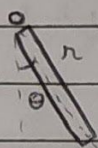


## Experimento 2

STOQSSD  
LMMJVS D

### Introdução:

Há dois tipos de pêndulo: 1º) pêndulo simples, em que a massa  $m$  pode ser considerada um ponto material e o fio de comprimento  $l$  é inextensível e de massa irrelevante, 2º) pêndulo composto que consiste em um corpo rígido, de massa relevante, em rotação ao redor de um eixo fixo. O desenho a seguir ilustra um pêndulo composto.



O: eixo de suspensão

r: distância entre o centro de massa e o eixo de suspensão

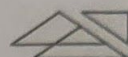
$\theta$ : ângulo que o segmento  $\overline{Or}$  faz com a vertical

Se for utilizado um valor de  $\theta$  em que  $\theta < 10^\circ$ , pode-se dizer que  $\sin \theta \approx \theta$ , e portanto, considera-se o movimento do pêndulo como sendo um movimento harmônico simples. O período de oscilação do pêndulo ( $T$ ) é dado pela equação:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg \cdot r}}$ , em que  $I$  é o momento de inércia,  $m$  é a massa da barra e  $g$  é a aceleração da gravidade.

### Materiais e Métodos

O necessário para observar as propriedades do pêndulo físico foram: uma barra metálica com furos, um suporte para a barra, um cronômetro (para medir os períodos) e uma balança.

A metodologia consistiu em apoiar a barra em cada um dos 19 primeiros furos (O 20º furo é o centro de massa) e oscilá-la em menos de  $10^\circ$  porque este é o intervalo no qual  $\sin \theta \approx \theta$ . As medições foram repetidas 4 vezes.



## Resultados e Discussão

Raio de giro é uma determinada área que tem um momento de inércia ( $I_x$ ) em relação ao eixo  $x$ . Se concentrarmos essa área em uma faixa estreita paralela ao eixo  $x$ , e com mesmo momento de inércia ( $I_x$ ) a distância dessa faixa ao eixo  $x$  é o raio de giro.

A demonstração das equações utilizadas irá facilitar a compreensão dos resultados:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}\right) \rightarrow 4\pi^2 r^2 - T^2 g \cdot r + 4\pi^2 R^2 = 0$$

$$S = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = r_1 + r_2$$

$$P = \frac{4\pi^2 R^2}{4\pi^2} = A^2 = r_1 \cdot r_2$$

Procurando o porquê da equação 2 dar o  $T$  (min)

$$\frac{d}{dr} 2\pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow 2\pi \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}\right) \cdot \left(\frac{2r}{g \cdot r} - \frac{R^2 + r^2}{g^2 \cdot r^2}\right) g$$

$$T_{\min} = \pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{2r}{g \cdot r} - \frac{(R^2 + r^2) \cdot g}{g^2 \cdot r^2}\right) = 0$$

$$\left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}\right)^{-\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow A = r$$

$$\frac{2r}{g \cdot r} + \frac{(R^2 + r^2)}{g^2 \cdot r^2} \cdot g = 0$$

$$\rightarrow 2r^2 = R^2 + r^2$$

$$A = r$$

Substituindo  $A = r$ , temos

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{A^2 + R^2}{g \cdot A}} = 2\pi \sqrt{\frac{A(A+R)}{g \cdot A}} \Rightarrow T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Fazendo um gráfico do período ( $T$ ) em função de  $d$ , com os dados obtidos pela seguinte tabela, obtemos o gráfico!

Tabela 1: distância entre extremidade superior e eixo de suspensão e período de oscilação

Gráfico 1: Anexo no arquivo

O gráfico nos permite observar que, conforme vamos nos aproximando do vigésimo furo, que é o centro de massa da barra, o período tende ao infinito o que é confirmado pelo fato de não ser possível medir o período no vigésimo furo.

Ao fazer a média de todos os valores de raios de giro experimentalmente obtidos, chegamos a  $A = 0,2365963$ . Assim, podemos calcular o  $T_{\min}$ , considerando  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot A}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2365963}{9,8}} = 1,518791$$

Tabela 2: raios de giro (em m) nos 19º furos

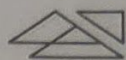
Com base do que foi observado no gráfico em anexo podemos analisar os pontos dos furos 8 e 10, pois tem períodos iguais (1,537 s). Vamos adotar  $T = 1,537$

e  $r_1 = 0,3$  e  $r_2 = 0,25$

$$r_1 \cdot r_2 = A^2 \rightarrow A = 0,273 \text{ m}$$

$$r_1 + r_2 = \frac{1,537^2}{4\pi^2} \cdot g \rightarrow g = 9,19 \text{ m/s}^2$$

Comparando os valores obtidos anteriormente, temos uma variação de aproximadamente 0,056 de diferença entre os raios de giro e 0,61 entre a gravidade obtida e a que conhecemos ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ), o que demonstra nossa precisão



Utilizando o mesmo gráfico e a mesma ideia apresentada anteriormente, utilizamos  $m = 421 \text{ g}$ ,  $R = 0,273 \text{ m}$  e  $r = 0,475 \text{ m}$

$$I_x = mR^2 + m \cdot r^2$$

$$I_x = 0,421 \cdot 0,273^2 + 0,421 \cdot 0,475^2$$

$$I_x = 0,1263 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

E se utilizássemos  $R = 0,286$  ( $R$  provavelmente mais preciso) chegamos a  $I = 0,1292 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

Agora, vamos comparar com o momento de inércia como uma barra sem furos, mas com as mesmas medidas, Utilizando:

$$I = \frac{m \cdot r^2}{3} = \frac{0,421 \cdot 1}{3} = 0,1403 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Podemos perceber que o momento de inércia da barra sem furos é maior e apresenta uma diferença de  $0,0111$  (comparado com  $R = 0,286$ ) e  $0,025$  (comparado com  $R = 0,22$ ).

O motivo dessa diferença é ter um momento de inércia maior, fato já esperado, se deve ao fato que os furos no sólido fazem com que a barra não tenha sua massa uniformemente distribuída (logo, mais leve), diferente da barra sem furos que possui massa uniforme, que possui um volume maior para distribuir a sua massa durante a rotação.

### Conclusão:

O experimento realizado nos permitiu analisar o comportamento de um pêndulo físico e, a partir dos dados coletados em laboratório, foi possível montar gráficos e tabelas que nos ajudaram a compreender o seu funcionamento. As equações apresentadas e deduzidas nos resultados e discussão foram utilizadas no cálculo da gravidade, momento de inércia e eixo de giro do pêndulo. Também foram comparados os dados obtidos na prática com os esperados pela teoria, explicando possíveis disparidades.

Gráfico 1 período em  
função da distância



grafico 2: período em  
função da distância

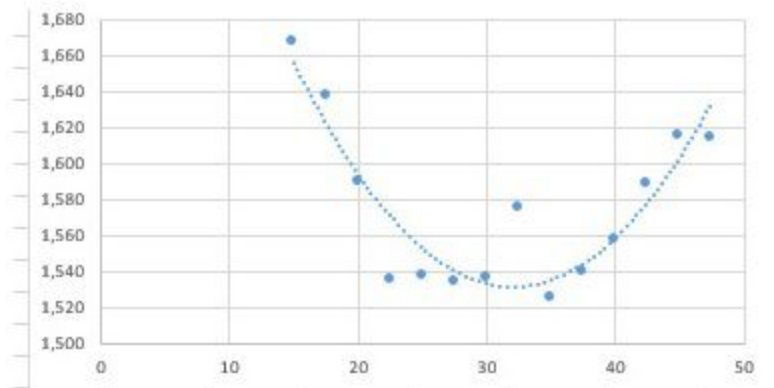


Tabela 1: distância entre o eixo de suspensão e a extremidade superior e o período de oscilação

| d(cm) | T(s)  |
|-------|-------|
| 2,5   | 1,614 |
| 5     | 1,615 |
| 7,5   | 1,589 |
| 10    | 1,557 |
| 12,5  | 1,540 |
| 15    | 1,525 |
| 17,5  | 1,576 |
| 20    | 1,537 |
| 22,5  | 1,534 |
| 25    | 1,537 |
| 27,5  | 1,536 |
| 30    | 1,590 |
| 32,5  | 1,637 |
| 35    | 1,668 |
| 37,5  | 1,758 |
| 40    | 1,897 |
| 42,5  | 2,155 |
| 45    | 2,505 |
| 47,5  | 3,233 |

Tabela 2: raio de giro  
dos 19 primeiros furos

| R(m)      |
|-----------|
| 0,285925  |
| 0,2987338 |
| 0,2931591 |
| 0,2845338 |
| 0,2834934 |
| 0,2823044 |
| 0,3080556 |
| 0,2932441 |
| 0,29194   |
| 0,2902681 |
| 0,2850267 |
| 0,2925096 |
| 0,2930976 |
| 0,2849064 |
| 0,2834983 |
| 0,2818598 |
| 0,2844716 |
| 0,2747348 |
| 0,2535683 |



Tabela 3: raio e período

| r(cm) | T(s)  |
|-------|-------|
| 47,5  | 4,750 |
| 45    | 4,500 |
| 42,5  | 4,250 |
| 40    | 4,000 |
| 37,5  | 3,750 |
| 35    | 3,500 |
| 32,5  | 3,250 |
| 30    | 3,000 |
| 27,5  | 2,750 |
| 25    | 2,500 |
| 22,5  | 2,250 |
| 20    | 2,000 |
| 17,5  | 1,750 |
| 15    | 1,500 |