

## Experimento 2: PÊNDULO SIMPLES

### INTRODUÇÃO

O pêndulo simples é descrito como um sistema que executa oscilações harmônicas, afastando-se da própria posição de equilíbrio. Nesse sistema, a força restauradora é devida à gravidade que força a massa a retornar para o ponto mais baixo.

A física tem como um dos seus principais fundamentos o estudo das oscilações, como um sistema massa-mola, que é a alusão mais simples de um oscilador harmônico. Se perturbado o equilíbrio desse sistema, a massa sofre a ação de uma força restauradora linear, visando o retorno ao ponto de equilíbrio.

O pêndulo composto, ou pêndulo físico é nomenclatura para qualquer sistema suspenso por um ponto "O", que pode girar em torno de um eixo horizontal que passa por este ponto. Esse é ligado a várias situações reais, diferente do pêndulo simples, que sujeita-se a condições praticamente ideais. Assim, um pêndulo composto é qualquer corpo rígido capaz de oscilar em torno de um eixo fixo.

### MATERIAIS E MÉTODOS

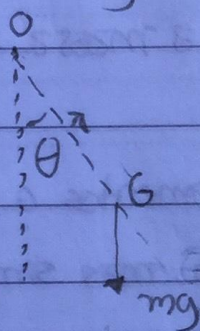
Utilizou-se os seguintes materiais: haste de suspensão uma barra de metal (com diversos furos e será utilizada como pêndulo físico), paquímetro, cronômetro, régua e balança.

- Determinou-se a massa da barra utilizando a balança
- Com uma régua, mediu-se a altura, largura e espessura da barra usada.
- Para montar o pêndulo composto, enumerou-se a barra de 1 a 20 (n), e colocando na haste de suspensão em ordem crescente
- Proporcionou-se um pequeno deslocamento da barra (com ângulo menor que  $90^\circ$ ) e mediu-se o tempo (t) gasto para realizar 10 oscilações



- Repetiu-se mais 3 vezes (resultando em 4 tempos para cada furo)
- Realizou-se o mesmo processo para os outros furos
- Mediu-se a distância do furo de referência até a extremidade ( $d$ )
- Mediu-se a distância do centro de massa até o furo de referência ( $a$ )

## REPRESENTAÇÃO DO PENDULO FÍSICO (FIGURA 3)



## FORMULAS E DEDUÇÕES

O período de um pêndulo simples é encontrado relacionando o comprimento do fio

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ (equação 1)}$$

O período de um pêndulo físico se relaciona com a massa, que parte do momento de inércia

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgn \cdot \sin\theta$$

(equação 2)

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgn\theta}{I}$$

(equação 3)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgn}}$$

(equação 4)

O momento de inércia é definido pela resistência à mudança de velocidade angular

$$I = I_0 + ma^2$$

(equação 5)



Ao relacionar as equações 4 e 5 é possível expressar o período de oscilação.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}} \quad (\text{equação 6})$$

É possível calcular o período mínimo através da equação 6

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad (\text{equação 7})$$

• DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO 7:

$$T = 2\pi \left( \frac{R^2 + r^2}{g r} \right)^{1/2} \rightarrow \frac{d}{dr} 2\pi \left( \frac{R^2 + r^2}{g r} \right)^{1/2} =$$

$$\frac{2\pi}{2} \left( \frac{R^2 + r^2}{g r} \right)^{-1/2} \left( \frac{2r - \frac{R^2 + r^2}{g}}{g r^2} \right) =$$

$$= \pi \left( \frac{R^2 + r^2}{g r} \right)^{-1/2} \left( \frac{2r - \frac{(r^2 + R^2)}{g}}{g r^2} \right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{2r}{g r} \cdot \frac{(R^2 + r^2)}{g r^2} \cdot g = 0 \rightarrow \frac{2}{g} = \frac{R^2 + r^2}{g \cdot r^2}$$

$$\rightarrow 2r^2 = R^2 + r^2 \rightarrow R^2 = r^2 \rightarrow R = r$$

Substituindo na equação 6

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{g R}} = 2\pi \sqrt{\frac{R \cdot (R+R)}{g R}} \quad \therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad (\text{equação 7})$$



Retornando a equação 6, pode-se encontrar duas soluções para a equação quadrática  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .

$$\pi_1 + \pi_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \quad (\text{equação 8}) \quad \pi_1 \cdot \pi_2 = R^2 \quad (\text{equação 9})$$

• DEMONSTRAÇÃO DAS EQUAÇÕES 8 e 9

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + \pi^2}{g}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \left( \frac{R^2 + \pi^2}{g} \right)$$

$$T^2 g = 4\pi^2 (R^2 + \pi^2) \rightarrow T^2 g \pi = 4\pi^2 R^2 + 4\pi^2 \pi^2$$

$$\rightarrow 4\pi^2 \pi^2 - T^2 g \pi + 4\pi^2 R^2 = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \pi_1 + \pi_2 \quad (\text{equação 8})$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{4\pi^2 R^2}{4\pi^2} = R^2 = \pi_1 \cdot \pi_2 \quad (\text{equação 9})$$

## RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

1 - Encontrou-se o valor do raio de giro "R" substituindo na equação 6 os valores de "T" em (s) contidos na tabela 1, junto dos valores de "r" em (m), obtidos no experimento. Assim calculou-se a média dos valores de "R" e o resultado obtido foi de  $R = 0,2834 \text{ m}$

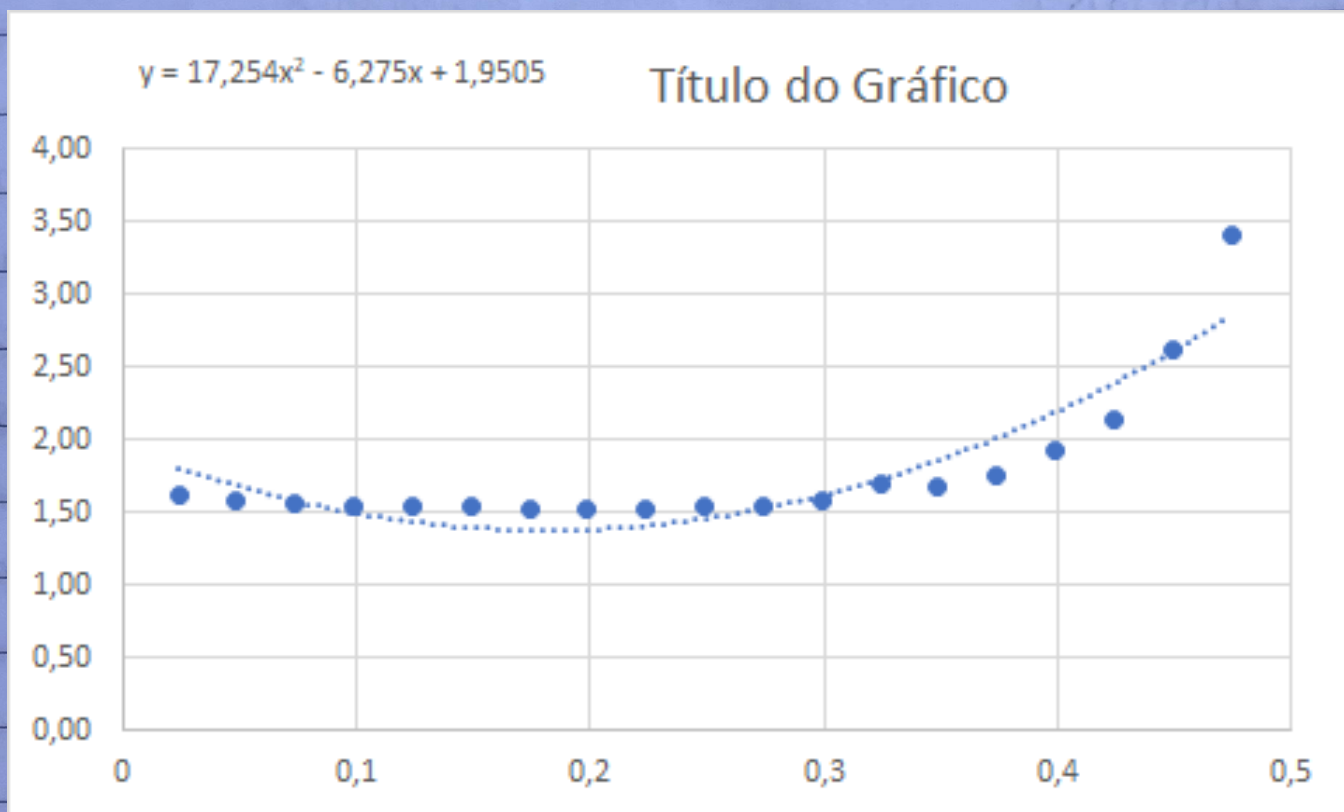
ex de cálculo de "R": fora 1

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + \pi^2}{g}} \rightarrow (1,629)^2 = 4\pi^2 \left( \frac{R^2 + (0,136)^2}{9,8 \cdot 0,976} \right) \quad \text{e.g. } R_1 = 0,295 \text{ m}$$



2- É possível concluir que o  $t_{\min}$  é dado pela equação 7, como já mostra do anteriormente, assim como a demonstração das equações 8 e 9

### 3 - a) GRAFICO ↓



B) Com os valores de "R" calculados anteriormente, o auxílio da equação 7 e  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  encontrou-se o valor equivalente ao  $T_{\min}$ , que nesse caso foi de  $1,5163 \text{ s}$ . Esse é bem próximo do obtido durante o decorrer do experimento, que foi de  $1,5168 \text{ s}$ .

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot (0,2854)}{9,8}} \quad \therefore T_{\min} = 1,5163$$

C) Considerando a equação 6, elevou-se os dois lados ao quadrado com o intuito de encontrar  $r_1$  e  $r_2$ , que são incógnitas da equação de 2º grau. Escolheu-se um valor de T encontrado para duas distâncias diferentes, sendo ele  $1,53 \text{ s}$ , sendo ele o mais próximo para a distância  $0,149 \text{ m}$  e  $0,245 \text{ m}$ , e encontrando  $r_1$  e  $r_2$ . Assim foram encontrados os valores de  $r_1 = 0,351 \text{ m}$  e  $r_2 = 0,251 \text{ m}$ . Com esses dados foi possível obter o valor de "g" pela equação 8, e o Raio de giro equivalente pela equação 9.



$$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \quad (8)$$

$$0,351 + 0,251 = \frac{1,53^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$g = 30,153 \text{ m/s}^2$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = R^2 \quad (9)$$

$$0,351 \cdot 0,251 = R^2$$

$$R = 0,2968 \text{ m}$$

Ao comparar o valor de  $g$  aqui encontrado com o anterior, observa-se uma diferença de  $0,353 \text{ m/s}^2$ , assim como  $0,0119 \text{ m}$  ao comparar o  $R$  aqui encontrado com o anterior. Mesmo havendo essas pequenas diferenças nos valores, é possível considerar a metodologia do experimento efetiva, graças às recorrências dos erros experimentais.

Dessa forma, pegou-se os 15 primeiros gráficos da tabela 1, de  $d$  (em cm) e  $T$  (em s), e plotou-se um gráfico relacionando  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  com o período.

## GRÁFICO 2:



d) Calculou-se o momento de inércia equivalente por  $I_c = mR^2$ , e o momento de inércia por  $I = mR^2 + m\lambda^2$



$$m = 0,420 \text{ kg}$$

$$R = 0,2854 \text{ m}$$

$$I_c = 0,420 \cdot 0,2854^2 \quad \therefore I_c = 0,0342 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

e) Considerando uma barra rígida sem furos, temos o momento de inércia expresso pela fórmula  $I_c = \frac{mL^2}{12}$

$$m = 0,420 \text{ kg}$$

$$I_c = \frac{0,420 \cdot 1}{12}$$

$$\therefore I_c = 0,0350 \text{ kgm}^2$$

$$L = 1 \text{ m}$$

Por tratar-se de uma barra homogênea rígida, o momento de inércia apresentado é maior. Levando em conta que quanto maior o momento de inércia, mais difícil é girar a barra, precisando de uma força maior, considera-se um valor justificável, mesmo com a presença dos erros experimentais.

## CONCLUSÃO

Com a realização do experimento e a análise dos dados, pode-se compreender o sistema de um pêndulo físico e simples, analisando fisicamente seu comportamento, período, número de oscilações, raio de giro, entre outras grandezas do pêndulo composto usado. Ao manipular as equações apresentadas chegou-se a resultados que favoreceram o aprofundamento do experimento de uma maneira geral, possibilitando análises mais concretas e comparativas. Os valores das grandezas encontradas na prática foram próximos dos valores calculados, mesmo com os erros experimentais, alcançando assim o objetivo proposto, validando o experimento.



# ANEXOS

TABELA 1:

Número do Furo	d (cm)	r (cm)	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)	t4 (s)	<u>tm</u> (s)	T (s)
1	2,4	47,6	16,10	16,27	16,13	16,64	16,29	1,629
2	4,9	45,1	15,78	15,64	15,86	15,88	15,79	1,579
3	7,4	42,6	15,73	15,75	15,63	15,64	15,69	1,569
4	9,9	40,1	15,24	15,25	15,33	15,65	15,37	1,537
5	12,4	37,6	15,34	15,39	15,40	15,29	15,36	1,536
6	14,9	35,1	15,33	15,26	15,38	15,36	15,33	1,533
7	17,4	32,6	15,28	15,26	15,43	15,26	15,31	1,531
8	19,9	30,1	15,25	15,21	15,38	15,15	15,25	1,525
9	22,4	27,6	15,13	15,14	15,13	15,27	15,17	1,517
10	24,9	25,1	15,15	15,95	15,30	15,30	15,43	1,543
11	27,4	22,6	15,60	15,50	15,38	15,47	15,49	1,549
12	29,9	20,1	15,61	15,83	15,67	15,88	15,75	1,575
13	32,4	17,6	16,98	16,98	16,98	16,99	16,98	1,698
14	34,9	15,1	16,53	16,74	16,67	16,78	16,68	1,668
15	37,4	12,6	17,78	17,53	17,67	16,85	17,46	1,746
16	39,9	10,1	19,24	19,57	19,24	19,27	19,33	1,933
17	42,4	7,6	21,43	21,70	21,27	21,57	21,49	2,149
18	44,9	5,1	26,94	25,70	26,94	25,55	26,28	2,628
19	47,4	2,6	33,17	35,21	32,86	34,86	34,03	3,403
20	49,9	0,1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00