

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

GABRIEL SOUZA LIMA (12567311)
RAFAEL MAIA NUNES (12543760)
RODOLFO CALASANS PALANCA (12561350)
VINICIUS CARVALHO SALES DA SILVA (12561426)

O CONGRESSO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS E A MEDALHA FIELDS

SÃO PAULO
2023

SUMÁRIO

1 OS CONGRESSOS INTERNACIONAIS DE MATEMÁTICA.....	2
2 A HISTÓRIA DA MEDALHA FIELDS.....	6
2.1 A VIDA DE JOHN CHARLES FIELDS.....	6
2.2 POR QUE NÃO HÁ NOBEL DE MATEMÁTICA?.....	8
2.3 A MEDALHA FIELDS TEM MAIS VALOR QUE O PRÊMIO NOBEL?.....	8
2.4 O IMPACTO DA MEDALHA FIELDS NAS PESQUISAS.....	9
2.5 A CONTRADIÇÃO NA IDADE MÁXIMA PARA RECEBER A MEDALHA FIELDS....	10
3 A MEDALHA FIELDS BRASILEIRA.....	12
3.1 ARTUR ÁVILA.....	12
3.2 A “OUTRA” MEDALHA FIELDS BRASILEIRA.....	16
4 GRIGORI PERELMAN.....	18
4.1 A CONJECTURA DE POINCARÉ.....	20
4.2 AS CONSEQUÊNCIAS DO NOVO TEOREMA.....	23
REFERÊNCIAS.....	27

1 OS CONGRESSOS INTERNACIONAIS DE MATEMÁTICOS

Os congressos internacionais de matemáticos representam eventos de destaque no cenário acadêmico global, reunindo especialistas, pesquisadores e acadêmicos de renome para compartilhar ideias, avanços e descobertas no campo da matemática. Esses congressos ocorrem a cada quatro anos e oferecem uma plataforma crucial para o intercâmbio de conhecimentos e o estabelecimento de colaborações entre profissionais de diversas partes do mundo.

Um dos congressos mais prestigiosos é o Congresso Internacional de Matemáticos (ICM), que teve sua primeira edição em 1897. Organizado pela União Matemática Internacional (IMU), o ICM reúne milhares de matemáticos de todo o globo, proporcionando um fórum para a apresentação de pesquisas inovadoras, discussões acadêmicas e o fortalecimento dos laços dentro da comunidade matemática internacional.

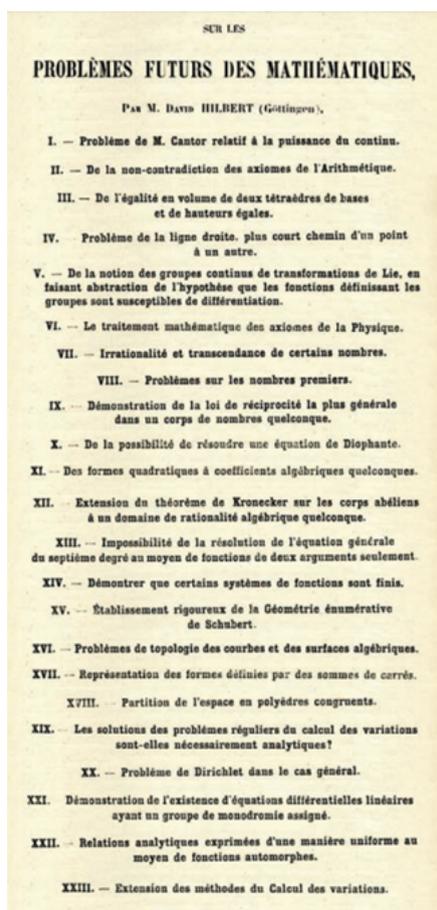
Figura 1 - ICM Logo no ano de 2022



Fonte: International Mathematical Union

O Congresso Internacional de Matemáticos de 1900, realizado em Paris, foi marcado por um momento crucial na história da matemática. O renomado matemático alemão David Hilbert proferiu uma palestra que delineou uma lista de 23 problemas desafiadores, conhecidos como os "Problemas de Hilbert". Esses problemas foram apresentados como diretrizes para orientar a pesquisa matemática no século XX.

Figura 2 - Lista com os 23 Problemas de Hilbert em francês



Fonte: Mathematicians of The World, Unite!

Os Problemas de Hilbert abrangiam uma ampla gama de tópicos matemáticos, incluindo teoria dos números, álgebra, geometria, análise matemática e lógica. Eles foram formulados de maneira a estimular o desenvolvimento de novas teorias e métodos, buscando resolver questões fundamentais e preencher lacunas no conhecimento matemático da época.

Durante esses congressos, uma ampla variedade de tópicos é abordada, refletindo a diversidade e a abrangência da matemática contemporânea. Palestras plenárias proferidas por especialistas renomados abordam questões fundamentais, enquanto sessões paralelas oferecem a oportunidade para apresentações de trabalhos mais específicos e recentes. Esses eventos são vitais para a disseminação de conhecimentos, promovendo o entendimento das últimas descobertas e tendências na pesquisa matemática.

Além das atividades acadêmicas, os congressos internacionais de matemáticos também desempenham um papel crucial na promoção da colaboração

entre pesquisadores e na formação de redes de contatos. A interação informal entre participantes, seja durante as sessões técnicas, eventos sociais ou até mesmo durante os intervalos, muitas vezes leva a colaborações frutíferas e à troca de ideias que transcendem fronteiras geográficas e culturais.

O impacto dos congressos internacionais de matemáticos vai além do âmbito acadêmico, influenciando o desenvolvimento da matemática e seu papel na sociedade. Esses eventos contribuem para a divulgação da importância da matemática na solução de problemas do mundo real, além de inspirar novas gerações de estudantes a seguir carreiras na área.

O Congresso Internacional de Matemáticos de 2018, sediado no Rio de Janeiro, Brasil, foi um marco na comunidade matemática global. Reunindo especialistas de diversas nacionalidades, o evento destacou avanços significativos em áreas como topologia, teoria dos números e geometria algébrica. Palestras plenárias proferidas por renomados matemáticos abordaram questões contemporâneas, enquanto as sessões paralelas proporcionaram uma plataforma para a apresentação de pesquisas inovadoras. O congresso também enfatizou a importância da diversidade e inclusão na matemática, promovendo discussões sobre igualdade de gênero e representatividade. Além disso, o evento fortaleceu colaborações internacionais e estimulou o intercâmbio de ideias. O impacto do Congresso Internacional de Matemáticos de 2018 reverbera na comunidade acadêmica, contribuindo para o avanço contínuo da disciplina e inspirando futuras gerações de matemáticos.

Figura 3 - Marcelo Viana discursando no ICM 2018



Fonte: International Mathematical Union

Diante do exposto, percebe-se que os congressos internacionais de matemáticos promovem o avanço da matemática mundial, proporcionando um ambiente físico/presencial propício para a disseminação de conhecimentos, a colaboração entre especialistas e a inspiração para futuras pesquisas. Esses eventos continuam a ser um pilar essencial no cenário da pesquisa matemática global, impulsionando a disciplina para novos focos e desafios.

2 A HISTÓRIA DA MEDALHA FIELDS

A criação da Medalha Fields remonta a 1936, quando o matemático canadense John Charles Fields concebeu a ideia. Ele propôs a instituição da medalha como uma forma de honrar contribuições notáveis no âmbito da matemática. A entrega da Medalha Fields ocorre a cada quatro anos durante o Congresso Internacional de Matemáticos, sendo amplamente reconhecida como uma das mais prestigiosas distinções no campo. Seu valor reside em realçar e premiar realizações significativas na matemática, proporcionando aos laureados reconhecimento internacional e estimulando avanços na disciplina.

Figura 4 - Medalha Fields frente e verso



Fonte: International Mathematical Union.

Além do reconhecimento, o prêmio inclui uma quantia em dinheiro, fixada em 15 mil dólares canadenses desde 2006. A Medalha Fields foi entregue pela primeira vez em 1936, honrando o matemático finlandês Lars Ahlfors e o norte-americano Jesse Douglas. Desde 1950, tem sido concedida a cada quatro anos, com uma pausa durante a Segunda Guerra Mundial.

2.1 A VIDA DE JOHN CHARLES FIELDS

Nascido em Hamilton (Ontário), filho de um comerciante de artigos de couro, Fields concluiu seus estudos no "Hamilton Collegiate Institute" em 1880 e na

Universidade de Toronto em 1884. Em seguida, partiu para os Estados Unidos, matriculando-se na Universidade Johns Hopkins, onde alcançou seu doutorado em 1887.

Figura 5 - John Charles Fields



Fonte: The Fields Institute

Após lecionar por dois anos na Universidade Johns Hopkins, Fields tornou-se professor no Allegheny College em Meadville (Pensilvânia). Desencantado com a situação da pesquisa matemática na América do Norte, embarcou para a Europa em 1891, inicialmente estabelecendo-se em Berlim, Göttingen e Paris. Lá, colaborou com destacados matemáticos de sua época, como Karl Weierstrass, Felix Klein, Ferdinand Georg Frobenius e Max Planck. Fields também cultivou uma amizade duradoura com Magnus Gösta Mittag-Leffler. Ele iniciou a publicação de artigos sobre um novo tópico, funções algébricas, que eventualmente se tornaria o foco mais produtivo de sua carreira.

Retornando ao Canadá em 1902 para lecionar na Universidade de Toronto, Fields dedicou-se vigorosamente a elevar o padrão matemático em círculos acadêmicos e públicos. Persuadiu a Assembleia Legislativa de Ontário a alocar \$75.000 anuais em bolsas de pesquisa para universidades, contribuiu para o estabelecimento do National Research Council of Canada e da "Ontario Research Foundation". Entre 1919 e 1925, serviu como presidente do Royal Canadian Institute, desempenhando um papel crucial para que Toronto fosse escolhida como sede do Congresso Internacional de Matemáticos de 1924.

Fields concebeu o prêmio no final da década de 1920, mas, devido a problemas sérios de saúde, não testemunhou sua realização. Faleceu em 9 de agosto de 1932, destinando \$47.000 em seu testamento para os fundos da Medalha Fields. O Instituto Fields da Universidade de Toronto foi nomeado em sua memória.

2.2 POR QUE NÃO HÁ NOBEL DE MATEMÁTICA?

Existem diversas lendas sobre a ausência de um Prêmio Nobel em Matemática. Uma delas sugere que Alfred Nobel, o industrial sueco que estabeleceu os prêmios, não apreciava o matemático Magnus Gustav Mittag-Leffler, um compatriota. Embora houvesse desagrado, a ideia de evitar que outros ganhassem é exagerada.

A explicação mais simples é que Nobel não podia criar prêmios para todas as áreas do conhecimento. Com base em sua experiência pessoal como químico e inventor, e preocupado com o uso militar da dinamite, ele escolheu temas diretamente ligados ao progresso humano: química, física, fisiologia ou medicina, literatura e paz.

Outro motivo principal parece ser o fato de que Nobel não atribuía grande importância à matemática, considerando-a uma disciplina teórica e menos prática para beneficiar a humanidade, conforme indicado em seu testamento sobre "invenções e descobertas" de grande benefício prático.

2.3 A MEDALHA FIELDS TEM MAIS VALOR QUE O PRÊMIO NOBEL?

Quando uma mídia não especializada menciona a Medalha Fields para um público que possivelmente não está familiarizado, costuma fazer uma analogia com o mais conhecido Prêmio Nobel, rotulando a Medalha Fields como o "Nobel da Matemática". Isso pode erroneamente sugerir que o Prêmio Nobel é uma distinção mais prestigiosa, especialmente devido às diferenças nos valores monetários associados a cada prêmio. No entanto, em termos de méritos intelectuais dos laureados e relevância de suas contribuições para o avanço de suas áreas de pesquisa, ambas as distinções são comparáveis.

Alguns argumentam que a Medalha Fields é, de fato, uma honraria superior ao Nobel, apontando para diversos motivos:

- i) A Medalha Fields é concedida quadrienalmente, enquanto o Prêmio Nobel é anual.
- ii) O Prêmio Nobel é concedido em seis categorias, enquanto a Medalha Fields se concentra exclusivamente em matemática.
- iii) Muitos trabalhos laureados com o Nobel são vistos como relativamente triviais, surgindo organicamente dos estudos, sem exigir um insight genial. Em contraste, os trabalhos agraciados com a Medalha Fields demandam um alto nível de abstração, criatividade e rigor analítico.
- iv) Há considerações políticas e burocráticas associadas ao Prêmio Nobel, exemplificadas por indicações controversas e casos em que méritos intelectuais foram questionados. A título de exemplo, pode ser levado em consideração o fato de Hitler quase ter ganhado o Nobel da paz e de Bush ter recebido a oferta do mesmo caso não invadisse o Iraque.

Deste modo, a Medalha Fields é percebida por alguns como uma representação mais fiel dos méritos intelectuais do matemático, enquanto o Nobel, por vezes, é influenciado por fatores políticos. Essas distinções levam alguns a considerar a Medalha Fields como uma honraria mais elevada que o Prêmio Nobel. Dada a natureza subjetiva dessa avaliação, as opiniões podem variar amplamente.

2.4 O IMPACTO DA MEDALHA FIELDS NAS PESQUISAS

Em um artigo publicado em 2015 no *Journal of Human Resources*, George J. Borjas, da Harvard University, e Kirk B. Doran, da University of Notre Dame, conduziram uma análise abrangente do impacto da Medalha Fields sobre os laureados com esse prestigioso prêmio.

Enquanto a média de produção científica ao longo da carreira de matemáticos é inferior a 32 artigos, os medalhistas Fields publicam mais de 116 artigos. No entanto, de maneira intrigante, os matemáticos concorrentes que não receberam esse prêmio apresentam uma produção média ligeiramente superior, totalizando 126 artigos. A comparação mais notável ocorre ao examinar a produção científica entre os laureados com a Medalha Fields e aqueles que competiram mas não foram premiados, como revelado no gráfico fornecido.

Quanto ao impacto de suas pesquisas, Borjas e Doran apontam que os medalhistas Fields têm uma média de 64 citações por ano, enquanto os

concorrentes não premiados apresentam uma média de 56 citações por ano. A diferença é sutil, carregando o prestígio social associado à Medalha Fields. Ambas as categorias, no entanto, superam significativamente a média de 2,5 citações por ano para os 72 mil matemáticos no mundo, conforme os parâmetros da American Mathematical Society.

Os pesquisadores também destacam matemáticos que impactaram profundamente a disciplina, mas não foram agraciados com a Medalha Fields, como George Lusztig e John Tate. Quatro fatores arbitrários, como o intervalo de quatro anos entre premiações, a limitação de quatro matemáticos premiados e a restrição de idade, podem justificar esse fenômeno. Segundo Borjas e Doran, os laureados com a Medalha Fields não abrangem sequer metade das grandes realizações matemáticas das últimas oito décadas.

O artigo também aborda a peculiar diminuição na produção científica dos matemáticos laureados com a Medalha Fields. Os pesquisadores identificam um fenômeno comportamental peculiar, onde há uma tendência desses matemáticos migrarem seus interesses intelectuais para áreas previamente não exploradas após receberem o prêmio. Cerca de metade da queda na produção pode ser atribuída a essa propensão à experimentação.

Portanto, enquanto a Medalha Fields estimula os laureados a explorar novos territórios em suas pesquisas, a análise revela que esse estímulo pode resultar em uma diminuição na produção científica quando comparada a períodos anteriores à conquista do prêmio. A influência da Medalha Fields sobre concorrentes não contemplados varia, sendo positiva quando considerada uma continuidade de pesquisas anteriores e negativa quando vista como uma necessidade individual de exploração de novas áreas.

2.5 A CONTRADIÇÃO NA IDADE MÁXIMA PARA RECEBER A MEDALHA FIELDS

Essa norma dos 40 anos já resultou em situações desagradáveis. Um exemplo é o britânico Andrew Wiles, que provou o Teorema de Fermat em 1993 aos 39 anos, ficando fora da elegibilidade para a Medalha Fields devido a um lapso na demonstração, que levou dois anos para ser corrigido. No Congresso Internacional

de Matemáticos (ICM) subsequente, em Berlim, criaram um prêmio especial para Wiles.

Isso se relaciona diretamente, também, com a quase exclusão das mulheres. Um matemático excepcional, após graduação e doutorado, geralmente está envolvido em pesquisa independente a partir dos 25-30 anos. Portanto, tem um tempo de 10-15 anos, até os 40, para um trabalho intensivo se almeja conquistar a Medalha Fields. Nada pode desviá-lo dos teoremas.

Aqui reside o problema. A regra dos 40 anos é especialmente desfavorável para as mulheres. Para aspirar à Medalha Fields, elas precisam se dedicar totalmente ao trabalho, e isso é um desafio, pois o relógio biológico das mulheres é mais implacável do que o dos homens; o período entre os 25 e 40 anos também corresponde à fase fértil da mulher, quando ela pode desejar formar uma família e ter filhos.

A concentração total em objetos matemáticos elevados não é a atividade mais compatível com enjoos, ecografias, amamentação, cólicas, mudanças de fraldas e noites sem dormir. Apesar dos avanços civilizacionais, é um fato que, em geral, os homens não dividem igualmente todas as responsabilidades da vida familiar com as mulheres, deixando estas mais sobrecarregadas. Curiosamente, as duas mulheres que receberam a Medalha Fields casaram e tiveram filhos.

3 A MEDALHA FIELDS BRASILEIRA

Figura 6 - Mapa de ganhadores da Medalha Fields



Fonte: Imagem dos autores, 2023.

Para este a construção deste mapa (Figura 6), consideramos o país onde o premiado cursou a educação básica. Apesar de não possuir nenhum prêmio Nobel, como podemos perceber, o Brasil é o único país da América do Sul e também o único entre os que adotam a língua portuguesa a ter um ganhador da Medalha Fields. Portanto, vamos explorar a história que há por trás da medalha brasileira.

3.1 ARTUR ÁVILA

Figura 7 - Artur Ávila



Fonte: Instituto de Matemática Pura e Aplicada.

Artur Ávila é um matemático que tem, hoje, 44 anos. Segundo ele próprio, nasceu com uma curiosidade inata pela matemática e dá destaque ao seu professor da quinta série como uma das primeiras pessoas que aumentaram seu interesse. No Rio de Janeiro, devido a sua condição financeira, Artur pôde frequentar boas escolas, como o Colégio Santo Agostinho. Desde cedo, Artur participou de muitas olimpíadas de matemática, algo que vai não só dar pistas de sua genialidade, mas também influenciar consideravelmente sua carreira. Em 1992, com apenas 13 anos, ele conseguiu medalha de bronze na Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM). Nos três anos seguintes, Ávila conseguiu três medalhas de ouro e, ainda em 95, conseguiu medalha de ouro na Olimpíada Internacional de Matemática (IMO).

Figura 8 - Resultados de Artur Ávila na IMO de 1995



Fonte: International Mathematical Olympiad.

Nessa competição, como é de costume, a prova era composta por 6 questões valendo 7 pontos cada. Artur, em 6 delas, conseguiu nota máxima (Figura 8) e em apenas uma obteve dois sétimos da questão, somando, assim, 37 pontos em 42 possíveis, o que foi suficiente para conseguir medalha de ouro e a 23ª colocação naquele ano.

Durante a premiação de uma das edições da OBM que participou, Ávila visitou o Instituto de Matemática Pura e Aplicada e, ainda sem nunca ter ouvido falar de lá, ficou curioso sobre quem trabalhava lá e o que se fazia. Em 95, de volta da IMO que ocorreu em Toronto, no Canadá, teve a oportunidade de fazer um curso no IMPA para que, se desse tudo certo, ingressaria no mestrado ainda jovem - o que veio a acontecer. Assim, ainda no Ensino Médio, Ávila concluiu o mestrado e, durante a graduação na UFRJ - onde ele pouco esteve presente, iniciou o doutorado. Assim, com apenas 21 anos e sob a orientação de Wellington de Melo, Artur defendeu sua tese na área de sistemas dinâmicos.

A medalha de Artur, sem dúvidas, é reflexo de um projeto e uma linhagem construída no IMPA. O instituto foi fundado em 1951 pelos matemáticos Lélío Gama (1892-1981), Leopoldo Nachbin (1922-1993) e Maurício Peixoto (1921-2019) com o objetivo de estabelecer, no Brasil, um forte centro de pesquisa em Matemática. Com sucesso, em pouco tempo o IMPA começou a atrair matemáticos brasileiros que se formaram no exterior e, posteriormente, matemáticos de outros países da América Latina e do mundo. Stephen Smale (93 anos - estadunidense), grande referência na pesquisa de sistemas dinâmicos e também ganhador da Medalha Fields em 1966, foi o orientador de mestrado e doutorado de Jacob Palis (83 anos - mineiro), um dos grandes responsáveis por fazer do IMPA uma escola forte no estudo de sistemas dinâmicos. Por sua vez, foi o orientador de Wellington de Melo (1946-2016), que orientou o doutorado de Artur Ávila. Em seu mestrado, Artur foi orientado por Elon Lages Lima (1929 - 2017). Ávila, sem o IMPA, provavelmente teria cursado engenharia, e não matemática - segundo ele mesmo.

Artur é pesquisador do Centro Nacional de Pesquisa da França desde 2003 e, em 2008, tornou-se o diretor de pesquisa. Após concluir o doutorado, ele teve seus três primeiros empregos na França. Em Paris, teve contato com, segundo ele, a maior comunidade matemática do mundo e, assim, diz que o matemático que ele

se tornou também se deve ao que viveu lá, portanto acha justo e conveniente a naturalização francesa. Além disso, desde 2018 é professor do Instituto de Matemática da Universidade de Zurique, na Suíça. Ávila diz não ser nacionalista, mas querer o progresso da matemática brasileira. Quando está no Brasil, gosta de estar próximo de outros pesquisadores do IMPA. Artur têm diferentes publicações com coautoria de dezenas de matemáticos diferentes, entre eles estrangeiros e também brasileiros como Wellington de Melo, seu orientador, e Marcelo Viana - diretor-geral do IMPA desde 2016 e reeleito no mês de novembro para seu terceiro mandato até 2027. Viana, também pesquisador da área de sistemas dinâmicos, foi orientado por Stephen Smale.

Cinco meses antes do Congresso Internacional de Matemáticos de 2014 em Seul, na Coreia do Sul, Artur recebeu uma ligação do IMU informando-o de que seria laureado com a Medalha Fields naquele ano, mas deveria guardar este fato em segredo até lá. Segundo ele, estava desacreditado de que ganharia naquele ano por duas razões. A primeira é que a iraniana Maryam Mirzakhani, matemática de área de estudo próxima a dele, era forte candidata a receber o prêmio. O segundo motivo é que Artur tinha 35 anos em 2014 e, assim, ainda estaria dentro da idade limite (40 anos) para recebimento da medalha em 2018, no congresso seguinte, diferente de outros candidatos. No entanto, em agosto daquele ano, Artur foi premiado “[...] por suas profundas contribuições à teoria dos sistemas dinâmicos, que mudaram a face do campo, usando a poderosa ideia de renormalização como um princípio unificador.” (IMU, 2014).

Legado de toda uma linhagem que vimos até então, os sistemas dinâmicos estudam temas que são descritos a partir de determinadas regras simples que descrevem suas transições ao longo do tempo. Através deles, fazem-se estudos de finanças, populações, entre outros assuntos, com o objetivo de fazer previsões desses sistemas em um futuro distante. Alguns sistemas são regulares, isto é, possuem um número finito de estados, tal como um pêndulo que oscila entre dois pontos. A especialidade do IMPA, todavia, são os sistemas caóticos que, em um momento, deixam de possuir um comportamento regular e precisam ser estudados de modo estatístico e probabilístico. Estes sistemas são extremamente sensíveis a pequenas perturbações iniciais, isto é, podem ser completamente modificados no futuro devido a poucas alterações em seu início. Neste caso, então, analisa-se como o sistema se modificará: até que ponto ele evoluirá de maneira regular,

oscilando entre determinados estados e quais características ele pode apresentar após tornar-se caótico.

Ávila dá destaque à colaboração e a criatividade no que diz respeito à fazer pesquisa em matemática. Sem o costume de ler muito, à exceção de poucos livros de matemática e papers, ele diz que muitas vezes o necessário e mais importante na resolução de um problema é saber qual é o “pulo do gato”, e isso ele faz conversando com outros colaboradores. Já a parte mais difícil, Artur diz que é aquela que exige criatividade para encontrar uma saída escondida entre as regras conhecidas, e isso não possui uma receita geral que instrua o que fazer. Nesse caso, usa-se a intuição para escolher um caminho - que vem da experiência de problemas passados.

Para Artur, a matemática talvez seja a área da ciência em que o Brasil mais se desenvolveu, e isso está atrelado às características próprias da matemática e também às pessoas que trabalharam para isso. Nesse sentido, a matemática “depende mais de recursos humanos do que de recursos materiais. Ter pessoas com foco pode bastar para ir muito longe.” (Ávila, 2014). Isso se difere em outras áreas em que a necessidade de laboratórios extremamente tecnológicos se sobrepõe à vontade dos pesquisadores, que não basta por si só.

Entre 10 e 12 de dezembro de 2014, foi realizado, no IME-USP, o primeiro Congresso Brasileiro de Jovens Pesquisadores em Matemática Pura e Aplicada. Um dos convidados, Artur, falou sobre a importância da Medalha Fields. Segundo ele, este evento, assim como o prêmio Nobel, é um momento importante em que toda a população pode voltar os olhos para a comunidade matemática e, assim, colocar a matemática em pauta - o que é de suma importância para desmistificar o trabalho de pesquisadores que ainda é pouco conhecido pela população. Mais recentemente, em dezembro do ano passado, Ávila - já como professor da Universidade de Zurique - veio ao IME novamente para apresentar um colóquio sobre seus trabalhos de renormalização, geometria fractal e o fenômeno de Newhouse.

3.2 A “OUTRA” MEDALHA FIELDS BRASILEIRA

Apesar do otimismo de Artur quanto ao Congresso Internacional de Matemáticos que viria a ocorrer no Brasil em 2018, aconteceu um episódio inédito:

30 minutos após receber a Medalha Fields, o iraniano Caucher Birkar - um dos laureados naquele ano - teve seu prêmio furtado. Após o caso, o matemático iraniano recebeu uma outra Medalha Fields em compensação àquela que havia sido perdida. No entanto, até hoje não temos outras notícias sobre o que aconteceu com a medalha furtada e nem sobre os responsáveis pelo furto. Enquanto alguns até roubam para conseguir uma Medalha Fields, outros não fazem tanta questão de tê-la. Veremos agora quem está por trás do asterisco que acompanha o número de medalhistas russos.

4 GRIGORI PERELMAN

Figura 9 - Perelman, o gênio russo.



Fonte: Wikimedia.

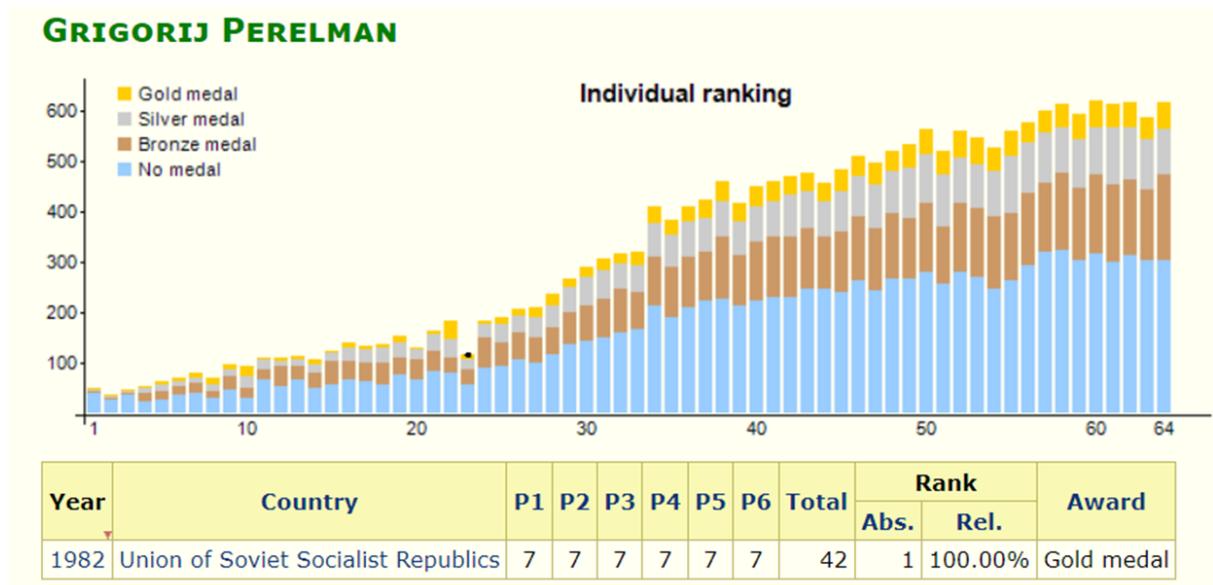
Grigori Perelman certamente é um dos matemáticos mais peculiares da história. Nasceu no ano de 1966 na cidade de Leningrado – atual São Petersburgo – na até então chamada União Soviética. Segundo a biografia de Perelman presente no MacTutor Biographies, o seu pai era engenheiro elétrico e sua mãe professora de matemática do Instituto Técnico da União Soviética. Uma curiosidade sobre Grigori Perelman é que ele desde criança era muito próximo de sua mãe e tudo que ele prometia a ela ele cumpria: era um rapaz de palavra e pacato. Desde pequeno a mãe de Perelman o propunha alguns desafios matemáticos para instigá-lo a pensar e criar bagagem para o raciocínio lógico.

Na faixa dos 10 anos, Perelman já começou a se destacar na disciplina de matemática. Aos 14 anos, ele frequentava um clube de matemática em Leningrado onde tinha aulas mais avançadas sobre diversos temas de matemática. Além disso, com essa mesma idade, Perelman ia num clube de xadrez 1 vez por semana. O dono desse clube era o matemático Ryzhik – o qual também fazia parte do clube de matemática. Segundo constatado em sua biografia, Perelman era um fortíssimo jogador de xadrez. Isso é um fato curioso, pois muito provavelmente as habilidades enxadrísticas desenvolvidas por Perelman na adolescência ajudaram a ele a ser um exímio resolvidor de problemas – a strong problem solving.

Aos 16 anos, Perelman foi selecionado para representar a equipe de matemática da União Soviética na IMO – International Mathematical Olympiads – a olimpíada mais difícil de matemática a nível ensino médio do mundo. Essa

olimpíada ocorreu na cidade de Budapeste na Hungria no ano de 1982 e Grigori Perelman simplesmente gabaritou a prova: acertou todos os 6 problemas conseguindo o *perfect score* dessa edição e ganhou a medalha de ouro para a URSS. Esse feito já mostrava a capacidade do gênio russo o qual viria a se tornar mais genial e emblemático em anos posteriores.

Figura 10 - Perfect Score de Perelman na IMO de 1982.



Fonte: International Mathematical Olympiad.

Com essa mesma idade, Perelman ingressou na Universidade de São Petersburgo em 82. Lá ele se destacou rapidamente pelo talento na área de geometria e topologia e pela sua genialidade em resolver problemas em geral. Claro que o desempenho extraordinário de Perelman na IMO o trouxe uma certa visibilidade, inclusive na própria Universidade. No ano de 1990 tornou-se doutor em matemática defendendo a tese intitulada “Saddle Surfaces in Euclidean Spaces” (Superfícies de Sela no Espaço Euclidiano). Já em 1992, Perelman viajou para Paris com o intuito de estudar mais sobre geometria com um dos grandes geômetras da época: Mikhael Gromov. Ele passou um tempo estudando com Gromov no Institut des Hautes Études Scientifiques (IHES) – sendo esse um dos fortes institutos de pesquisa de matemática e física da França. Com essa passagem, Perelman evoluiu mais ainda sua capacidade de fazer e criar geometria: além de ser um excelente

problem solving – a IMO é um exemplo claro –, Grigori também desenvolveu muito teoria na área de Geometria e Topologia.

No ano de 1995, Perelman ficou conhecido pela comunidade matemática por ter provado a conjectura das almas a qual afirma que é possível conhecer propriedades de um objeto a partir de suas pequenas regiões chamadas “almas” (IMPA, 2019). Nesse mesmo ano, Perelman viajou para os EUA para ver diversas palestras sobre matemática. Em particular, viu algumas no Instituto de Estudos Avançados. Dentre elas, assistiu as palestras de Richard Hamilton: um matemático estadunidense que estudava desde 1982 sobre o Fluxo de Ricci e a Conjectura de Poincaré. Hamilton acreditava que o Fluxo de Ricci era um forte candidato que no auxílio da resolução de um dos problemas mais difíceis do século XX que foi proposto por Henri Poincaré.

4.1 A CONJECTURA DE POINCARÉ

No ano de 1904, o matemático francês Henri Poincaré propôs um problema bem intrigante e difícil que instigou toda a comunidade de matemáticos pelo mundo afora. Poincaré é provavelmente um dos matemáticos mais influentes do século passado, junto com o matemático alemão David Hilbert. Poincaré se destacou pelo desenvolvimento da teoria da topologia e também por ser um dos precursores da teoria da Relatividade Restrita – a qual foi bem desenvolvida por Albert Einstein.

Figura 11 - Henri Poincaré.



Fonte: Wikimedia.

A conjectura de Poincaré pode ser enunciada como:

“Toda 3-variedade compacta e simplesmente conexa é homeomorfa a uma 3-esfera.”

O problema, apesar da curta enunciação, é muito difícil e permaneceu em aberto durante todo o século XX. Sendo assim, nenhum matemático conseguiu provar que a conjectura era verdadeira ou falsa.

O conceito de “homeomorfismo” presente no enunciado da conjectura remete a “homeomorfo”. Dizemos que dois espaços topológicos A e B são idênticos – isto é homeomorfos – quando existe um homeomorfismo entre eles. Um homeomorfismo é uma aplicação bijetiva contínua cuja inversa também é contínua. Um exemplo interessante de objetos topológicos homeomorfos é a rosquinha (2-toro) e a xícara. A interpretação geométrica para isso é que é possível transformarmos a rosquinha na xícara sem rasgar nem furar ela, apenas amassando e achatando-a.

Figura 12 - Homeomorfismo entre a rosquinha e a xícara.



Fonte: Instituto de Matemática Pura e Aplicada.

Uma n -variedade é um espaço topológico que é localmente similar ao n -espaço euclidiano (R^n). Por exemplo, a reta e o círculo centrado na origem de raio 1 são chamados de 1-variedades, pois sua vizinhança é homeomorfa a abertos da reta real. As 1-variedades são chamadas de curvas. A 2-esfera e o 2-toro são exemplos de variedades de dimensão 2, pois qualquer ponto destas superfícies possui vizinhança é similar ao plano. A 3-esfera – também chamada de hiperesfera – é definida como:

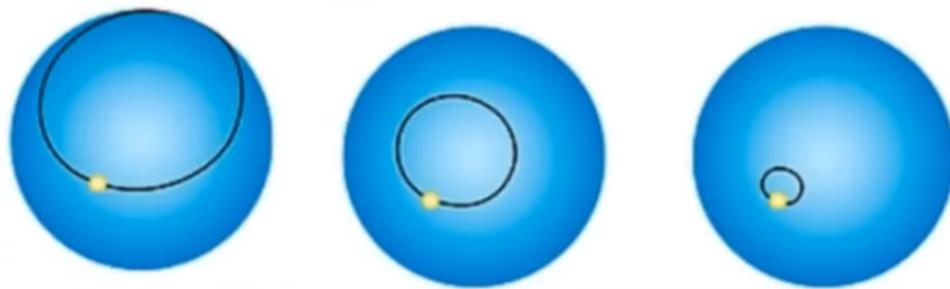
$$S^3 = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1\}.$$

Alguns exemplos de não variedades são o conjunto dos racionais na reta real e também o quadrado de lado 1 formado por coordenadas apenas racionais no plano \mathbb{R}^2 . Ambos não possuem vizinhanças homeomorfas ao espaço euclidiano (de qualquer dimensão).

A ideia de compacidade em espaços topológicos vem da definição de coberturas. Dizemos que um espaço topológico é compacto quando toda cobertura aberta dele possui uma subcobertura aberta finita. Para espaços normados de dimensão finita como o caso do n -espaço euclidiano dizemos que um subconjunto é compacto quando ele é fechado e limitado. Ou seja, para variedades mergulhadas no $(n+1)$ -espaço euclidiano serem compactas basta que sejam fechadas e limitadas.

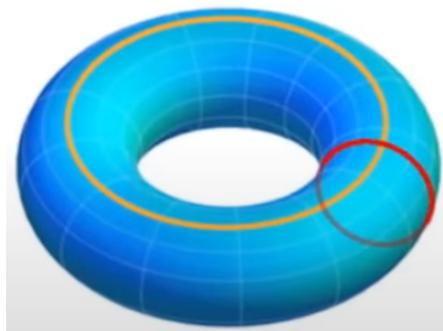
O conceito de simplesmente conexo vem da ideia de convergência de laços. Um laço é uma curva fechada definida na superfície da variedade. Dizemos que um objeto topológico é simplesmente conexo quando todo laço converge continuamente para um ponto da superfície. Por exemplo, a 2-esfera é simplesmente conexa, mas o 2-toro não é.

Figura 13 - Laço convergindo continuamente a um ponto da 2-esfera.



Fonte: Canal “Toda a Matemática” (Youtube).

Figura 14 - O 2-toro não é simplesmente conexo, pois as curvas em vermelho e amarelo não convergem continuamente para um ponto.



Fonte: Canal “Toda a Matemática” (Youtube).

4.2 AS CONSEQUÊNCIAS DO NOVO TEOREMA

O fato é que apesar de não ter conseguido demonstrar a conjectura de Poincaré, Hamilton contribuiu muito para o avanço de resultados importantes através do estudo do Fluxo de Ricci. Por volta do ano de 1996, Perelman, já um pouco mais enturmado com o Fluxo de Ricci e de volta a sua terra natal – Rússia –, escreveu uma mensagem para Richard Hamilton comunicando a ele que tinha descoberto o por que os estudos dele não conseguiam mais progredir em direção a solução da conjectura (MacTutor Biographies). Com essa mensagem, Grigori Perelman pretendia trabalhar em conjunto com Hamilton para juntos possivelmente resolver a conjectura. A questão é que Hamilton nunca retornou a mensagem de Perelman – não se sabe ao certo se ele ignorou ou não viu.

No ano 2000, o Instituto Clay de Matemática resolveu criar uma lista com os 7 problemas matemáticos mais importantes que até então estavam em aberto. A lista era formada pelos seguintes problemas sendo 5 deles de matemática, 1 de computação e 1 de física:

P versus NP (Computação)

A conjectura de Hodge

A conjectura de Poincaré

A hipótese de Riemann

A existência de Yang-Mills e a falha na massa

A existência e a suavidade de Navier-Stokes (Física)

A conjectura de Birch e Swinnerton-Dyer

A fim de motivar a comunidade matemática a pensar na resolução desses problemas, o Instituto Clay de Matemática ofereceu como premiação a quem resolvesse algum dos problemas um valor de 1 milhão de dólares. O que eles não imaginavam é que um dos problemas seria rapidamente solucionado.

Voltando à conjectura de Poincaré, após o ano de 1996 Perelman resolveu estudar a conjectura sozinho, visto que Richard Hamilton não retornou sua mensagem. Para isso precisou usar muito conceitos sobre Geometria Riemanniana,

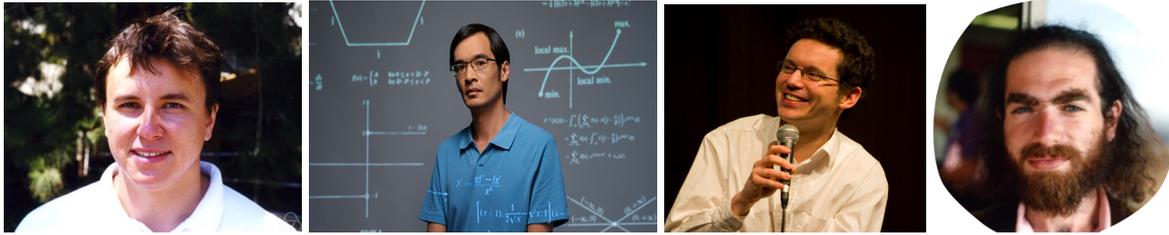
Curvatura de Ricci e Fluxo de Ricci (para mais informações sobre tais assuntos acesse <https://www.youtube.com/watch?v=vOP2LyInSLA>). Perelman usou toda sua bagagem de conhecimento de geometria, topologia e técnicas de equações diferenciais para poder progredir na conjectura e após 7 anos estudando sozinho ele conseguiu provar que a conjectura era verdadeira. Assim, a conjectura de Poincaré virou um Teorema: o Teorema de Perelman-Poincaré. Um fato curioso é que Perelman não publicou sua prova nos maiores sites e revistas de matemática do mundo. O que ele fez foi publicar 3 artigos no site do arXiv – um deles em 2002 e os outros dois em 2003 – sobre a Entropia e o Fluxo de Ricci.

Como Perelman já tinha provado a conjectura das almas em 1995, a comunidade matemática já sabia que ele não era mais um qualquer e que possivelmente o que ele tinha publicado no arXiv poderia ser muito interessante. O problema é que além de ser um conteúdo avançadíssimo o modo como Perelman escrevia – de um jeito extremamente conciso – tornou a leitura dos artigos muito desafiadora até mesmo para os melhores matemáticos do mundo. Após um período de cerca de 4 anos depois da publicação de Perelman, os matemáticos de elite chegaram num consenso: Perelman nos seus 3 artigos tinha acabado de provar um dos problemas mais difíceis do século passado e também do milênio. Assim, a conjectura de Poincaré finalmente foi solucionada pelo gênio russo.

Isso chocou o Instituto Clay de Matemática, não só pela solução de Perelman, como também pela rapidez que ele resolveu o problema. 2 ou 3 anos após divulgada a lista com os problemas, Grigori Perelman tinha solucionado um deles. Saliento aqui que até o presente ano esse é o único problema do milênio resolvido, ou seja, os outros 6 ainda estão em aberto e em busca de solução.

Por ter resolvido a conjectura de Poincaré, Perelman, no ano de 2006, esteve entre os 4 medalhistas Fields. Entretanto, o mais chocante estava por vir: Perelman recusou e não quis receber a medalha nem compareceu à cerimônia de premiação. Sendo assim, Perelman foi o primeiro e único matemático a recusar a medalha Fields – maior honraria do ramo.

Figura 15 - Os 4 medalhistas Fields de 2006. Da esquerda para a direita: Andrei Okounkov, Terence Tao, Wendelin Werner e Grigori Perelman (recusou a medalha).



Fonte: MasterClass e Wikimedia.

Além disso, no ano de 2010, Perelman também recusou o prêmio de 1 milhão de dólares do Instituto Clay. Para ele existiam dois motivos cruciais para não aceitar a medalha nem o dinheiro. O primeiro deles é que para ele tanto a medalha quanto o prêmio em dinheiro representava um insulto à matemática, pois era uma forma de mercantilização das ciências matemáticas. O segundo é que para Perelman o matemático Richard Hamilton teve ao menos a mesma importância que ele, visto que Hamilton desenvolveu a teoria do Fluxo de Ricci e essa foi a grande chave para a prova da conjectura de Poincaré. Sendo assim, Perelman recusou ambos os prêmios.

Além disso, um fato curioso trazido por uma reportagem do G1 no ano de 2006 é que a prova da conjectura de Poincaré foi eleita como o “feito científico do ano” pela comunidade científica mundial – lembrando que foi apenas em 2006 que a comunidade matemática entrou em consenso de que Perelman tinha provado a conjectura. Dentre outros avanços da Ciência no ano de 2006, destaco grandes descobertas da neurociência e no ramo da biotecnologia e genética. Mesmo assim, a demonstração de Perelman foi eleita como a mais impactante em 2006.

Figura 16 - Matéria do G1 sobre o feito de Perelman.



/ CIÊNCIA E SAÚDE

21/12/2006 - 20h11m - Atualizado em 22/12/2006 - 17h01m

RESOLUÇÃO DE ENIGMA MATEMÁTICO É FEITO CIENTÍFICO DO ANO

Prestigiado periódico científico faz lista de destaques de 2006. Projeto com participação brasileira é promessa de 2007.

tv globo

Fonte: Portal do G1.

Após o ano de 2006, Grigori Perelman se retirou da matemática: com apenas 40 anos Perelman decidiu que não iria mais estudar nem publicar mais sobre conteúdos de matemática e optou por sair da área que ele mesmo revolucionou. Muitos matemáticos lamentaram a decisão de Perelman, pois acreditavam que ele ainda tinha muito a contribuir para o ramo da pesquisa nessa ciência. Hoje, Perelman mora com sua mãe em São Petersburgo. Como Perelman não utiliza qualquer tipo de rede social, pouco se sabe da vida atual dele, porém desde 2006 até hoje ele não retornou para a área de matemática, sendo, assim, um dos matemáticos mais peculiares até hoje por tudo que fez e principalmente por tudo que recusou.

REFERÊNCIAS

ARTUR ÁVILA GANHA A MEDALHA FIELDS. **REVISTA PIAUÍ**, 2014. Disponível em: <https://piaui.folha.uol.com.br/materia/artur-avila-ganha-a-medalha-fields/>. Acesso em: 8 dez. 2023.

ARTUR ÁVILA INDIVIDUAL RANKING. **INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD**. Disponível em: https://www.imo-official.org/participant_r.aspx?id=3801. Acesso em: 8 de dez. 2023.

ARTUR ÁVILA: O HOMEM QUE CALCULA. **REVISTA PESQUISA FAPESP**. Disponível em: <https://revistapesquisa.fapesp.br/o-homem-que-calcula/>. Acesso em: 8 dez. 2023.

ARTUR TEM UM PROBLEMA. **REVISTA PIAUÍ**, 2010. Disponível em: <https://piaui.folha.uol.com.br/materia/artur-tem-um-problema/>. Acesso em: 8 dez. 2023.

BAND JORNALISMO. SP: Polícia identifica 2 suspeitos de roubar medalha. Youtube, 2 ago. 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=WQFrdaG-Hsc>. Acesso em: 8 dez. 2023;

CURBERA, G. P. (2019). **MATHEMATICIANS OF THE WORLD, UNITE!** The International Congress of Mathematicians - A Human Endeavor. Boca Raton: A K Peters/CRC Press.

GRIGORI PERELMAN. **MACTUTOR BIOGRAPHIES**. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Perelman/>. Acesso em: 10 de dez. de 2023.

GRIGORI PERELMAN INDIVIDUAL RANKING. **INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD**. Disponível em: https://www.imo-official.org/participant_r.aspx?id=10481. Acesso em: 7 dez. 2023.

HONRA NÃO ACEITA. **Agência FAPESP**, 2006. Disponível em: <https://agencia.fapesp.br/honra-nao-aceita/5983>. Acesso em: 07 dez. 2023.

INTERNATIONAL MATHEMATICAL UNION. ICM passados. Disponível em: <https://www.mathunion.org/icm/past-icms>. Acesso em: 11 dez. 2023.

INTERNATIONAL MATHEMATICAL UNION. Abertura: ICM Rio 2018. Disponível em: https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/ICM2018/static_site/portal/abertura.html. Acesso em 11 dez. 2023.

I CONGRESSO DE JOVENS PESQUISADORES EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Artur Ávila - sobre a importância da Medalha Fields. **IME-USP**. Youtube, 13 dez. 2014. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vhXBmc3t_2w. Acesso em: 8 dez. 2023.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. John Charles Fields (1863-1932): The History of the Fields Medal. Disponível em: <https://impa.br/noticias/john-charles-fields-1863-1932-the-history-of-the-fields-medal>. Acesso em: 02 dez. 2023.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. Em artigo, Marcelo Viana traça cenário da Matemática no país. Disponível em: <https://impa.br/noticias/em-artigo-marcelo-viana-traca-cenario-da-matematica-brasileira/>. Acesso em 11 dez. 2023.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA. V Simpósio Nacional / Jornadas de Iniciação Científica – Fluxos geométricos e a conjectura de Poincaré. Youtube, 17 de fev. de 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=vOP2LylnSLA>. Acesso em: 7 de dez. de 2023.

INTERNATIONAL MATHEMATICAL UNION. Fields Medal. Disponível em: <https://www.mathunion.org/imu-awards/fields-medal>. Acesso em: 02 dez. 2023.

JOHN CHARLES FIELDS. The Fields Institute for Research in Mathematical Sciences. Disponível em: <https://www.fields.utoronto.ca/about/john-charles-fields>. Acesso em: 10 dez. 2023.

LEIVAS, J.C.; FRANKE, R.F. **HOMEOMORFISMOS: DA INTUIÇÃO À VISUALIZAÇÃO EM CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS.** XIV CIAEM, 2015. Disponível em: https://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/140/97. Acesso em: 7 de dez. de 2023.

MATEMÁTICA.PT. FAQ - Nobel de Matemática. Disponível em: <https://www.matematica.pt/faq/nobel-matematica.php>. Acesso em: 02 dez. 2023.

OBSERVADOR. 2014: o ano em que mulheres vão fazer história na matemática. Disponível em: <https://observador.pt/especiais/2014-o-ano-em-que-mulheres-va-o-fazer-historia-na-matematica/>. Acesso em: 02 dez. 2023.

PERELMAN E A SOLUÇÃO PARA UM DOS PROBLEMAS DO MILÊNIO. **IMPA**, 2019. Disponível em: <https://impa.br/noticias/perelman-e-a-solucao-para-um-dos-problemas-do-milenio/>. Acesso em: 7 de dez. de 2023.

PRESS, J. H. R. **UNIVERSITY OF WISCONSIN PRESS.** Disponível em: <https://jhr.uwpress.org/content/50/3/728>. Acesso em: 02 dez. 2023.

PÚBLICO. Medalhas Fields 2018: o escaldante verão da matemática. Disponível em: <https://www.publico.pt/2018/08/01/ciencia/noticia/medalhas-fields-2018-o-escaldante-verao-da-matematica-1839825>. Acesso em: 02 dez. 2023.

RESOLUÇÃO DE ENIGMA MATEMÁTICO É FEITO CIENTÍFICO DO ANO. **Portal G1**, 2006. Disponível em: <https://g1.globo.com/Noticias/Ciencia/0,,AA1396635-5603,00-RESOLUCAO+DE+ENIGMA+MATEMATICO+E+FEITO+CIENTIFICO+DO+ANO.html>. Acesso em: 7 de dez. de 2023.

TEM CIÊNCIA. CONJECTURA DE POINCARÉ: um problema de 1 MILHÃO de DÓLARES. Youtube, 8 de fev. de 2023. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=RY4fB99Oiuw>. Acesso em: 07 de dez. de 2023.

TODA A MATEMÁTICA. CURIOSIDADES - 31 - Conjectura de Poincaré. Youtube, 5 de maio de 2023. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=HNB2CxogTDc&t=933s>. Acesso em: 07 de dez. de 2023.