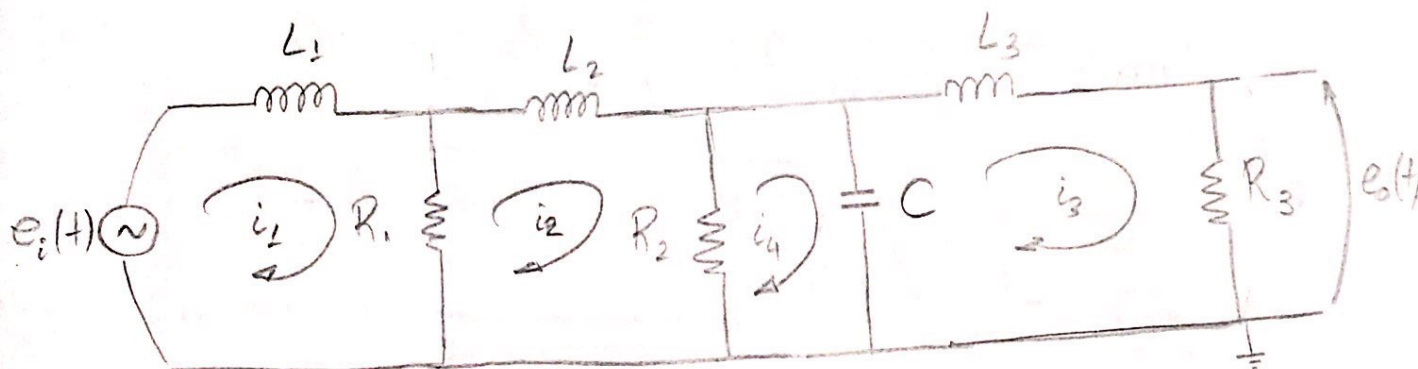
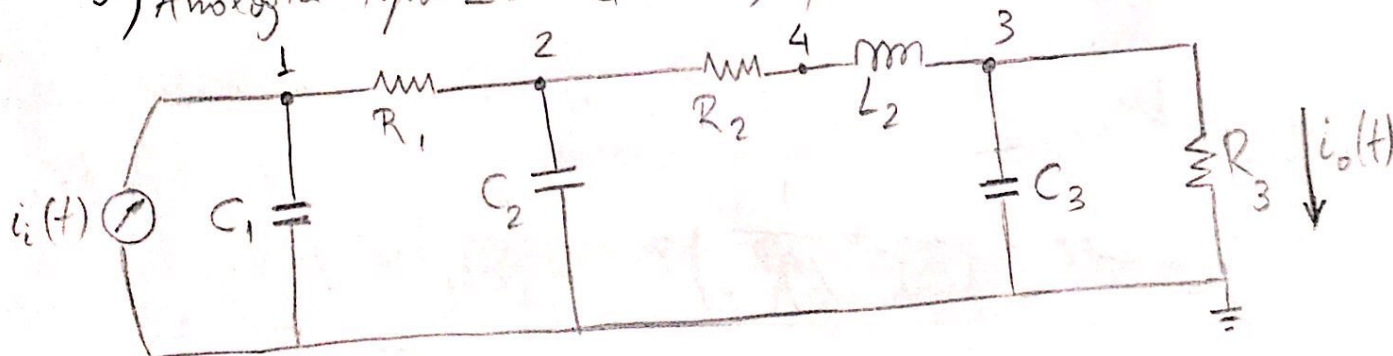


a) Analogia tipo 1: $Q \rightarrow V$; $p \rightarrow i$

Circuito elétrico análogo:



b) Analogia tipo 2: $Q \rightarrow i$; $p \rightarrow V$



c) Equações para o sistema hidráulico.

I) Analogia tipo 1: $Q \rightarrow V$; $p \rightarrow i$

Pela lei dos molas, obtemos as equações do circuito elétrico e transpomos para o sistema hidráulico por analogia tipo 1.

Logo i_1 :

$$e_i(t) = L_1 D i_1 + R_1 (i_1 - i_2) \rightarrow \text{Elétrico}$$

$$Q_i(t) = \left(L_{f1} D + \frac{1}{R_{f1}} \right) P_1 - \frac{1}{R_{f1}} P_2 \rightarrow \text{Hidráulico}$$

Na analogia tipo 1:
$$\begin{cases} L_{fi} = \frac{A_i}{\rho g} \\ \bar{R}_{fi} = \rho g R_{fi} \quad (\text{Regime laminar}) \\ C_f = \frac{\rho l}{a} \end{cases}$$

Retornando às equações

Lago i_1 :

$$\left(\frac{A_1}{\rho g} D + \frac{1}{\rho g R_{f1}} \right) P_1 - \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_2 = Q_i(t)$$

$$\boxed{\frac{A_1}{\rho g} \frac{dP_1}{dt} + \frac{1}{\rho g R_{f1}} P_1 = Q_i(t) + \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_2}$$

Lago i_2 :

$$L_2 D i_2 + R_1 (i_2 - i_1) + R_2 (i_2 - i_4) = 0 \rightarrow \text{Elétrico}$$

$$\left(\frac{A_2}{\rho g} D + \frac{1}{\rho g R_{f1}} + \frac{1}{\rho g R_{f2}} \right) P_2 - \frac{1}{\rho g R_{f1}} P_1 - \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_4 = 0$$

$$\boxed{\frac{A_2}{\rho g} \frac{dP_2}{dt} + \frac{1}{\rho g} \left(\frac{1}{R_{f1}} + \frac{1}{R_{f2}} \right) P_2 = \frac{1}{\rho g R_{f1}} P_1 + \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_4}$$

Lago i_3 :

$$(L_3 D + R_3) i_3 + \frac{1}{CD} (i_3 - i_4) = 0 \rightarrow \text{Elétrico}$$

$$\frac{A_3}{\rho g} D P_3 + \left(\frac{1}{\rho g R_{f3}} + \frac{a}{\rho l D} \right) P_3 = \frac{a}{\rho l D} P_4$$

↳ Hidráulico

Logo i_3 :

$$\left[\frac{A_3}{\rho g} \frac{dP_3}{dt} + \frac{1}{\rho g R_{f3}} P_3 + \frac{a}{\rho l} \int P_3 dt = \frac{a}{\rho l} \int P_4 dt \right]$$

Logo i_4 :

$$R_2(i_4 - i_2) + \frac{1}{CD} (i_4 - i_3) = 0 \rightarrow \text{Eléctrico}$$

$$\frac{1}{\rho g R_{f2}} (P_4 - P_2) + \frac{a}{\rho l D} (P_4 - P_3) = 0 \rightarrow \text{Hidráulico}$$

$$\left[\frac{1}{\rho g R_{f2}} P_4 + \frac{a}{\rho l} \int P_4 dt = \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_2 + \frac{a}{\rho l} \int P_3 dt \right]$$

II) Analogia tipo 2: $P \rightarrow V$; $Q \rightarrow i$

Resolvamos os circuitos eléctricos análogos pelo método prático, obtendo as equações do sistema hidráulico por analogia (tipo 2) em seguida.

Para analogia tipo 2:
$$\begin{cases} C_{fi} = \frac{A_i}{\rho g} \\ \bar{R}_{fi} = \rho g R_{fi} \\ L_{fi} = \frac{\rho l}{a} \end{cases}$$

Nó 1:

$$V_1 \left(C_1 D + \frac{1}{R_1} \right) - V_2 \frac{1}{R_1} = i(t) \rightarrow \text{Eléctrico}$$

$$P_1 \left(\frac{A_1}{\rho g} D + \frac{1}{\rho g R_{f1}} \right) - P_2 \cdot \frac{1}{\rho g R_{f1}} = Q_i(t) \rightarrow \text{Hidráulico}$$

Nº 1:

$$\left[\frac{A_1}{\rho g} \frac{dP_1}{dt} + \frac{1}{\rho g R_{f1}} P_1 = \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_2 + Q_i(t) \right]$$

Nº 2:

$$V_2 \left(C_2 D + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - V_1 \frac{1}{R_1} - V_4 \frac{1}{R_2} = 0 \rightarrow \text{Eléctrico}$$

$$P_2 \left(\frac{A_2}{\rho g} D + \frac{1}{\rho g R_{f1}} + \frac{1}{\rho g R_{f2}} \right) - P_1 \frac{1}{\rho g R_{f1}} - P_4 \frac{1}{\rho g R_{f2}} = 0$$

↳ Hidráulico

$$\left[\frac{A_2}{\rho g} \frac{dP_2}{dt} + \frac{1}{\rho g} \left(\frac{1}{R_{f1}} + \frac{1}{R_{f2}} \right) P_2 = \frac{1}{\rho g R_{f1}} P_1 + \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_4 \right]$$

Nº 3:

$$V_3 \left(C_3 D + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{L_2 D} \right) - V_4 \cdot \frac{1}{L_2 D} = 0 \rightarrow \text{Eléctrico}$$

$$P_3 \left(\frac{A_3}{\rho g} D + \frac{1}{\rho g R_{f3}} + \frac{a}{\rho l D} \right) - P_4 \frac{a}{\rho l D} = 0 \rightarrow \text{Hidráulico}$$

$$\left[\frac{A_3}{\rho g} \frac{dP_3}{dt} + \frac{1}{\rho g R_{f3}} P_3 + \frac{a}{\rho l} \int P_3 dt = \frac{a}{\rho l} \int P_4 dt \right]$$

Nº 4:

$$V_4 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{L_2 D} \right) - V_2 \frac{1}{R_2} - V_3 \frac{1}{L_2 D} = 0$$

$$P_4 \left(\frac{1}{\rho g R_{f2}} + \frac{a}{\rho l D} \right) - P_2 \frac{1}{\rho g R_{f2}} - P_3 \frac{a}{\rho l D} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\rho g R_{f2}} P_4 + \frac{a}{\rho l} \int P_4 dt = \frac{1}{\rho g R_{f2}} P_2 + \frac{a}{\rho l} \int P_3 dt}$$

Variação de nível $Q_0(t)$:

I) Analogia tipo 1:

$$Q_0(t) = R_3 i_3 \Rightarrow \boxed{Q_0(t) = \frac{P_3}{\rho g R_{f3}}}$$

II) Analogia tipo 2:

$$V_3 = R_3 i_0(t) \Rightarrow P_3 = \rho g R_{f3} Q_0(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_0(t) = \frac{P_3}{\rho g R_{f3}}}$$