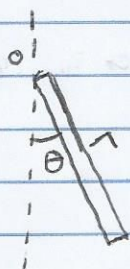


Experimento #2

Há dois tipos de pêndulo: 1º) Pêndulo simples, um que a massa m pode ser considerada um ponto material e o fio de comprimento ℓ é inextensível e de massa irrelevante; 2º) Pêndulo composto, que consiste em um corpo rígido; de massa relevante, em rotação ao redor de um eixo fixo. A figura a seguir, ilustra um pêndulo composto:



O: eixo de suspensão.

r : distância entre o centro de massa e o eixo de suspensão.

θ : ângulo que o segmento Or faz com a vertical.

Se for utilizando um valor de θ em que $\theta < 10^\circ$, pode-se dizer que $\sin \theta \approx \theta$, e portanto, considera-se o movimento do pêndulo como sendo um movimento harmônico simples. O período de oscilação do pêndulo (T) é dada pela equação: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot r}}$, em que I

é o momento de Inércia, m é a massa da barra e g é a gravidade.

Materiais e métodos

Nesse experimento foi utilizada uma barra de massa 421g, 1 metro de comprimento, 2,4 cm de largura e 0,6 cm de espessura. A barra apresenta 39 furos, sendo o 20º furo, o centro de massa da barra.

Utilizamos uma haste (suporte) para barra, balança e um cronômetro. Para cada furo (do furo um ao vinte) medimos com o cronômetro 10 oscilações e uma régua.

Cada um do grupo mediu as 10 oscilações nesses furos com ângulos menores de 10° (devido $\theta < 10^\circ$, então $\sin \theta \approx \theta$) e os dados foram anotados.

Com a balança medimos a massa da barra e a régua mediu o comprimento, largura e espessura da barra.

Resolvidor e discussão

Partindo do princípio, raio de giro é uma determinada área que tem um momento de inércia (I_x) em relação ao eixo x . Se considerarmos essa área em uma faixa estreita, paralela ao eixo x , e com mesmo momento de inércia (I_x), a distância dessa faixa ao eixo x é o raio de giro.

Para facilitar a compreensão dos resultados, vou demonstrar as equações utilizadas:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)$$

$$\hookrightarrow 4\pi^2 r^2 - T^2 g r + 4\pi^2 R^2 = 0$$

$$S = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = r_1 + r_2 \quad (\text{eq 8})$$

$$P = \frac{4\pi^2 R^2}{4\pi^2} \Rightarrow R^2 = r_1 \cdot r_2 \quad (\text{eq 9})$$

Provando o porquê da eq 7 dar o $T_{\min}$.

$$\frac{d}{dr} 2\pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{2\pi}{2} \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{2r}{g \cdot r} - \frac{R^2 + r^2}{g \cdot r^2} \cdot g \right)$$

$$T_{\min} = \pi \left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{2r}{g \cdot r} - \frac{(R^2 + r^2) \cdot g}{g^2 \cdot r^2} \right) = 0$$

$$\left(\frac{R^2 + r^2}{g \cdot r} \right)^{-\frac{1}{2}} = 0$$

$$\hookrightarrow R = r$$

$$\hookrightarrow \frac{2r}{g \cdot r} - \frac{(R^2 + r^2) \cdot g}{g^2 \cdot r^2} = 0$$

$$\hookrightarrow 2r^2 = R^2 + r^2$$

$$R = r$$

data

S T Q Q S S D

Substituindo, $R=r$, em (6), temos:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + R^2}{gR}} = 2\pi \sqrt{\frac{R(R+R)}{gR}}$$

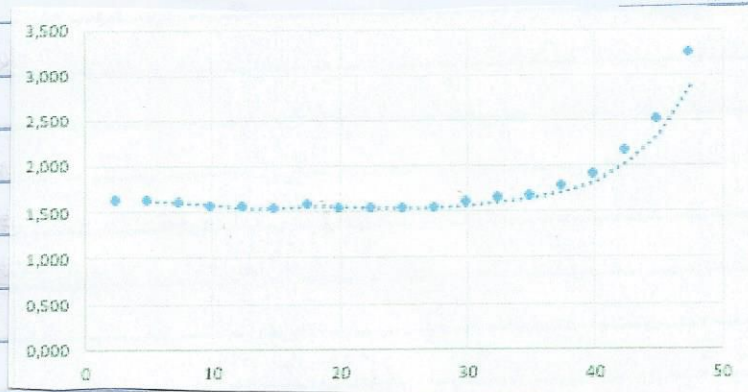
↓

$$T_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Fazendo um gráfico de período (T) em função de d, com os dados obtidos pela seguinte tabela, obtenho o gráfico abaixo:

Período x distância

d(cm)	T(s)
2,5	1,614
5	1,615
7,5	1,589
10	1,557
12,5	1,540
15	1,525
17,5	1,576
20	1,537
22,5	1,534
25	1,537
27,5	1,536
30	1,590
32,5	1,637
35	1,668
37,5	1,758
40	1,897
42,5	2,155
45	2,505
47,5	3,233



Como podemos observar pelo gráfico, conforme vamos nos aproximando do vigeésimo foro, que é o ponto de equilíbrio da barra, o período tende ao infinito, fato com prova isso é que não é possível medir o período no 20º foro.

Fazendo a média de todas as valores do raio de giro obtidos experimentalmente, chegamos a $R = 0,2865963$. Assim podemos calcular o $T_{\min}$, com $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

R(m)
0,285925
0,2987338
0,2931591
0,2845338
0,2834934
0,2823044
0,3080556
0,2932441
0,29194
0,2902681
0,2850267
0,2925096
0,2930976
0,2849064
0,2834983
0,2818598
0,2844716
0,2747348
0,2535683

data

S T Q Q S S D

$$T_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{2,02865963}{9,8}}$$

$$T_{min} = 1,51879s$$

Como observado no gráfico abaixo, podemos analisar as partes das furas 8 e 10, pois tem períodos iguais (1,537s). Vemos a partir $T = 1,537$ e $r_L = 0,3$ e $r = 0,25$.

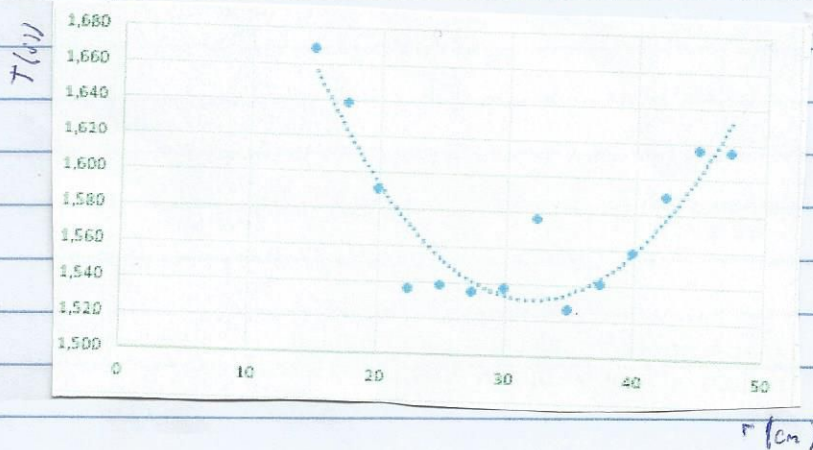
$$r_1 r_2 = R^2 \Rightarrow R \approx 0,273m$$

$$T_1 + T_2 = \frac{1,537^2 \cdot g}{4\pi^2} \Rightarrow g = 9,19 m/s^2$$

Comparando aos valores obtidos anteriormente, temos uma variação de aproximadamente 0,056 de diferença entre a raiz do giro e 0,61 entre a gravidade obtida e a que conhecemos ($9,8 m/s^2$), provando nossa precisão.

r(cm)
47,5
45
42,5
40
37,5
35
32,5
30
27,5
25
22,5
20
17,5
15

T(s)
1,614
1,615
1,589
1,557
1,540
1,525
1,576
1,537
1,534
1,537
1,536
1,590
1,637
1,668



data

S T Q Q S S D

Utilizando o mesmo gráfico e a mesma ideia apresentada anteriormente, vamos utilizar $m = 421 \text{ g}$, $R \approx 0,273 \text{ m}$ e $r = 0,475 \text{ m}$

$$I = m \cdot R^2 + m \cdot r^2$$

$$\rightarrow I = 0,421 \cdot 0,273^2 + 0,421 \cdot 0,475^2 = 0,1263 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Agora vamos ~~se~~ comparar esse valor com o momento de inércia de uma barra sem furos, mas com as mesmas medidas. Utilizando:

$$I = \frac{m \cdot L^2}{3}$$

$$\rightarrow \frac{0,421 \cdot L^2}{3} = 0,1403 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Podemos perceber que o momento de inércia da barra sem furos é maior e apresenta uma diferença de 0,014.

Um como já esperado, o momento de inércia da barra sem furos é maior que da barra com furos, devido o fato dos furos no sólido fazerem que a massa não seja distribuída uniformemente distribuída, diferente da barra sem furo que possui massa uniforme, que possui um volume maior para distribuir a sua massa durante a rotação.

Conclusão

O experimento realizado nos permitiu analisar o comportamento de um pêndulo físico e, a partir dos dados coletados em laboratório, foi possível gráficos e tabelas que nos ajudaram a compreender o seu funcionamento. As equações apresentadas e deduzidas nos resultados e discussões foram utilizadas no cálculo da gravidade, momento de inércia e raio de giro do pêndulo. Também foram comparados os resultados obtidos na prática com os esperados pela teoria, explicando possíveis discrepâncias.