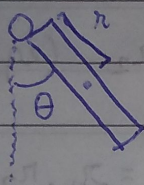


## Experimento 32

### Introdução

Há dois tipos de pêndulo: 1º) pêndulo simples, em que a massa  $m$  pode ser considerada um ponto material e o fio de comprimento  $l$  é inextensível e de massa irrelevante. 2º) Pêndulo composto, que consiste em um corpo rígido, de massa relevante, em rotação ao redor de um eixo fixo. O desenho a seguir ilustra um pêndulo composto



O: eixo de suspensão

$r$ : distância entre o centro de massa e o eixo de suspensão

$\theta$ : ângulo que o segmento  $\overline{Ox}$  faz com a vertical

Se for utilizado um valor de  $\theta$  em que  $0^\circ < \theta < 10^\circ$ , pode-se dizer que  $\sin \theta \approx \theta$ , e portanto, considera-se o movimento do pêndulo como sendo um movimento harmônico simples. O período de oscilação do pêndulo é dado pela equação:  $T = 2\pi \sqrt{I / m \cdot g \cdot r}$ , em que  $I$  é o momento de inércia,  $m$  é a massa da barra e  $g$  é a aceleração da gravidade.

### Materiais e Métodos

Este experimento foi relativamente simples quanto ao método, e foram usados poucos materiais

O necessário para observar as propriedades do pêndulo físico foram: Uma barra metálica com furos, um suporte para a barra, um cronômetro, para medir o período, e uma balança

A metodologia consistiu em opor a barra em cada um dos 19 primeiros furos (o furo 20 é o centro de massa) e estável em menos de  $10^\circ$  porque este é o intervalo no qual o  $\sin \theta \approx$

θ. As medições foram repetidas 4 vezes.

## Resultados e discussão

Partindo do princípio, raio de giro é uma determinada área que tem um momento de inércia ( $I_x$ ) em relação ao eixo  $x$ . Se concentrarmos esta área em uma faixa estreita, paralela ao eixo  $x$ , e com mesmo momento de inércia ( $I_x$ ), a distância dessa faixa ao eixo  $x$ , é o raio de giro.

Para facilitar a compreensão dos resultados, vamos demonstrar as equações utilizadas:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \left( \frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 4\pi^2 r^2 - T^2 g r + 4\pi^2 R^2 = 0 \quad S = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \quad (\text{eq 8})$$

$$P = \frac{4\pi^2 R^2}{4\pi^2} = R^2 = r_1 \cdot r_2 \quad (\text{eq 9})$$

Provando o porquê da equação 7 dar o  $T_{\min}$

$$\frac{d}{dr} 2\pi \left( \frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{\frac{1}{2}} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{2r}{gr} - \frac{(R^2 + r^2)}{g^2 \cdot r^2} \cdot g$$

$$T_{\min} = \pi \left( \frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{2r}{gr} - \frac{(R^2 + r^2)}{g^2 \cdot r^2} \cdot g \right) = 0$$

$$\textcircled{1} \left( \frac{R^2 + r^2}{gr} \right)^{-\frac{1}{2}} = 0 \rightarrow R = r$$

$$\textcircled{2} \frac{2r}{gr} - \frac{(R^2 + r^2)}{g^2 \cdot r^2} \cdot g = 0 \rightarrow 2r^2 = R^2 + r^2 \rightarrow R = r$$

Substituindo em equação 6, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{gR}} = 2\pi \sqrt{\frac{R(R+R)}{gR}}$$

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Fazendo um gráfico de período (T) em função de d, com os dados obtidos pela tabela 1, obtemos o gráfico 1:

"Tabela 1"

"Gráfico 1"

Como podemos observar pelo gráfico, conforme vamos nos aproximando do vigésimo furo, que é o ponto de equilíbrio da barra, o período tende ao infinito, fato comprovado isso é que não é possível medir o período no 20º furo.

Fazendo a média de todos os valores do raio de giro obtidos experimentalmente, chegamos a  $R = 0,2865963$ . Assim podemos calcular o  $T_{\min}$ , com  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

"Tabela 2"

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2865963}{9,8}}$$

$$T_{\min} = 1,51879 \text{ s}$$

Como observado no gráfico abaixo, podemos analisar os pontos dos furos 8 e 10, pois tem períodos iguais (1,537 s). Vamos adotar  $T = 1,537$  e  $r_1 = 0,3$  e  $r_2 = 0,25$

$$r_1 \cdot r_2 = R^2 \rightarrow R = 0,273 \text{ m}$$

$$r_1 + r_2 = \frac{1,537^2 \cdot g}{4\pi^2} \rightarrow g = 9,19 \text{ m/s}^2$$

Comparando os valores obtidos anteriormente, temos uma variação de aproximadamente 0,056 de diferença entre o raio de giro e 0,62 entre a gravidade obtida e a que conhecemos ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ), provando nesta precisão

"Tabela 3"

"Gráfico 2"

Utilizando o mesmo gráfico e a mesma ideia apresentada anteriormente, vamos utilizar  $m = 421 \text{ g}$ ,  $R = 0,273 \text{ m}$   
 $r = 0,475 \text{ m}$

$$I = m \cdot R^2 + m \cdot r^2 \rightarrow I = 0,421 \cdot 0,273^2 + 0,421 \cdot 0,475^2 = \underline{0,1263 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

Agora vamos comparar esse valor com o momento de inércia de uma barra sem furos, mas com as mesmas medidas.

Utilizando:

$$I = \frac{m \cdot l^2}{3} \rightarrow I = \frac{0,421 \cdot 1^2}{3} = \underline{0,1403 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

Podemos perceber que o momento de inércia de uma barra sem furos é maior e apresenta uma diferença de 0,014. Como já esperado, o momento de inércia da barra sem furos é maior que da barra com furos, devido ao fato dos furos no sólido fazerem que a massa não seja distribuída uniformemente, diferente da barra sem furos que possui massa uniforme, que possui um volume maior para distribuir a sua massa durante a rotação.

## Conclusão

O experimento realizado nos permitiu analisar o comportamento de um pêndulo físico e, a partir dos dados coletados em laboratório foi possível montar os grá-

/ /

ficas e tabelas que nos ajudaram a compreender o seu funcionamento. As equações apresentadas e de duzidos nos resultados e discussão foram utilizadas no cálculo da gravidade, momento de inércia e raio de giro do pêndulo. Também foram comparados os resultados obtidos na prática com os esperados pela teoria, explicando possíveis disparidades.

<b>d(cm)</b>	<b>T(s)</b>
2,5	1,614
5	1,615
7,5	1,589
10	1,557
12,5	1,540
15	1,525
17,5	1,576
20	1,537
22,5	1,534
25	1,537
27,5	1,536
30	1,590
32,5	1,637
35	1,668
37,5	1,758
40	1,897
42,5	2,155
45	2,505
47,5	3,233

Título do Gráfico



R(m)

0,285925

0,2987338

0,2931591

0,2845338

0,2834934

0,2823044

0,3080556

0,2932441

0,29194

0,2902681

0,2850267

0,2925096

0,2930976

0,2849064

0,2834983

0,2818598

0,2844716

0,2747348

0,2535683



$r(\text{cm})$	$T(\text{s})$
47,5	4,750
45	4,500
42,5	4,250
40	4,000
37,5	3,750
35	3,500
32,5	3,250
30	3,000
27,5	2,750
25	2,500
22,5	2,250
20	2,000
17,5	1,750
15	1,500

