac{dI}{dr} = \pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}}\left(\frac{r^2-R^2}{gr^2}\right)$

$\frac{dI}{dr} = 0 \quad \frac{r^2+R^2}{gr^2} = 0 \quad r = R$, assim $T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$

Obtenção das equações 8 e 9 a partir da equação 6

Elevando ao quadrado a equação 6 temos uma equação de segundo grau em r $T^2 = 4\pi^2 \left(\frac{R^2 + r^2}{gr}\right)$

$$T^2 g r = 4\pi (R^2 + r^2)$$
$$4\pi^2 r^2 - T^2 g r + 4\pi^2 R^2 = 0$$

$$x = \frac{-b}{a} \rightarrow \frac{-(-Tg)}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \quad eq(8)$$

$$y = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{\cancel{4\pi^2} R^2}{\cancel{4\pi^2}} = R^2 = r_1 . r_2 \quad eq(9)$$

4.3 Determinação do Tmin com o qual o pêndulo pode oscilar

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{2.(0,2412)}{9,8}} \Rightarrow 1,387$$

4.4 Determinação de r_1 e r_2 a partir de um T; o raio de giro (R); e a aceleração da gravidade (g).

$$r_1 + r_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \rightarrow r_1 + r_2 = 0,675$$

$$r_1 . r_2 = R^2 \rightarrow R = 0,325 \, m$$

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \rightarrow 1,557 s = 2\pi \sqrt{\frac{2.0,32}{g}} = 11,23 \, m/s^2$$

Comparando-se os valores de raio de giro obtidos, o anterior igual a 0,24 e o último igual a 0,32, nota-se uma diferença pequena, mas considerável.

4.5 Cálculo do momento de inércia (I_c) equivalente e comparando os valores da teoria.

$m = 0,421\ kg$ $\qquad$ $I_c = MR^2$

$R = 0,3245\ m$ $\qquad$ $I_c = 0,421 \cdot (0,3245)^2 = 0,044\ kg \cdot m^2$

$$I_c = \frac{1}{12} mL^2 \rightarrow I_c = \frac{0,421 \cdot (1)^2}{12} = 0,035\ kg \cdot m^2$$

Gráfico 1 - d(cm) x T(s)

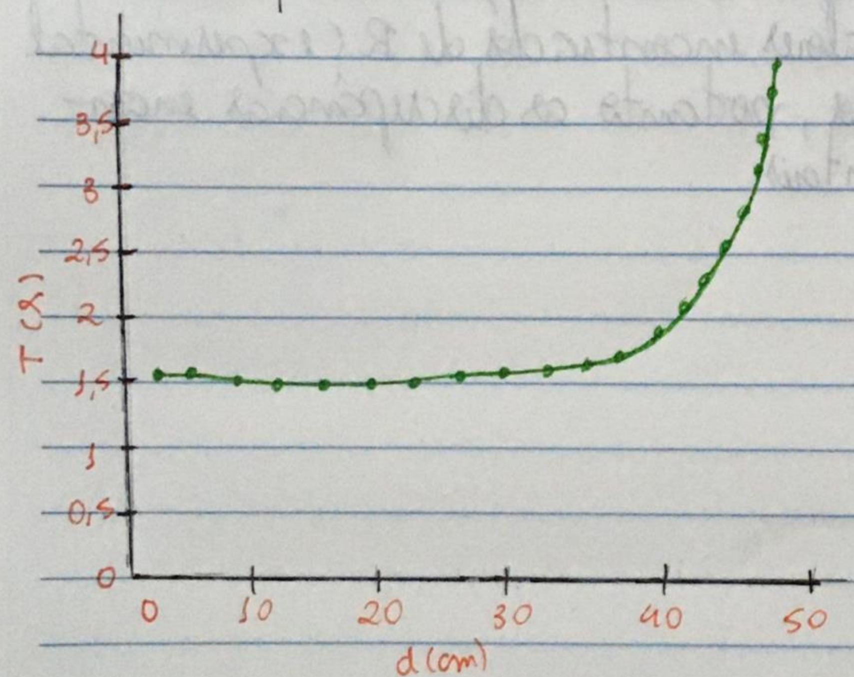
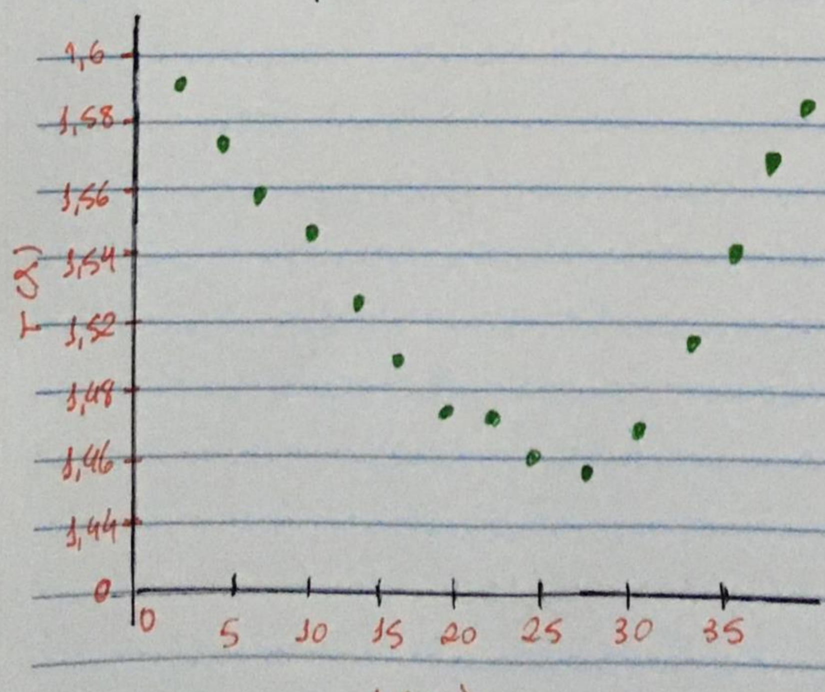


Gráfico 2 - d(cm) x T(s)



5. Conclusão

Podemos concluir que no experimento do pêndulo físico, de acordo com o aparato construído obtivemos diferentes períodos conforme mudamos a distância em relação ao centro de massa. Este aparato configura uma relação exponencial, ou seja, conforme aumentamos a distância do centro, menor é o período. Nesse contexto, observamos também que, quanto mais próximo do centro de massa, maior a tendência do pêndulo ficar em equilíbrio. Além disso, podemos ver que os valores encontrados de R (experimental e teoricamente) são próximos, portanto as discrepâncias encontradas são erros experimentais.