HISTÓRIA DA MATEMÁTICA I

“Movimentações para o cálculo no século XVII”

Gabriel Brischi - 11011591

Rafael Lemes - 14658003

Mauro Lucas Gomes-

================================

1. Introdução:

Contextualização histórica do século XVII como período de descobertas matemáticas.

Importância da transição para o cálculo na evolução da matemática.

Dar um enfase, resumo do que aconteceu antes e gerou a mudança no sec XVII (sobre o estudo da matemática)

Antes de falar de descartes falar de Arquimedes, Cavalieri

2. Antecedentes Matemáticos:

Breve visão da matemática antes do século XVII.

Divisão entre geometria e álgebra.

Limitações na abordagem de problemas de mudança e movimento.

3. Contribuições de René Descartes:

Introdução da geometria analítica e suas implicações.

Sistema de coordenadas cartesianas e seu impacto.

Unificação da álgebra e da geometria.

4. Pierre de Fermat e a Exploração das Tangentes:

Princípio do mínimo e máximo e sua relação com tangentes.

Contribuições à teoria dos números e interseção com o cálculo.

Preparação para o conceito de derivada.

6. Movimento em Direção ao Cálculo:

Discussão sobre como as contribuições de Descartes e Fermat prepararam o terreno.

Reconhecimento das limitações e desafios conceituais nesse período.

7. Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz:

Visão geral das obras e contribuições de Newton e Leibniz.

Introdução à notação diferencial e integral. Formulação dos conceitos de derivada e integral.

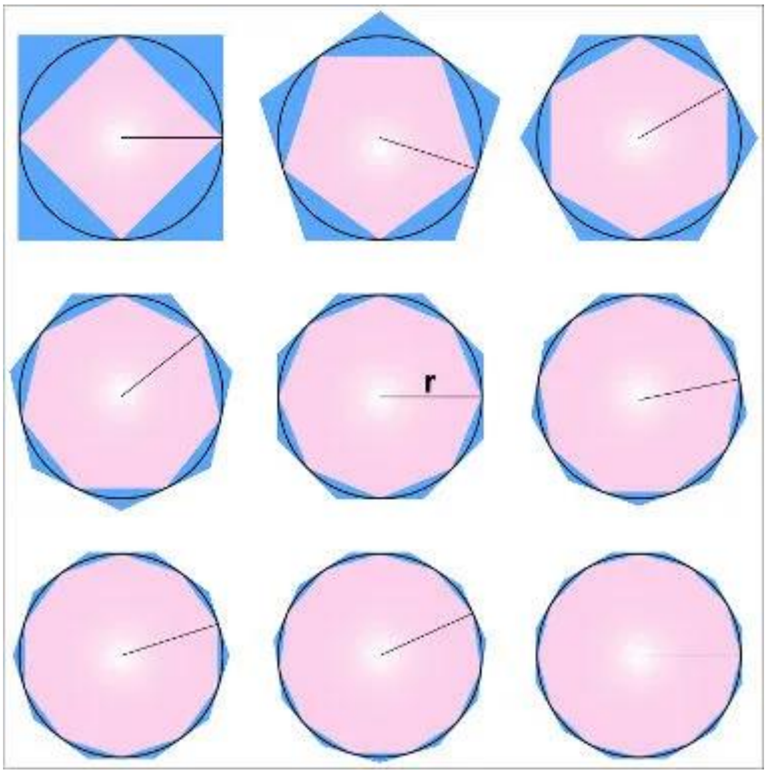
(ANTECEDENTES MATEMÁTICOS)

Arquimedes, o renomado matemático grego, embora não tenha trabalhado explicitamente com cálculo diferencial e integral, suas contribuições reverberaram nas bases desses campos. Suas explorações em geometria e áreas curvas foram precursoras para o desenvolvimento de conceitos-chave, como a exaustão, que antecipava os princípios do cálculo integral ao calcular áreas sob curvas por meio de aproximações por polígonos.

O método da exaustão, desenvolvido por Arquimedes, foi um conceito fundamental na determinação de áreas de figuras curvas e na compreensão da relação entre volumes e áreas. Esse método utilizava aproximações por figuras geométricas mais simples para calcular áreas de formas complexas.

Por exemplo, para calcular a área de um círculo, Arquimedes inscrevia e circunscrevia polígonos regulares ao redor do círculo, aumentando o número de lados dos polígonos para se aproximar mais da forma circular. Ele então calculava as áreas desses polígonos, aproximando a área do círculo pela média das áreas dos polígonos inscrito e circunscrito.

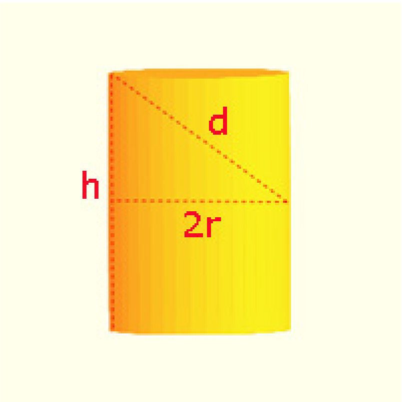
Imagens podem ajudar a visualizar esse processo:



Ao aumentar o número de lados dos polígonos, Arquimedes diminuía a discrepância entre as áreas dos polígonos e a área do círculo. Esse processo é análogo ao cálculo integral, onde áreas são calculadas somando-se infinitesimalmente pequenos pedaços (retângulos, no caso da integral definida) para aproximar a área sob uma curva.

Apesar de rudimentar em comparação com o cálculo integral moderno, o método da exaustão de Arquimedes foi uma base crucial para o desenvolvimento posterior desses conceitos matemáticos, influenciando o pensamento matemático por séculos.

Johannes Kepler, famoso por suas leis do movimento planetário, também contribuiu indiretamente para o campo do cálculo. Um exemplo notável foi o "problema dos barris de vinho" em que Kepler ao perceber que barris de vinho de diferentes tamanhos eram vendidos baseado na altura decidiu calcular qual altura maximizaria o volume de um barril. Para tal, Kepler imaginou o barril como um cilindro inscrito em uma esfera, e assim ao definir qual altura maximiza o volume do cilindro, maximizaria portanto o volume do barril. Utilizando do teorema de pitágoras a podemos relacionar a diagonal do cilindro com a sua altura



Com $d^2 = (h)^2+(2r)^2$

Resolvendo para r^2: $r^2 = d^2 4 - h^2 16$

A fórmula para o volume se torna: $V = \pi 4 d^2 h - \pi 16 h^3$

Considerando o valor do diâmetro para o barril como fixo, Kepler pode tabelar múltiplos resultados para alturas diferentes, percebendo que o volume do cilindro varia pouco quando próximo ao máximo.

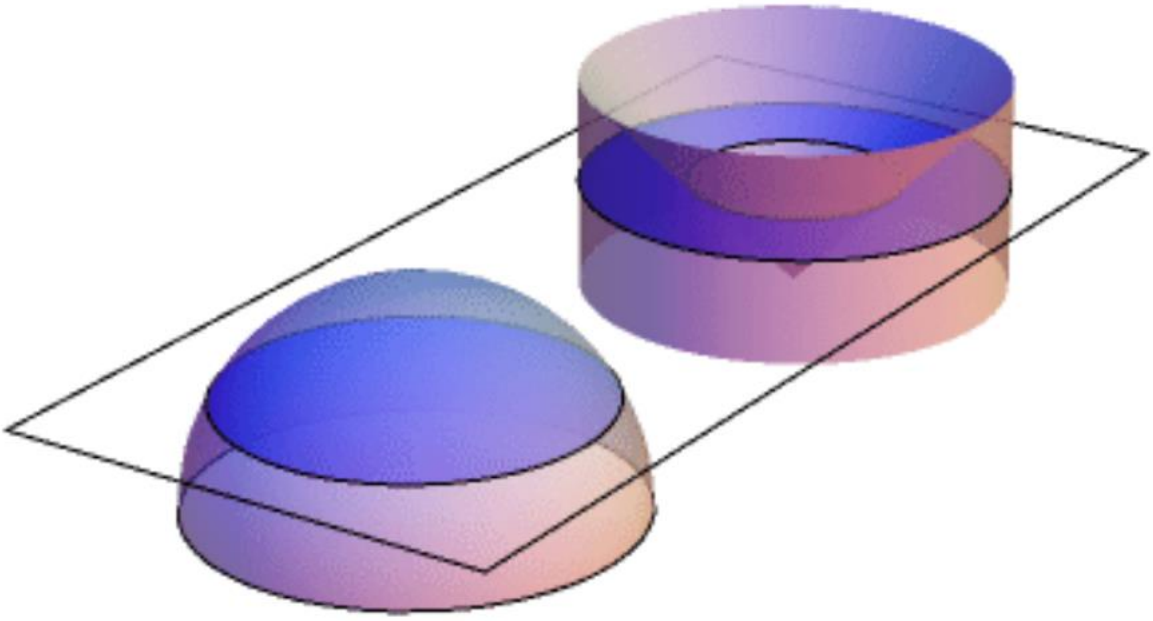
Esta foi, então, a principal contribuição de Kepler: ele observou que à medida que o volume máximo se aproximava, a mudança no volume para uma dada mudança nas dimensões tornava-se menor.

Bonaventura Cavalieri, um matemático italiano do século XVII, contribuiu significativamente para o desenvolvimento do cálculo integral com seu método dos indivisíveis. Sua abordagem revolucionária foi um precursor do cálculo diferencial e integral, embora não tenha formulado integralmente esses conceitos.

O método dos indivisíveis de Cavalieri foi uma tentativa de resolver problemas de área e volume através de um raciocínio baseado em quantidades "indivisíveis". Ele propôs que figuras geométricas consistiam em uma infinidade de partes "indivisíveis", e que a soma dessas partes determinaria a área ou o volume da figura.

Sua abordagem foi aplicada, por exemplo, para calcular áreas de figuras planas e volumes de sólidos. Cavalieri propôs que, se duas figuras tivessem seções transversais semelhantes, então elas teriam volumes iguais, mesmo que suas formas gerais fossem diferentes. Ele postulou que o volume de um sólido era determinado pela área de seções transversais infinitesimais e sua soma.

Para ilustrar seu método, Cavalieri usou o exemplo de um cone e um cilindro com alturas iguais e bases circulares congruentes. Ele mostrou que as seções transversais dessas figuras, tomadas a alturas correspondentes, eram semelhantes, levando à conclusão de que os dois sólidos tinham volumes iguais.



Embora Cavalieri não tenha formalizado o cálculo diferencial e integral como o conhecemos hoje, seu método dos indivisíveis foi um passo significativo na direção do cálculo. Seu trabalho influenciou e inspirou matemáticos posteriores, incluindo os pioneiros do cálculo, como Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, que desenvolveram formalmente o cálculo diferencial e integral baseado em limites e infinitesimais.

(DESCARTES)
René Descartes foi um dos pensadores mais influentes na história da matemática, e suas contribuições foram fundamentais para o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral. Sua obra "La Géométrie", composta por três livros, teve um impacto significativo no avanço matemático.

"La Géométrie" foi publicada em 1637 e apresentou uma abordagem geométrica inovadora para resolver problemas algébricos e espaciais usando técnicas de álgebra e geometria analítica. Os três livros exploram diferentes aspectos da matemática, especialmente geometria e álgebra, fornecendo um novo método para resolver problemas.

O primeiro livro aborda a aplicação de métodos algébricos à geometria. Descartes introduz um sistema de coordenadas, agora conhecido como coordenadas cartesianas, que permitiu a representação de pontos no espaço por meio de pares ordenados de números reais. Essa ideia foi uma revolução na época, unindo a geometria com a álgebra e possibilitando a representação gráfica de equações algébricas.

No segundo livro, Descartes explora a resolução de equações polinomiais usando seu sistema de coordenadas. Ele introduz a ideia de curvas definidas por equações algébricas, como as cônicas (elipses, parábolas e hipérboles), e investiga suas propriedades geométricas por meio de técnicas algébricas. Isso foi crucial para a fusão entre a geometria e a álgebra, abrindo caminho para o desenvolvimento do cálculo.

O terceiro livro de "La Géométrie" é dedicado ao estudo das tangentes a curvas algébricas. Descartes desenvolveu um método para encontrar as tangentes a essas curvas, antecipando os conceitos fundamentais do cálculo diferencial. Sua abordagem, embora não seja formalmente baseada em limites ou derivadas como no cálculo moderno, apresentou ideias precursoras para encontrar a inclinação de uma curva em um determinado ponto.

A principal contribuição de Descartes para o cálculo diferencial e integral foi a introdução de técnicas algébricas e geométricas que pavimentaram o caminho para a geometria analítica e a fusão entre geometria e álgebra. Sua ideia de coordenadas cartesianas e a representação gráfica de equações foram fundamentais para o desenvolvimento posterior do cálculo.

Embora sua obra não tenha formalizado o cálculo como o conhecemos hoje, Descartes foi um dos pioneiros na criação de uma base sólida para o estudo das relações entre variáveis e a aplicação de métodos algébricos na geometria, abrindo portas para o surgimento do cálculo diferencial e integral nos séculos seguintes.

(FERMAT)

Pierre de Fermat, um dos matemáticos mais brilhantes do século XVII, deixou um legado duradouro ao explorar uma ampla gama de problemas matemáticos. Sua investigação nas tangentes - linhas que tocam uma curva em um ponto específico - não apenas contribuiu para a teoria geométrica, mas também desempenhou um papel crucial na preparação do conceito de derivada, que seria uma peça-chave na formulação do cálculo diferencial.

Fermat é conhecido por suas abordagens inovadoras em áreas variadas da matemática, e suas investigações sobre tangentes não foram exceção. Ao explorar as linhas tangentes a uma curva, Fermat se deparou com o "Princípio do Mínimo e Máximo", que afirmava que a tangente a uma curva em um ponto específico é uma linha que torna o ângulo entre a tangente e a linha reta que une esse ponto a um ponto fixo exterior um mínimo ou máximo.

Essa descoberta não apenas forneceu uma caracterização geométrica das tangentes, mas também trouxe consigo implicações profundas sobre os mínimos e máximos locais das funções, um tópico intrinsecamente ligado ao cálculo diferencial. Fermat antecipou uma ideia fundamental que seria essencial para o desenvolvimento do conceito de derivada, que mede a taxa de variação de uma função em um ponto e está diretamente relacionado a extremos locais.

Além de suas explorações nas tangentes, Fermat também fez contribuições significativas à teoria dos números. Sua abordagem na busca de soluções inteiras para equações algébricas desempenhou um papel na preparação do terreno para o cálculo. A exploração das raízes de equações algébricas estava intimamente ligada ao estudo de funções e suas variações, um aspecto central do cálculo.

As investigações de Fermat sobre tangentes e as relações entre máximos e mínimos locais não apenas enriqueceram a geometria, mas também estabeleceram um pano de fundo crucial para a formulação do conceito de derivada. A busca por linhas que minimizam ou maximizam ângulos nas tangentes estava, sem que Fermat soubesse na época, pavimentando o caminho para a compreensão de taxas de variação e inclinações de curvas em um nível mais avançado.

(Movimento em Direção ao Cálculo)

As contribuições individuais de Descartes, Fermat e Pascal foram como peças de um quebra-cabeça, cada uma desempenhando um papel significativo na construção das bases para o cálculo. René Descartes introduziu a geometria analítica, que permitia a representação de equações algébricas no espaço geométrico. Isso unificou duas disciplinas aparentemente distintas e preparou o cenário para a análise de curvas e relações variáveis. Pierre de Fermat explorou as tangentes e a teoria das máximas e mínimas locais, estabelecendo a base para a compreensão de taxas de variação, um conceito central no cálculo. Blaise Pascal introduziu a teoria das probabilidades, que lidava com a incerteza e a variação, proporcionando uma perspectiva quantitativa para eventos aleatórios.

Apesar dessas contribuições notáveis, o período do século XVII também estava repleto de desafios e limitações. A falta de uma notação formal para representar derivadas e integrais limitava a precisão e a generalização das abordagens. A compreensão completa das relações entre derivadas e integrais ainda estava em desenvolvimento, e conceitos como limites e continuidade não estavam plenamente estabelecidos.

Além disso, a matemática da época enfrentava dificuldades em lidar com quantidades infinitesimais e em justificar formalmente os métodos de "exaustão", que eram utilizados como precursores do cálculo integral. A falta de uma fundamentação rigorosa nessas áreas limitava a capacidade de resolver problemas complexos de mudança e variação contínua.

(Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz)

Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, dois dos mais proeminentes matemáticos e cientistas do século XVII, desempenharam papéis cruciais na formulação e desenvolvimento dos conceitos de derivada e integral, que formam a base do cálculo diferencial e integral. Embora suas abordagens tenham sido independentes e simultâneas, suas obras marcaram uma virada significativa na história da matemática.

Isaac Newton, através de sua obra "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural), estabeleceu os fundamentos da mecânica clássica e lançou as bases do cálculo diferencial. Ele introduziu os conceitos de força, massa e movimento, além de desenvolver suas famosas Leis do Movimento, que formam a base da física newtoniana. Em sua obra, Newton utilizou métodos que podem ser considerados protótipos das técnicas de cálculo, embora sua notação não fosse a mesma que usamos atualmente.

Gottfried Wilhelm Leibniz, por outro lado, desenvolveu uma notação diferencial e integral própria, que se assemelha muito mais à notação que usamos hoje. Suas contribuições incluíram a notação "d/dx" para representar a derivada e o uso do símbolo integral "∫" para representar a integral. Leibniz também formulou o cálculo integral de maneira mais abstrata e geral, estabelecendo a ideia de antiderivada e definindo a integral como uma operação inversa à derivada. Leibniz revolucionou a matemática ao introduzir uma notação mais concisa e poderosa para representar as derivadas e integrais. Sua notação permitiu que as relações entre taxas de variação e acumulação de quantidades fossem expressas de maneira mais clara e intuitiva. A notação "d/dx" de Leibniz tornou a representação da derivada mais elegante e facilitou o cálculo de taxas de variação.

Newton e Leibniz formularam independentemente os conceitos de derivada e integral. A derivada, que mede a taxa de variação de uma função, foi desenvolvida por ambos em paralelo. Enquanto Newton usou as ideias de fluxões (quantidades variáveis) e limites, Leibniz formalizou a derivada como uma relação entre infinitesimais.

BIBLIOGRAFIAS

- ***ANTECEDENTES DO CÁLCULO***

https://www.webartigos.com/artigos/historia-da-fisica/156747

http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_integrais.htm

-*Crise geral do século XVII – Wikipédia, a enciclopédia livre (wikipedia.org)*

-*completo.pdf (fcc.org.br)*

Breve história do Cálculo (ufpb.br)

http://www.matematicasvisuales.com/english/html/history/kepler/keplerbarrel2.html

Cálculo e a sua Evolução no Século - HISTÓRIA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL (1library.org)

Introdução à História da Matemática - EVES, Howard Whitley

- ***DESCARTES***

https://portal.if.usp.br/controle/sites/portal.if.usp.br.ifusp/files/8%20-%20Ren%C3%A9%20Descartes.pdf

http://webhome.auburn.edu/~smith01/math3010Sp21/DescartesTangent.pdf

https://www.rpm.org.br/cdrpm/75/9.html

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwj8i7au_rKBAxUfqJUCHXIhDakQFnoECBYQAQ&url=http%3A%2F%2Fwww.educadores.diaadia.pr.gov.br%2Farquivos%2FFile%2F2010%2Fartigos_teses%2FFILOSOFIA%2FArtigos%2FDuelci.pdf&usg=AOvVaw1zAc89ZDLhqXA8ZYCM49Hs&opi=89978449

- ***FERMAT***

https://maa.org/press/periodicals/convergence/when-was-pierre-de-fermat-born

https://www.encyclopedia.com/people/science-and-technology/mathematics-biographies/pierre-de-fermat

History of the theory of numbers, Dickson, Leonard Eugene, pp 615-619 (https://archive.org/details/historyoftheoryo02dickuoft/page/615/mode/1up)

A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory", Edwards, Howard M, pp 8-12 (https://books.google.com.br/books?id=_IxN-5PW8asC&pg=PA10&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false)

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/Fermat.html

https://galileoandeinstein.phys.virginia.edu/7010/CM_03_FermatLeastTime.html

https://en.wikipedia.org/wiki/Fermat%27s_principle?wprov=sfla1

Almost equal: Method of adequality from Diophantus to Fermat and beyond,

Mikhail G. Katz, David M. Schaps, Steven Shnider
(https://arxiv.org/abs/1210.7750)
https://fr.m.wikisource.org/wiki/%C5%92uvres_de_Fermat/I/Maxima_et_Minima

http://ecalculo.if.usp.br/historia/wallis.htm
http://ecalculo.if.usp.br/historia/barrow.htm