PME 3380 - Modelagem de sistemas dinâmicos

Tiago Krause 9836238 - Ex 12/11

1) $G_1(s) = \dfrac{s^2+5s+25}{s^4+7,4s^3+76s^2+320s} = \dfrac{s^2+5s+25}{s(s+5)(s^2+2,4s+64)}$

$G_1(wj) = \dfrac{25\left(1+\frac{wj}{5}-\frac{w^2}{25}\right)}{320\,wj\left(\frac{wj}{5}+1\right)\left(1+\frac{2,4}{64}wj-\frac{w^2}{64}\right)}$

$K_B = \dfrac{25}{320} = \dfrac{5}{64}$

assíntota horizontal no ganho: $20\log K_B = -22,14$ dB → n° 0

$K_B > 0$ → fase 0°

Polos: $s=0$, $s=-5$, $s=-1,2 \pm 7,9094\,i$

zeros: $s = -\dfrac{5}{2} \pm \dfrac{5\sqrt{3}}{2}i$

No denominador: 1- fator integrativo jw $(p=0)$ →

2- fator de primeira ordem $1+\dfrac{wj}{5}$ $(p=-5)$

3 fator de 2ª ordem $1+\dfrac{2,4}{64}wj-\dfrac{w^2}{64}$ $(p=-1,2\pm 7,9094$; $w_n = 8$ rad/s

No numerador: 4 fator de 2ª ordem $1+\dfrac{wj}{5}-\dfrac{w^2}{25}$ $\left(p=-\frac{5}{2}\pm\frac{5\sqrt{3}}{2}i\right)$; $w_n = 5$

Para o ganho

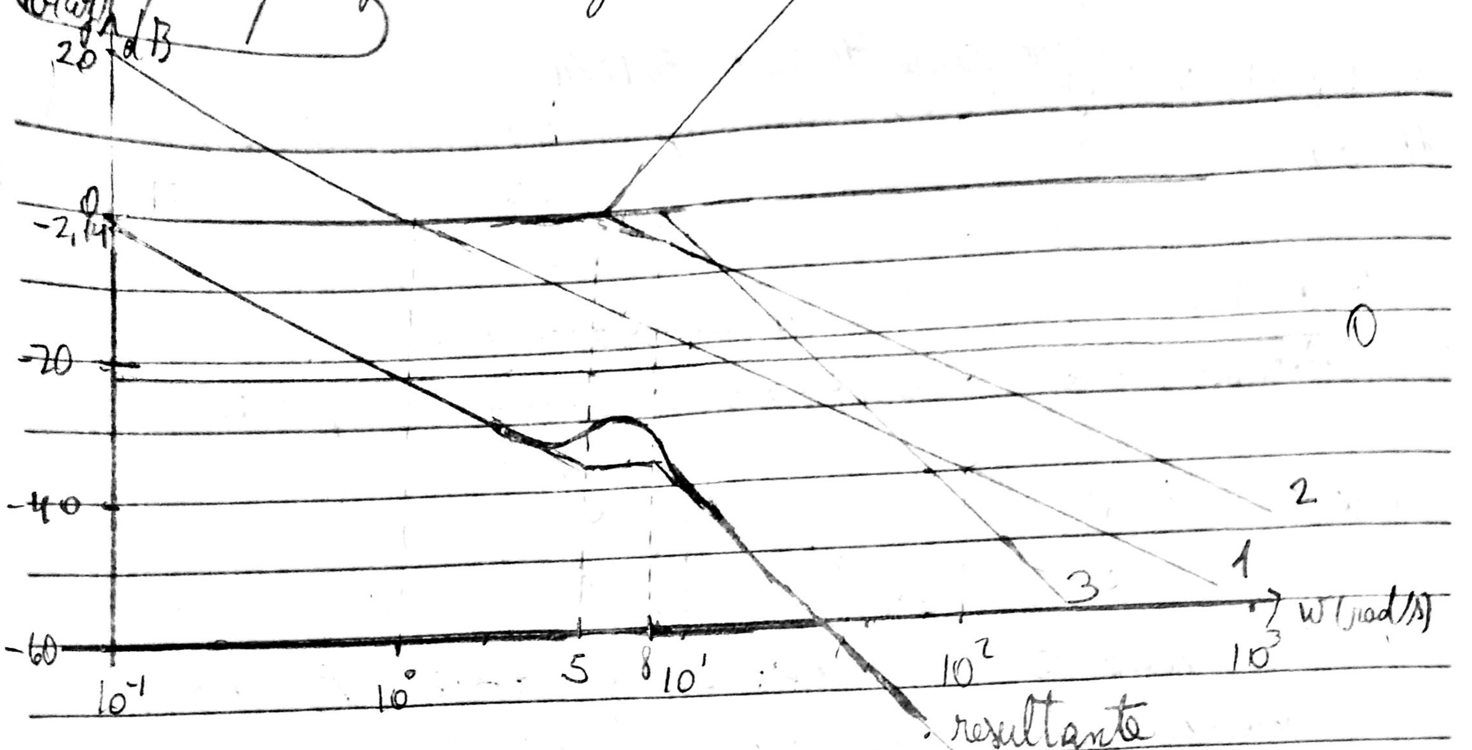
De 1: assíntota com decaimento de 20dB/década, com magnitude 0 em $w=10^0$

De 2: assíntota horizontal em -22,14dB até $w=5$ rad/s, a partir daí, decaimento de 20dB/década; pico de $20\log\frac{\sqrt{2}}{2} = -3$ dB

De 3: assíntota horizontal em -22,14dB até $w=8$ rad/s, a partir daí, decaimento de 40 dB/década; pico de $-20\log 2\xi = -20\log\left(\frac{1,2}{4}\right) = 10,46$ dB

De 4: assíntota horizontal em -22,14dB até $w=5$ rad/s, a partir daí aumento de 40dB/década; pico de $20\log\left(\frac{5/2}{5}\right) = -6$ dB

Diagrama do ganho



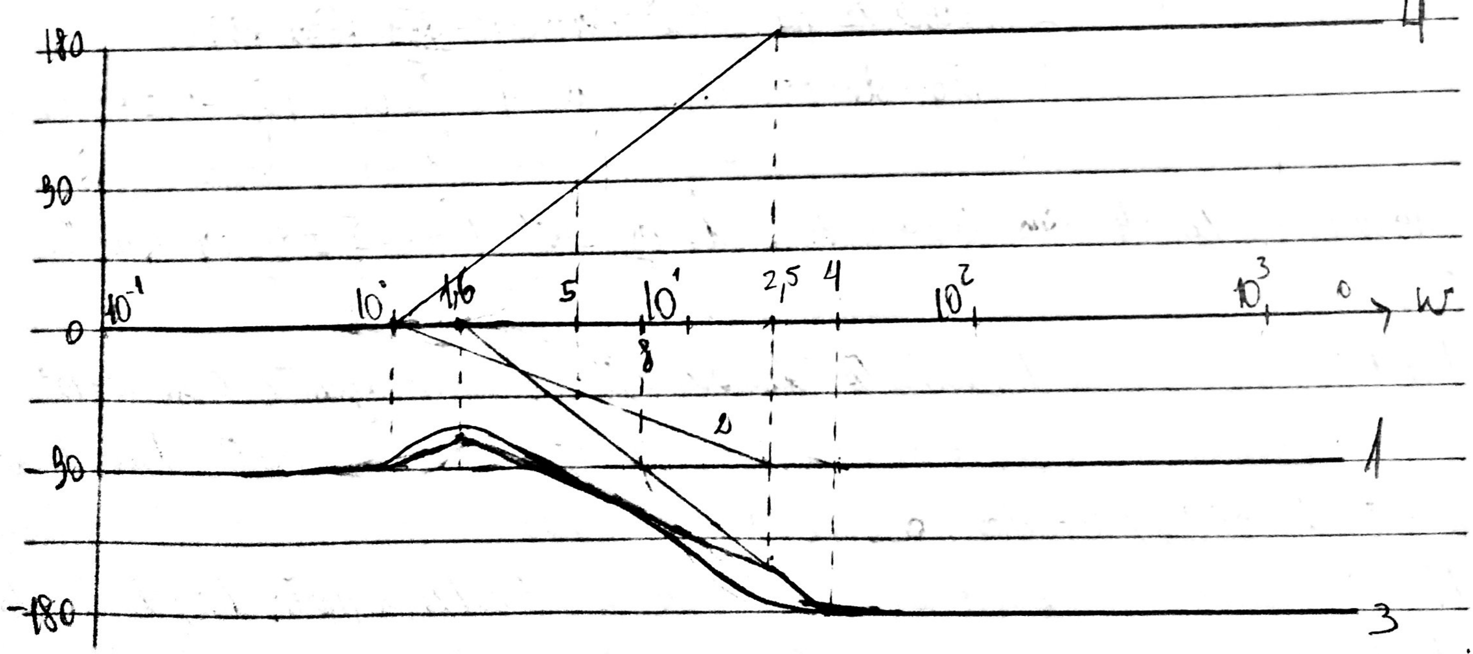
Para a fase

De 1: fase = -90°

De 2: para $w < 0,25 = 10^0$ → fase = 0°, para $w > 25$ → fase = -90°, para $10^0 < w < 25$, reta contínua

De 3: para $w < 1,6$ → fase = 0°, para $w > 40$ → fase = -180°, para $1,6 < w < 40$, reta contínua

De 4: para $w < 10^0$ → fase = 0°, para $w > 25$ → fase = +180°



2) $G_2(s) = 6\,\dfrac{(s+2)}{s+12} \rightarrow G_2(wj) = \dfrac{\cancel{12}\left(1+\frac{wj}{2}\right)}{\cancel{12}\left(1+\frac{wj}{12}\right)}$

1- $K_B = 1$

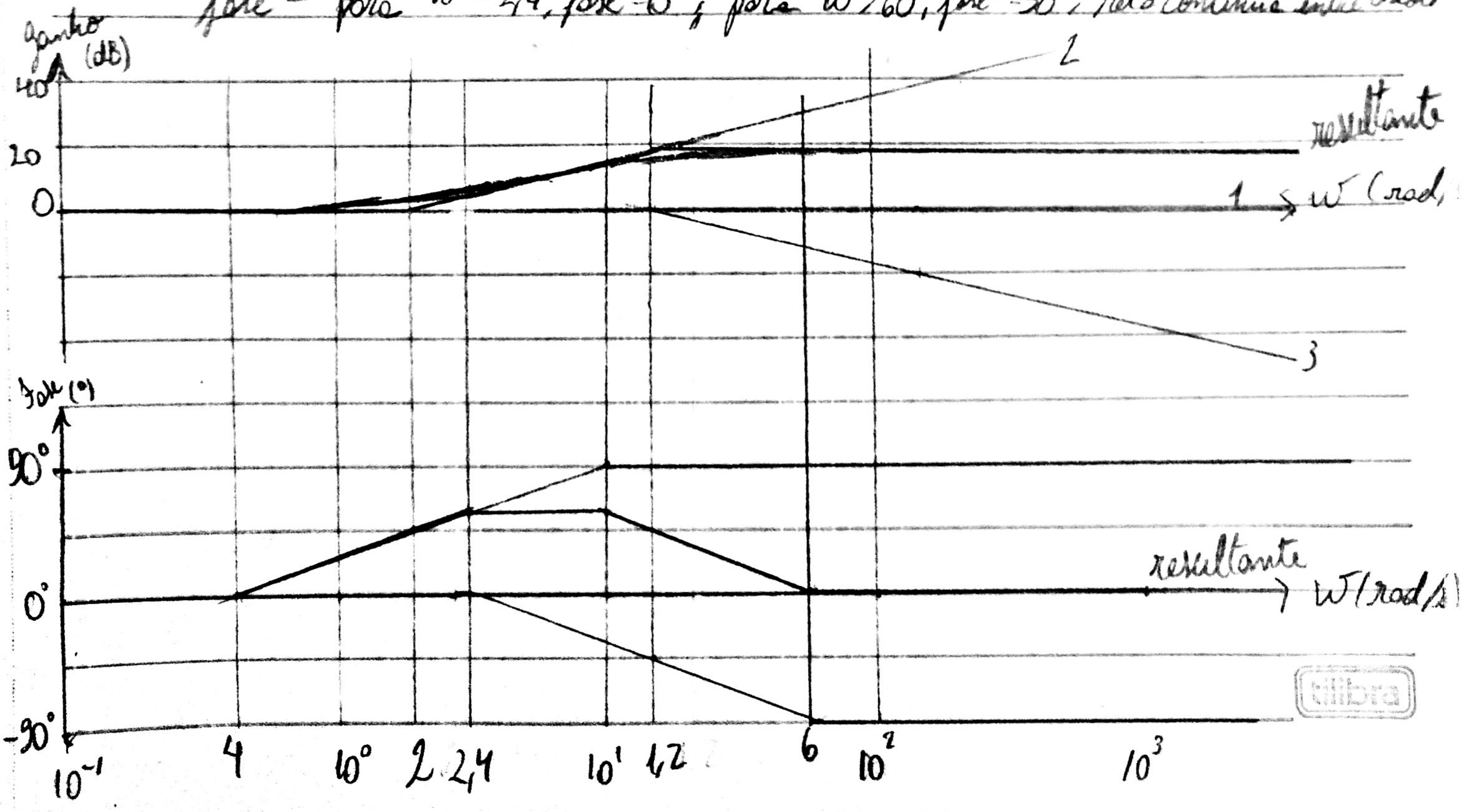
2- fator de primeira ordem no numerador: $\left(1+\frac{wj}{2}\right) \rightarrow p = -2$

3- fator de 1º ordem no denominador: $\left(1+\frac{wj}{12}\right) \rightarrow p = -12$

De 1: ganho - assíntota horizontal de magnitude 0dB
fase - assíntota horizontal em 0°

De 2: ganho - assíntota horizontal nula até $w = 2$ rad/s, a partir daí aumento de 20dB/década
fase - para $w < 0{,}4$, fase $= 0°$; para $w > 10$, fase $= 90°$; reta contínua entre os dois

De 3: ganho - assint. horizontal nula até $w = 12$ rad/s, a partir daí decaimento de 20dB/década
fase - para $w < 2{,}4$, fase $= 0°$; para $w > 60$, fase $= -90°$; reta contínua entre os dois



/ /

3) Os diagramas encontram-se anexados ao final do documento.
Em 5 rad/s (0,796 Hz) a fase é 45,57°

4) Diagrama no final do documento.
Os pólos conjugados são dominantes com $w_n = 8$ rad/s
$\xi = \frac{1,2}{8} = 0,15$

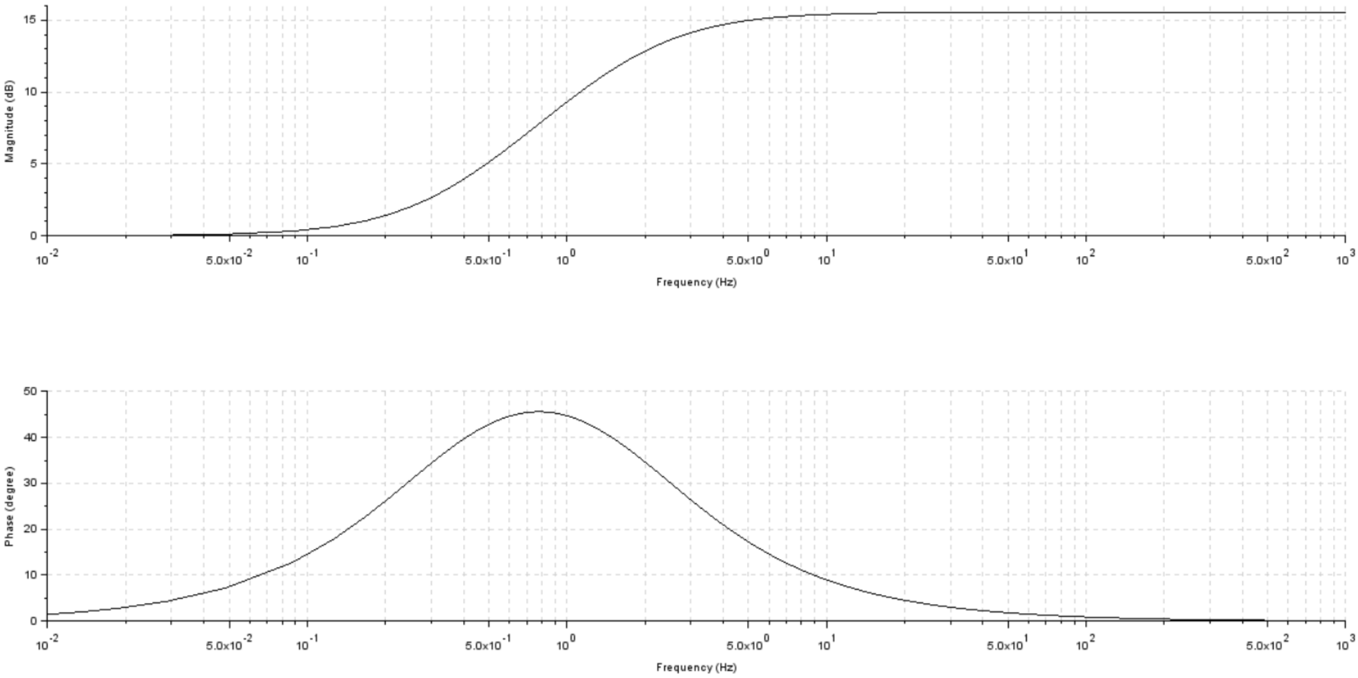
$w_r = w_n\sqrt{1-2\xi^2} = 7,818$ rad/s $= 1,244$ Hz
Espera-se um pico de ressonância em $w_r = 1,244$ Hz sendo que no diagrama há um pico em 1,25 Hz, próximo do esperado.
Em 5 rad/s (0,796 Hz) a fase é -62,15°

5) $M_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = e^{-\frac{0,15\pi}{0,988686}} = 0,621 \rightarrow 62,1\%$

Pelo teorema do valor final
$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot F(s) = \frac{25}{320} = 0,078125$

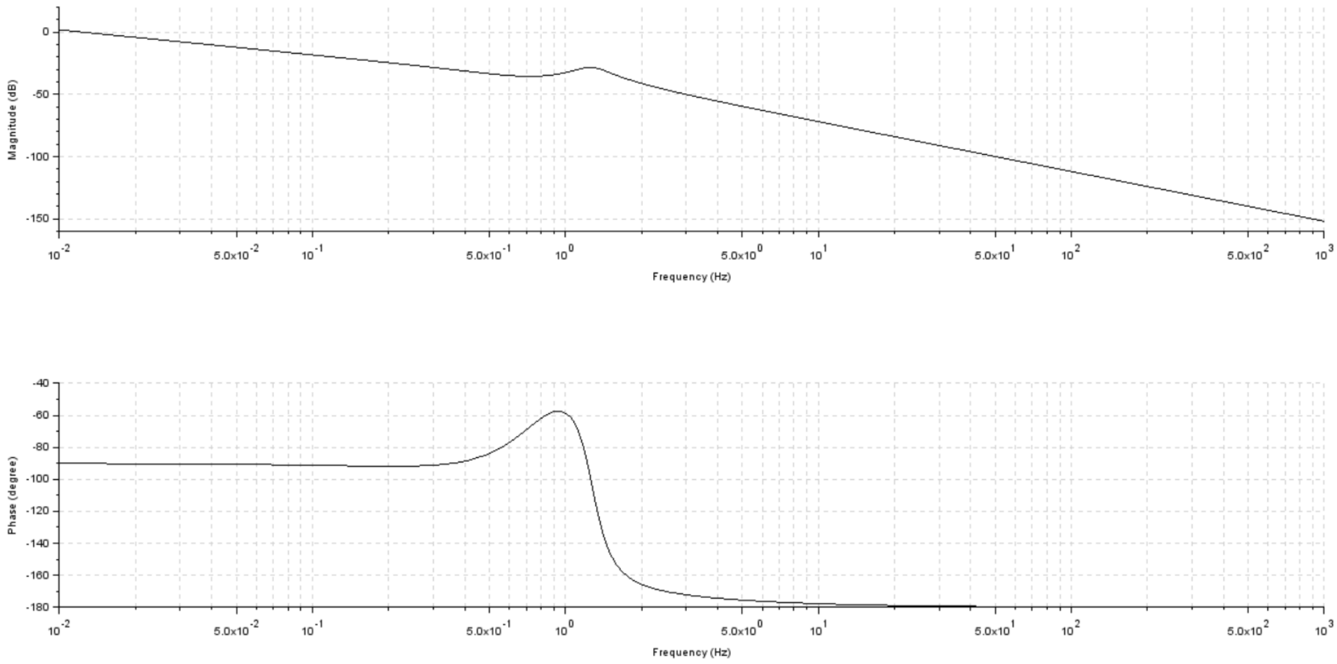
6) Em 5 rad/s (0,796 Hz) a fase é -16,6° ≅ a soma das fases das duas funções.

3)



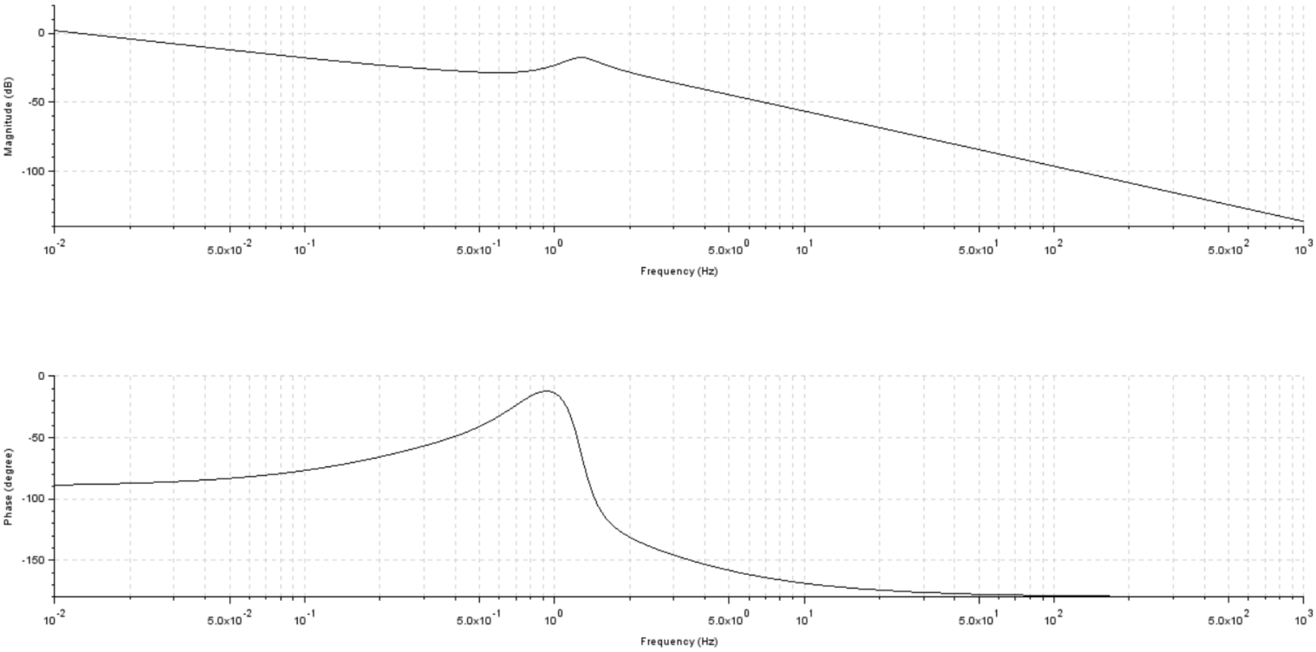
Magnitude (dB)
Frequency (Hz)
Phase (degree)
Frequency (Hz)

4)



Magnitude (dB)
Frequency (Hz)
Phase (degree)
Frequency (Hz)

6)



Magnitude (dB)
0
-50
-100
Frequency (Hz)
Phase (degree)
0
-50
-100
-150
Frequency (Hz)