

Ana Clara Antonius - nº USP 9879167

## Experimento 2 - Pêndulo Físico

### Introdução

Um pêndulo composto, ou pêndulo físico, é um sistema em que um corpo rígido oscila em torno de um eixo fixo, pela ação da força gravitacional. O pêndulo é composto por uma barra rígida e homogênea de alumínio, na extremidade da qual é presa uma placa retangular de ferro.

### Objetivo

Entender o funcionamento de um pêndulo composto, ou pêndulo físico, e compará-lo com o pêndulo simples.

### Materiais

- Haste de suspensão
- Barra de metal com vários furos que será utilizada como um pêndulo físico
- Cronômetro
- Srena
- Balança
- Paquímetro

### Métodos

- Medir a massa da barra
- Enumerar os 20 primeiros furos da barra

- Medir a distância de cada furo enumerando até a extremidade de referência (d)
- Posicionar a barra para oscilação com um pequeno ângulo entre a barra de suporte e a barra com os furos
- Medir o tempo necessário para o pêndulo completar 10 oscilações
- Calcular a média das tempos para cada furo e também seu período.

### Resultados e Discussão

Partindo do experimento feito e dos dados obtidos, foi possível fazer a construção dos gráficos e a partir dele foi possível encontrar o valor do raio de giro.

Valor do Raio de giro

$$R = 0,4245 \text{ m}$$

Sendo as demonstrações das equações a seguir, conseguiremos então assim continuar com os outros cálculos.

Demonstrações das fórmulas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}} \quad (6)$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{R^2 + r^2}{gr}$$

$$T^2 gr = 4\pi^2 (R^2 + r^2)$$

$$T^2 gr = 4\pi^2 R^2 + 4\pi^2 r^2$$

$$4\pi^2 r^2 - T^2 gr + 4\pi^2 R^2 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{T_0^2}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \quad (8)$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{4\pi^2 R^2}{4\pi^2} = R^2 = r_1 \cdot r_2 \quad (9)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g}}$$

$$\frac{d}{dr} 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g}}$$

$$2\pi \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{R^2 + r^2}{g} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{2r}{g} - \frac{R^2 + r^2}{g^2 r^2} g \right) =$$

$$= \pi \cdot \left( \frac{R^2 + r^2}{g} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{2r}{g} - \frac{R^2 + r^2}{g^2 r^2} g \right)$$

$$T_{\min} = \pi \left( \frac{R^2 + r^2}{g} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{2r}{g} - \frac{R^2 + r^2}{g^2 r^2} g \right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{2r}{g} - \frac{R^2 + r^2}{g^2 r^2} g = 0$$

$$\frac{2}{g} = \frac{R^2 + r^2}{r^2} \rightarrow 2r^2 = R^2 + r^2$$

$$R^2 = r^2$$

$$\rightarrow \left( \frac{R^2 + r^2}{g} \right)^{-\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow R = r$$

Substituindo em (6)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{R(R+R)}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad (7)$$

A partir da equação (6) e do valor do raio de giro, foi executado o cálculo do  $T_{\min}$ .

$$(6) T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g}} \quad (a) \rightarrow T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \quad (7)$$

$$T_{\text{m}} = 4,28 \sqrt{\frac{2,04245}{9,81}}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$T_{\text{m}} = 1,2592 \text{ s}$$

A partir do gráfico 2 (em anexo), onde apresenta pontos em que o período tem o mesmo valor, para o cálculo de  $r_1$  e  $r_2$ , será usado os seguintes valores e as fórmulas a seguir.

$$T = 0,746 \text{ s}$$

$$T = 0,746 \text{ s}$$

$$d_1 = 19,8 \text{ cm}$$

$$d_2 = 27,3 \text{ cm}$$

$$r_1 = 50 - d_1$$

$$r_2 = 50 - d_2$$

$$r_1 = 50 - 19,8$$

$$r_2 = 50 - 27,3$$

$$r_1 = 30,2 \text{ cm} = 0,302 \text{ m}$$

$$r_2 = 22,7 \text{ cm} = 0,227 \text{ m}$$

Substituindo os valores de  $r_1$ ,  $r_2$  e das médias do períodos na equação (8), o valor da aceleração da gravidade ( $g$ ) foi encontrado.

$$r_1 + r_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \quad (8) \quad T_m = 0,746 \text{ s}$$

$$T_m = 0,746 \text{ s}$$

$$0,302 + 0,227 = \frac{(0,746)^2}{4\pi^2} \cdot g$$

$$0,529 \cdot 8,56 = 0,5565 g$$

$$4,5282 = 0,5565 g$$

$$g = 8,14 \text{ m/s}^2$$

Para o cálculo do raio de giro, os valores obtidos acima foram substituídos na equação (9)

$$r_1 \cdot r_2 = R^2$$

$$(0,302 \times 0,227) = R^2$$

$$R = 0,26182 \text{ m}$$

Comparando os valores calculados com os valores obtidos a partir do gráfico 1. Foi concluído que houve erros nas medições feitas dos períodos, pois o valor calculado ficou abaixo do valor que é apresentado no gráfico. Erro absoluto

$$E = x_i - x_v$$

E = erro absoluto

$x_i$  = valor medido

$x_v$  = valor verdadeiro ou valor mais próximo

$$E = 0,26182 - 0,4245$$

$$E = -0,1626$$

Erro relativo

$$E_r = \frac{x_i - x_v}{x_v} \cdot 100$$

$x_v$

$E_r$  = erro relativo

$x_i$  = valor medido

$x_v$  = valor verdadeiro ou mais próximo

$$E_r = \frac{0,26182 - 0,4245}{0,4245} \times 100$$

$$0,4245$$

$$E_r = -38,32\%$$

O mesmo raciocínio foi feito com a aceleração da gravidade, observando que o valor calculado ficou abaixo do valor verdadeiro.

erro absoluto

$$E = X_1 - X_v$$

erro absoluto

$X_1$  = valor medido

$X_v$  = valor verdadeiro

$$E = 8,14 - 9,81$$

$$E = -1,67$$

erro relativo

$$E_r = \frac{X_1 - X_v}{X_v} \cdot 100$$

erro relativo

$X_1$  = valor medido

$X_v$  = valor verdadeiro

$$E_r = \frac{8,14 - 9,81}{9,81} \times 100$$

$$E_r = -17,02\%$$

De acordo com o valor da massa da barra e o valor encontrado do raio de giro, é possível calcular o momento de inércia, que expressa o grau de dificuldade em se alterar o estado de movimento de um corpo em rotação. O momento de inércia equivalente  $I_c$  foi calculado a partir da equação (5).

$$I_c = m R^2 \quad (5)$$

$$m = 0,420 \text{ kg}$$

$$R = 0,26182$$

$$I_c = 0,420 \cdot (0,26182)^2$$

$$I_c = 0,02879 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Comparando esse valor obtido com o valor teórico para uma barra sem furos, obtemos o seguinte valor

$$I_c = \frac{1}{12} M L^2 \quad M = 0,920 \text{ kg} \quad L = 1,02 \text{ m}$$

$$I_c = 0,94368$$

$$I_c = 0,0364 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

O valor encontrado está abaixo do valor teórico pois como foi dito anteriormente houve erro nas medições ao longo do experimento, erro absoluto

$$E = x_i - x_v$$

E = erro absoluto

$x_i$  = valor medido

$x_v$  = valor verdadeiro

$$E = 0,02879 - 0,0364$$

$$E = -0,00761$$

Erro relativo

$$E_r = \frac{x_i - x_v}{x_v} \cdot 100$$

$E_r$  = erro relativo

$x_i$  = valor medido

$x_v$  = valor verdadeiro

$$E_r = \frac{0,02879 - 0,0364}{0,0364} \times 100$$

$$E_r = -20,91$$

$$E_r = -20,91$$

A partir dos resultados encontrados e comparado-os com os valores teóricos, foi observado diferenças entre eles, mas tais diferenças são possíveis alguma-las, pois foram erros sistemáticos como um valor errado do período ou até mesmo das distâncias entre os furos.

### Conclusão

Portanto, foi possível concluir que para os resultados darem uma boa precisão é preciso que não haja nenhum erro sistemático, pois havendo esses erros os cálculos iriam se diferenciar muito um dos outros.

Se possível concluir também como são feito os cálculos, e como aplicar as equações em cada elemento que foi encontrado.



Tabela 1. Valores da distância em cm e os valores dos períodos em s.

d (cm)	T (s)
2,3	1,748
4,8	1,791
7,3	1,785
9,8	1,766
12,3	1,764
14,8	1,755
17,3	1,753
19,8	1,746
22,3	1,743
24,8	1,74
27,3	1,746
29,8	1,758
32,3	1,764
34,8	1,853
37,3	1,858
39,8	1,956
42,3	2,026
44,8	2,17
47,3	3,7

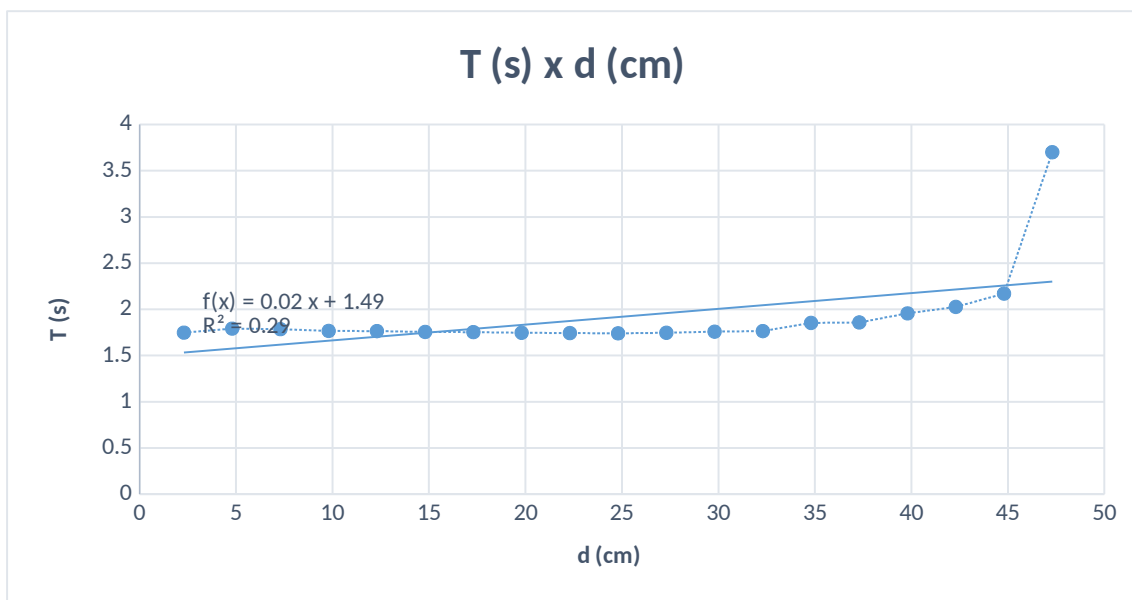


Gráfico 1. Valores dos períodos pelos valores das distâncias.

Tabela 2. Valores da distância em cm e dos períodos em s, para o cálculo de r1 e r2.

d (cm)	T (s)
2,3	0,748
4,8	0,791
7,3	0,785
9,8	0,766
12,3	0,764
14,8	0,755
17,3	0,753
19,8	0,746
22,3	0,743
24,8	0,74
27,3	0,746
29,8	0,758
32,3	0,764

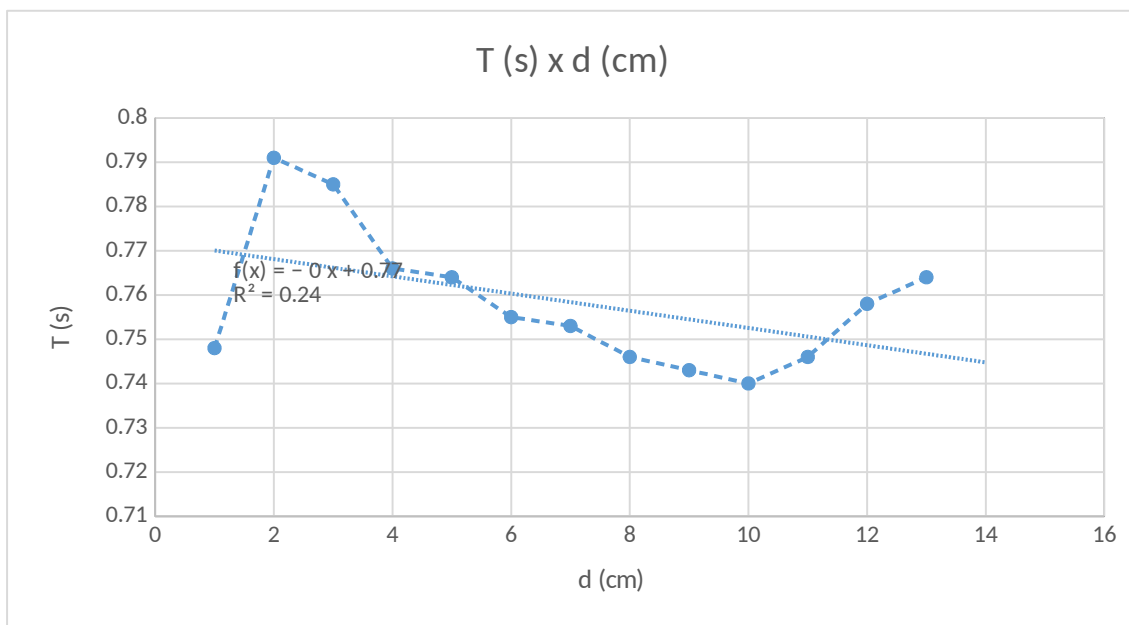


Gráfico 2. Parábola com os valores das distâncias e dos períodos.

## Referências Bibliográficas

- UNIVERSIDADE DE CAMPINAS. Disponível em: < <https://sites.ifi.unicamp.br/leib/files/2014/03/Exp2-Pendulo-Composto.pdf>>. Acessado em 26 de março de 2020.
- YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A., FÍSICA II – TERMÔDINÂMICA E ONDAS, 12ª ed. São Paulo, Addison Wesley, 2008.
- INFOESCOLES. Disponível em < <https://www.infoescola.com/mecanica/momento-de-inercia/>>. Acessado em 27 de março de 2020.