



Experimento II

Introdução:

Quando estudando sobre o movimento harmônico simples (MHS), podemos incluir o pêndulo físico como ferramenta para observar esse fenômeno. O pêndulo físico realiza um movimento periódico, agindo sobre este sistema a força gravitacional. O sistema é constituído por um sólido que pode rotacionar preso a um eixo, quando lançamos este sólido a partir de um ângulo θ ele inicia um movimento periódico. Diferente do pêndulo simples, onde apenas a extensão do fio e a massa pendurada influenciam no período, o pêndulo físico é influenciado pelo momento de inércia (I) em relação ao eixo O (eixo de rotação), a massa do sólido, a distância entre o ponto O (centro de massa) até o eixo de suspensão (λ), e a altura da gravidade e o ângulo θ pelo qual o corpo é solto e inicia sua trajetória. (θ é em relação a OG e a vertical).

Quando o valor de θ for pequeno (normalmente menor que 10°), podemos considerar que $\sin\theta \approx \theta$ neste caso temos:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mg\lambda}{I} \sin\theta$$

O período deste pêndulo é calculado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\lambda}}$$

Teorema de Steiner: $I = I_c + m\lambda^2$

I = momento de inércia | $I_c = m \cdot R^2$ (R = raio de giro)

I_c = momento de inércia quando G é igual a O

m = massa do sólido

λ = distância entre O e G

$I = m \cdot R^2 + m\lambda^2 \rightarrow$ período pode ser representado como função do raio

$$\hookrightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + \lambda^2}{g \cdot \lambda}} \rightarrow \text{elevando} \rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

os quadrados

$$\lambda_1 \lambda_2 = R^2$$



Metodologia

Os materiais necessários são: haste de metal, régua, balança, paquímetro, cronômetro e computador.

Inicialmente, mede-se as dimensões da haste que será utilizada como pêndulo. Em seguida, com o auxílio do paquímetro e régua, são medidas as distâncias da 30ª pumma fixa até a extremidade mais próxima.

Após as medidas serem efetuadas, o pêndulo é pendurado pelo 1º furo, posicionado com ângulo θ em relação à vertical e solto, a partir disso cronometra-se o tempo das 30 pummas oscilarem. O procedimento é repetido 5x e depois dele se realiza para as outras 29 furações (5x para cada um).

Resultados

1) Raio do que regulado em pêndulo simples, o centro de massa e o ponto de apoio da haste.

2) Determinado T_{med}

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I^*}{m \cdot g^*}} \quad (\text{para qualquer MMS}) \quad \text{com } I^* = I + m \cdot d^2$$

$$\text{derivando em } x = 0 \quad \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx} \left[2\pi \sqrt{\frac{I^*}{m \cdot g^*}} \right] \rightarrow \text{argumentando a derivada de } I^* \text{ e } g^*$$

$$0 = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g^*} \cdot \frac{1}{g^*} \cdot \frac{1}{g^*} \quad \left| \quad u = \frac{R^2 + x^2}{g^*} \quad \left| \quad u' = \frac{(R^2 + x^2) \cdot g^* - (R^2 + x^2) \cdot (g^*)^2}{(g^*)^3} = \frac{R^2 \cdot g^* - (R^2 + x^2) \cdot g^*}{(g^*)^3} \right.$$

$$u' = \frac{R^2 \cdot g^* - (R^2 + x^2) \cdot g^*}{(g^*)^3} = \frac{R^2 \cdot g^* - R^2 \cdot g^* - x^2 \cdot g^*}{(g^*)^3} = \frac{-x^2 \cdot g^*}{(g^*)^3} = -\frac{x^2}{(g^*)^2}$$



/ /

$$0 = \pi \left(\frac{g_1}{R^2 + r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r^2 - R^2}{g_1} \right) \rightarrow \pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r^2}{g_1} \right) = \pi \cdot \left(\frac{R^2 + r^2}{g_1} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{R^2}{g_1} \right)$$

$$\text{Se } r^2 = R^2 \text{ então: } T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{gR}} = 2\pi \sqrt{\frac{2R^2}{gR}} = \boxed{2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}}$$

Reescrevendo as equações 8 e 9

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g_1}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{R^2 + r^2}{g_1} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2 + 4\pi^2 r^2}{g_1} \rightarrow T^2 g_1 = 4\pi^2 R^2 + 4\pi^2 r^2$$

↗ a ↖ b ↗ c ↖ a
↘ equação de 2º grau ↘

$$\Delta = (-T^2 g_1)^2 - 4(4\pi^2 R^2 + 4\pi^2 r^2) = 0 \rightarrow \text{Para } \Delta = 0 \text{ temos 2 raízes reais e} \\ r_1, r_2 \mid r_1 = r_2$$

$$\text{Se } r_1 = r_2 = \frac{r^2}{g_1} \rightarrow r_1 = r_2 = \frac{T^2 g_1}{4\pi^2} \quad \left| \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot 2R}{g} \right.$$

$$R = \frac{T^2 g_1}{8\pi^2} = R = \frac{T^2 g_1}{8\pi^2} = \frac{r_1 \cdot r_2}{2}$$

3 - a) (gráfico em anexo)

insolúvel

$$b) T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g_1}} \rightarrow \text{dado em anexo}$$

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot 0,695}{9,8}} = 1,48 \text{ s}$$

DATA and its related charges and elements © & "DC" 0191



$$c) \text{ para } T = 1,547 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + m \cdot r^2}{g_1}} = \begin{cases} 0,581 \\ 0,594 \end{cases}$$

Os valores saíram um pouco maiores porque não é possível cancelar exatamente o ângulo θ ao realizar o experimento.

R é perto de r_1 e $r_2 = 0,581 \cdot 0,594 = 0,345 \rightarrow$ há um grande erro associado, por isso, quando comparamos com o utilizado anteriormente ($0,295 \text{ m}$) não bate, são valores "próximos" mas não são a mesma coisa. O erro ocorre porque nem todos as oscilações deste momento podem ser caracterizadas como MHS, medindo-se grande parte das oscilações.

$$g \rightarrow r_1 + r_2 = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} \rightarrow g = \frac{1,545 \cdot 4\pi^2}{T^2} = 39,36 \text{ (muito diferente de } 9,8 \text{ m/s}^2)$$

d)

$$m_{\text{massa}} = 423 \text{ g}$$

$$R \text{ determinado pelo gráfico} = 0,273 \text{ m}$$

$$\text{Momento } (I_c) = m \cdot R^2 = 423 \cdot (0,273)^2 = 0,0315 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$\uparrow$ $\rightarrow [g] \rightarrow [kg]$ $\rightarrow J$

$$I = I_0 + m \cdot r^2$$

e) ??

Conclusão

O experimento conseguiu demonstrar graficamente o comportamento de um pêndulo físico, com erro de leitura em algumas partes de aplicação. Os cálculos foram um pouco de dificuldade, obtendo valores imprecisos de R , T e g quando comparamos os valores. Por isso, o erro é necessário uma ferramenta que auxilie na medição do ângulo θ .

FORONI

$Tg/4\pi^2$	r_1	r_2	r_1+r_2	$r_1 \cdot r_2$	g	$0,00745+r^2$	$9,8r$				
0,632	0,0120	0,620	0,632	0,00744	9,81	0,072	2,4892	0,0289112968	0,1700332226	1,068360246	
0,605						0,059	2,2344	0,02659963455	0,1630936374	1,024747546	
0,584						0,049	1,9894	0,02446913341	0,1563941604	0,9826534908	
0,584						0,039	1,7444	0,02243407475	0,149780088	0,9410960481	
0,575						0,031	1,4896	0,02051154672	0,1432185279	0,89986855	
0,606	0,013	0,593	0,606	0,007709	9,79	0,024	1,2446	0,01894504258	0,1376409917	0,8648238564	
0,553						0,017	0,9800	0,01780612245	0,1334395835	0,8384256305	
0,544						0,013	0,7350	0,01778911565	0,1333758436	0,8380251406	
0,547						0,010	0,4900	0,02030612245	0,1424995525	0,8953510942	
0,560						0,008	0,2450	0,03296918367	0,1815466432	1,140691201	
0,591						0,007	0,0098	0,7603061224	0,8719553443	5,478657008	
0,594	0,013	0,581	0,594	0,007553	9,8	0,008	0,2450	0,03296918367	0,1815466432	1,140691201	
0,601						0,010	0,4900	0,02030612245	0,1424995525	0,8953510942	
0,673						0,013	0,7350	0,01778911565	0,1333758436	0,8380251406	
0,753						0,017	0,9800	0,01780612245	0,1334395835	0,8384256305	
0,879						0,023	1,2250	0,01883673469	0,1372469843	0,8623482351	
1,096						0,030	1,4798	0,02044262738	0,1429777164	0,8983554868	
1,555						0,038	1,7150	0,02220116618	0,1490005577	0,9361981146	
2,967						0,048	1,9698	0,02429231394	0,1558599177	0,9792967448	
						0,059	2,2148	0,02642495936	0,1625575571	1,021379254	

comprimento cm (+ - 0.05)	100,1	1,77E+02		
largura cm (+ - 0.05)	2,53	5,64E-03	3,18E-05	3,18E-11
espessura cm (+ - 0.05)	0,7	2,38E-02	5,68E-04	1,42E-10
massa g	423	9,43E-01	8,89E-01	2,22E-07
		3,41E+00	1,16E+01	2,90E-06
Volume externo	1,77E+02			3,13E-06
Densidade g/cm³	2,39E+00			1,77E-03
desvio padrão g/cm³	1,77E-03			

A	B	C
res ultados res umidos		
raio de giro R	0,273	0,00745
T período mínimo	1,48	
inércia do centro de massa	0,00315135	

