Introdução

O pêndulo físico consiste de um corpo rígido, suspenso por um ponto qualquer, e que gira livremente em torno desse ponto, sob a ação da força de gravidade. O movimento oscilatório possui um período máximo e período mínimo, que se relacionam com a frequência em que oscilam. Além disso, o pêndulo composto é usado para realizar medidas precisas de g, como também a relação do período do pêndulo, que pode ser usado para determinar o momento de inércia.

Para pequenas oscilações um pêndulo composto realiza movimentos periódicos, sendo possível o cálculo através da equação $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$, em que T está relacionado com o momento de inércia I, m se refere a massa, g à aceleração da gravidade, e d a distância entre o ponto de suspensão e o centro de massa.

Esse experimento visa o conhecimento prático do pêndulo, e a partir do movimento oscilatório e dos dados coletados, chegar ao cálculo da aceleração da gravidade e do momento de inércia do corpo.

Metodologia

Primeiramente, os alunos mediram as dimensões da barra, medindo a distância (a) até a extremidade de referência, foram medidas as dimensões altura, largura e espessura. Após foi feita a pesagem da barra com uma balança.

A barra foi colocada sobre o suporte, em seu primeiro furo, e foi feito um pequeno deslocamento da barra, com a formação de um ângulo θ entre o suporte e a barra, ao soltar foi cronômetrado o tempo necessário para o sistema realizar 10 oscilações. O mesmo processo foi repetido mais quatro vezes para o mesmo furo.

Em seguida, o mesmo procedimento foi realizado para os seguintes 19 furos, repetindo o mesmo processo 5x para o mesmo furo e cronometrando o tempo de oscilação.

Após, foi calculado o tempo médio de dez oscilações e também o período médio.

Os materiais utilizados foram uma haste de suspensão, cronômetro, trena, barra de metal com furos e uma balança.

$$t_m = \frac{(t_1 + t_2 \ldots)}{5} \qquad T = \frac{t_m}{10}$$

Analise de dados

- TABELA 1

FURO	d(cm)	r(cm)	t1(s)	t2(s)	t3(s)	t4(s)	tm(s)	T(s)
	±0,05	±0,1	±0,001	±0,001	±0,001	±0,001		
1	2,50	47,5	15,586	15,750	15,803	15,779	15,730	1,573
2	5,00	45,0	15,616	15,653	15,547	15,663	15,620	1,562
3	7,50	42,5	15,400	15,422	15,530	15,447	15,450	1,545
4	10,00	40,0	15,119	15,307	15,297	15,180	15,226	1,523
5	12,50	37,5	15,079	15,229	15,141	15,125	15,144	1,514
6	15,00	35,0	14,980	14,963	14,911	14,967	14,955	1,496
7	17,50	32,5	14,852	14,899	14,842	14,692	14,821	1,482
8	20,00	30,0	14,770	14,813	14,774	14,844	14,800	1,480
9	22,50	27,5	14,604	14,742	14,771	14,719	14,694	1,479
10	30,00	25,0	14,877	14,901	14,688	14,718	14,796	1,521
11	32,50	22,5	14,696	14,811	14,899	14,742	14,787	1,554
12	35,00	20,0	15,268	15,057	15,367	15,131	15,206	1,521
13	37,50	17,5	15,426	15,600	15,535	15,600	15,540	1,554
14	40,00	15,0	16,160	16,194	15,815	15,723	15,973	1,597
15	42,50	12,5	17,170	17,127	17,128	17,155	17,145	1,715
16	45,00	10,0	18,193	18,891	18,664	18,256	18,601	1,860
17	47,50	7,5	21,143	20,830	20,850	20,920	20,936	2,094
18	50,00	5,0	24,752	24,696	25,211	24,930	24,897	2,490
19	52,50	2,5	33,752	34,502	34,281	33,586	34,030	3,403
20	50,00	0						

O raio de giro é definido pela equação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \Rightarrow (T)^2 = \left(2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{R^2+r^2}{gr} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{R^2+r^2}{gr} \Rightarrow$$

$$R = \sqrt{\frac{T^2 \cdot gr}{4\pi^2} - r^2}$$

Considerando os valores da tabela, $R = 0{,}2695\,m$.

Tabela 2

	FURO	RAIO DE GI	FURO	RAIO DE GIR	FURO	RAIO DE GIR	FURO	RAIO DE GIRO
	1	0,252	6	0,268	11	0,268	16	0,276
	2	0,266	7	0,268	12	0,274	17	0,276
	3	0,267	8	0,271	13	0,273	18	0,273
	4	0,265	9	0,268	14	0,269	19	0,267
	5	0,270	10	0,271	15	0,275	20	—

Tabela 2

	FURO	RAIO DE GI	FURO	RAIO DE GIR	FURO	RAIO DE GIR	FURO	RAIO DE GIRO
	1	0,258	6	0,268	11	0,268	16	0,276
	2	0,266	7	0,268	12	0,274	17	0,276
	3	0,267	8	0,271	13	0,273	18	0,273
	4	0,265	9	0,268	14	0,269	19	0,267
	5	0,270	10	0,271	15	0,275	20	—

Tmin é dado pela equação (7):

Sendo $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \rightarrow T = 2\pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{1/2} \rightarrow$

$\frac{d}{dr}\,2\pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{1/2} \Rightarrow 2\pi\,\frac{1}{2}\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2}\cdot\left(\frac{2r}{gr} - \frac{R^2+r^2}{g^2r^2}\cdot g\right) \rightarrow$

$\rightarrow \pi\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2}\cdot\left(\frac{2r}{gr} - \frac{R^2+r^2}{g^2r^2}\cdot g\right) = 0 \rightarrow$

Digitalizado com CamScanner

$$\frac{2r}{gr} \quad \frac{R^2+r^2}{g^2r^2} \cdot g = 0 \rightarrow \frac{2}{g} = \frac{R^2+r^2}{gr^2} \rightarrow 2r^2 = R^2+r^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow R^2 = r^2 \rightarrow R = r$$ //

Em: $$\left(\frac{R^2+r^2}{gr}\right)^{-1/2} = 0 \rightarrow R^2 + r^2 = 0$$
$$\hookrightarrow r_R = r$$

Substituindo na equação (6) $r = R$, teremos:

$$T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+R^2}{gR}} \rightarrow T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{R}(R+R)}{g\cancel{R}}} \rightarrow$$

$$\rightarrow T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{R+R}{g}}$$ equação (7)

Elevando a equação (6) ao quadrado, se consegue dois valores de r, sendo r_1 e r_2 que estão relacionadas como:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2+r^2}{gr}} \quad (6) \rightarrow T^2 = 4\pi^2\,\frac{R^2+r^2}{gr} \rightarrow$$

$$T^2gr = 4\pi^2(R^2+r^2) \rightarrow T^2gr = 4\pi^2R^2 + 4\pi^2r^2$$

$$\rightarrow 4\pi^2R^2 - T^2gr + 4\pi^2r^2 = 0 \qquad S = \frac{-b}{a}$$

$$\rightarrow \frac{T^2g}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \quad (8) \qquad P = \frac{c}{a}$$

$$\rightarrow \frac{4\pi^2R^2}{4\pi^2} = R^2 = r_1 \cdot r_2 \quad (9)$$

Considerando $g = 9{,}8\ m/s^2$ na equação (6), se tem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}} \rightarrow T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$\rightarrow T_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}2695}{9{,}8}} = 1{,}473\ s$$

Levando em conta $R = 0{,}2695\ m$, o período mínimo que o pêndulo pode oscilar é $1{,}473\ s$.

Com os valores encontrados é possível notar os pontos semelhantes no gráfico 2, sendo a distância do furo até a extremidade como $d_1 = 10cm$ e $d_2 = 30cm$, r_1 como a distância do furo até o centro de massa, e o comprimento da barra 1,0m.

r_1 seria $50cm - d_1 \rightarrow r_1 = 50 - 10 = 0,4m$

r_2 seria $50cm - d_2 \rightarrow r_2 = 50 - 30 = 0,2m$

substituindo em (8)

$$\frac{T^2 g}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \rightarrow g = \frac{0,6 \cdot 4\pi^2}{(1,522)^2} = 10,22\ m/s^2$$

substituindo em (9)

$$r_1 \cdot r_2 = R^2 \rightarrow 0,4 \times 0,2 = R^2$$

$$\rightarrow R = 0,2828\ m$$

Sendo a massa da barra = 423,7 g e R = 0,2828 m o momento de inércia pode ser calculado:

$$I_c = \frac{423,7}{1000} \times (0,2828)^2 \rightarrow I_c = 0,0339\ kg \cdot m^2$$

Para uma barra rígida sem furos:

$$I_c = \frac{1}{12} m L^2 \qquad L = 1,0\ m$$

$$I_c = \frac{1}{12} \cdot 0,4237 \cdot (1)^2 = 0,0353\ kg\,m^2$$

A diferença dos resultados é muito pequena.

Digitalizado com CamScanner

Conclusão

Com a realização do experimento, ficou evidente que quando um sistema sai do estado de equilíbrio, por conta de forças externas o mesmo tende a voltar para seu estado inicial. Mas nesse meio tempo ocorre oscilações do corpo, até que seja estabilizado, com os dados coletados foi possível calcular seu período de oscilação, aceleração da gravidade e momento de inércia que comparado com os valores teóricos, estão dentro da faixa esperada.

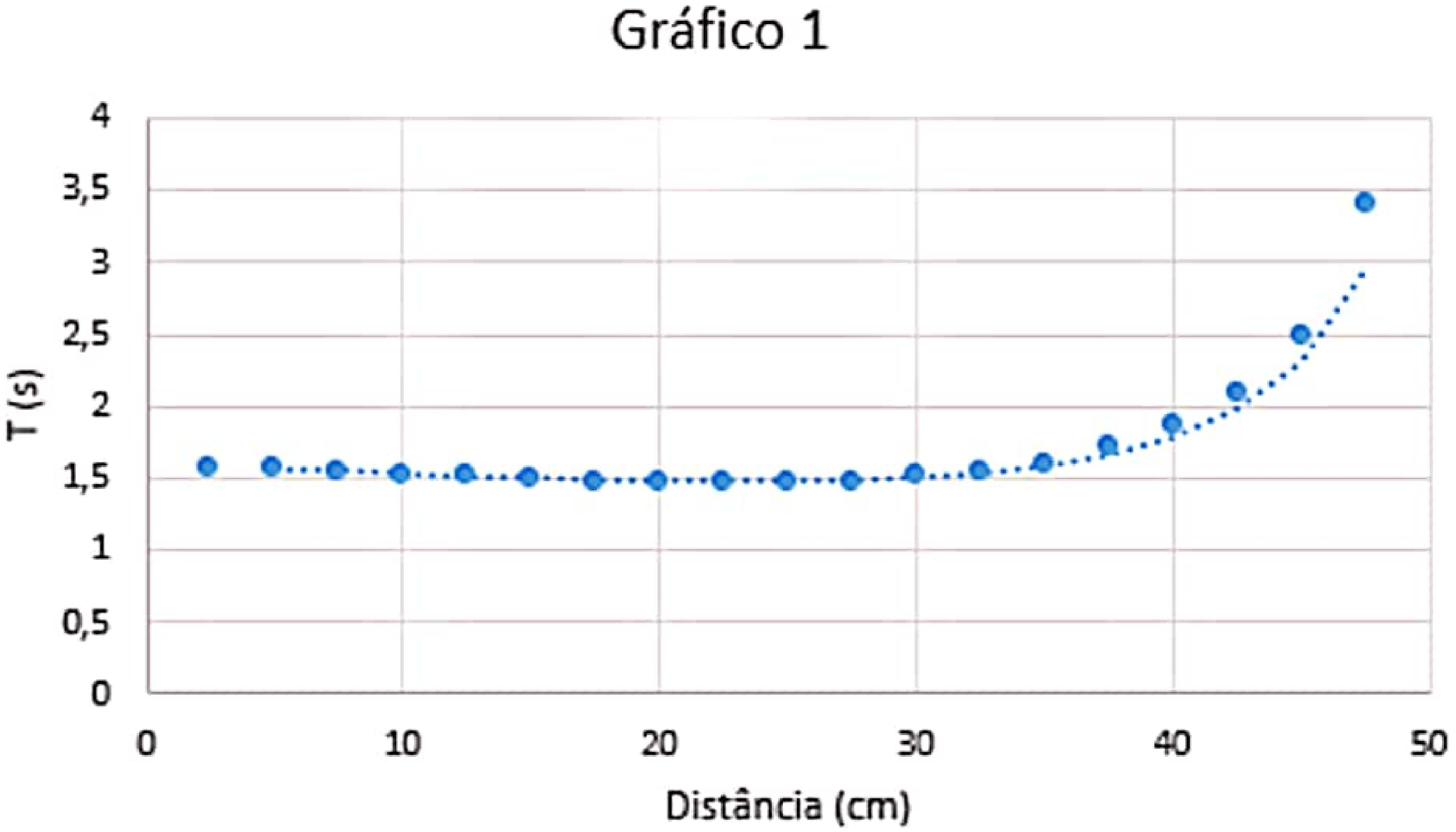
Gráfico 1
4
3,5
3
2,5
2
1,5
1
0,5
0
T (s)
0
10
20
30
40
50
Distância (cm)

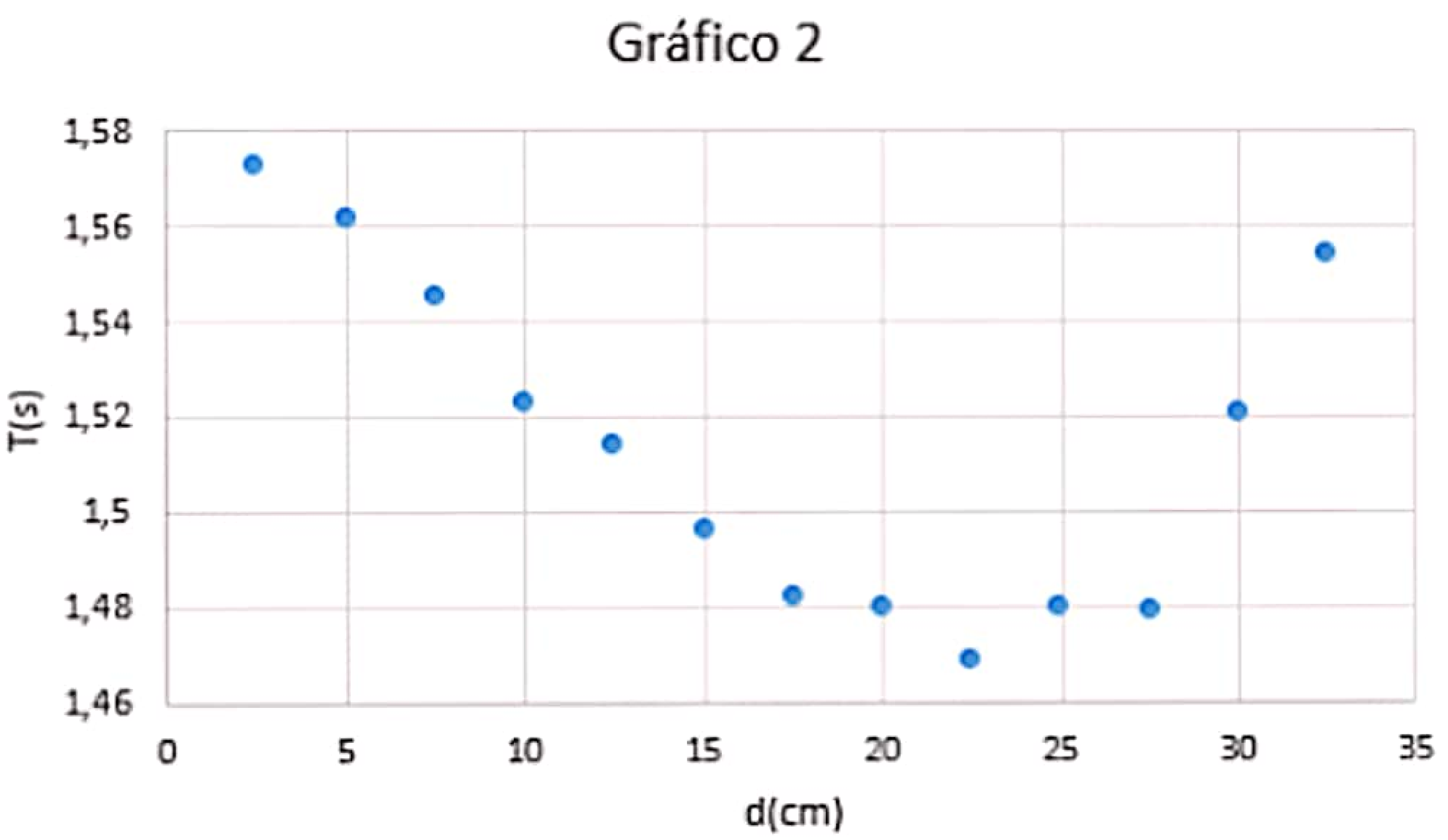
Gráfico 2
1,58
1,56
1,54
1,52
1,5
1,48
1,46
T(s)
0
5
10
15
20
25
30
35
d(cm)