



Nome: Yuri Lopes Pamplona

NºUSP: 10853498

## Sumário

Exercício 1.1 .....	3
Caso 1: .....	4
Caso 2: .....	5
Caso 3: .....	5
1.2) Lição para casa .....	6

# Exercício 1.1

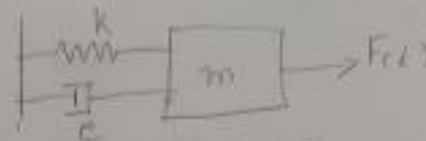
PME 3380

Yuri Lopes Pamplona

1) Lista E

1.1 Exercício

P/o sistema a seguir:



Resolver P/o 3 casos

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} < 1 \text{ ou } = 1 \text{ ou } > 1$$

Temos resolver da seguinte forma

$$\dot{x}_1 = x_2 - u$$

$$y = x_1$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{kx_1}{m} - \frac{cx_2}{m} + \frac{cu}{m}$$

Representando o sistema como:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Logo  $A, B, C, D =$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ c/m \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0] \quad D = [0]$$

Vamos agora aplicar o método de transferência, aplicando Laplace com as condições iniciais nulas

$$x_1(0) = 0$$

$$x_2(0) = 0$$

$$sX_1 = X_2 - U$$

$$sX_2 = -\frac{kX_1}{m} - \frac{cX_2}{m} + \frac{cU}{m}$$

Transformando o sistema de equações diferenciais em algébricas o resultado:

$$X_1 = - \frac{m\ddot{x}}{m\ddot{x}^2 + c\dot{x} + k} U$$

$$Y = \frac{-m\ddot{x}}{m\ddot{x}^2 + c\dot{x} + k} \cdot U = G(s)U$$

↓  
função de transferência

Caso 1:

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} < 1:$$

$$C = 10 \text{ Ns/m}$$

$$M = 1 \text{ kg}$$

$$K = 1600 \text{ N/m}$$

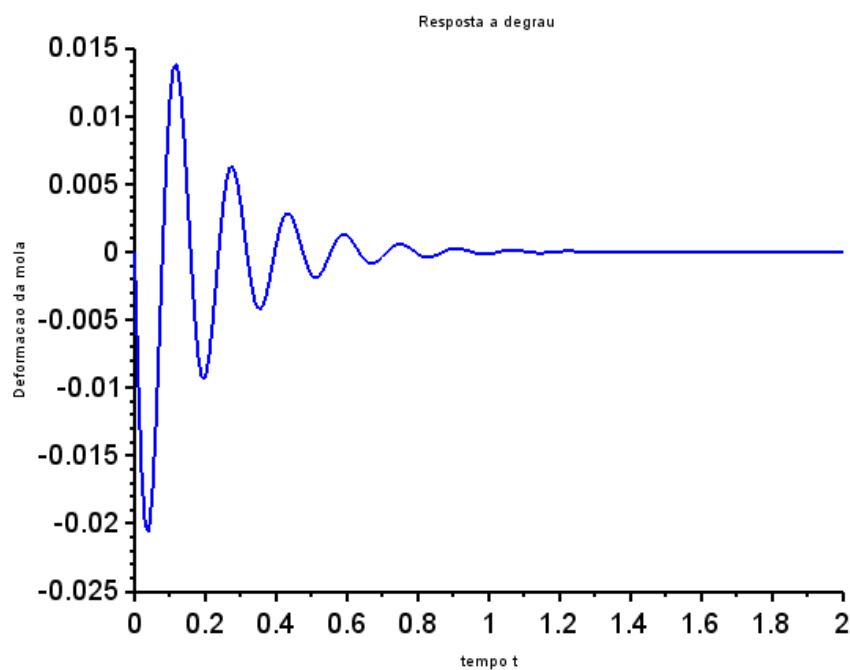


Figura 1

Caso 2:

$$\text{Para } \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 1:$$

$$C = 10 \text{ Ns/m}$$

$$M = 1 \text{ kg}$$

$$K = 25 \text{ N/m}$$

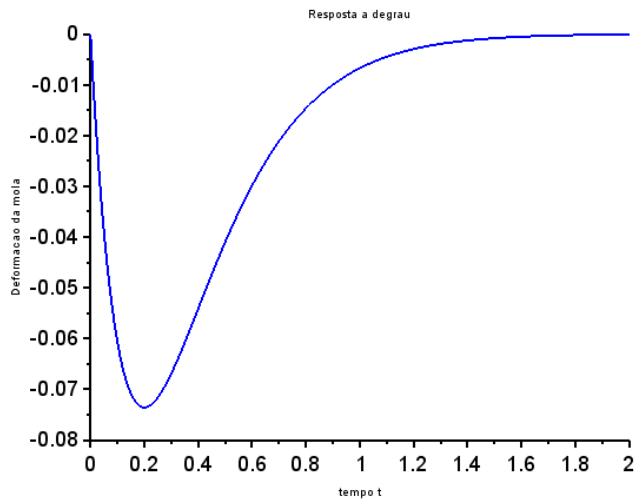


Figura 2

Caso 3:

$$\text{Para } \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} > 1:$$

$$C = 10 \text{ Ns/m}$$

$$M = 1 \text{ kg}$$

$$K = 10 \text{ N/m}$$

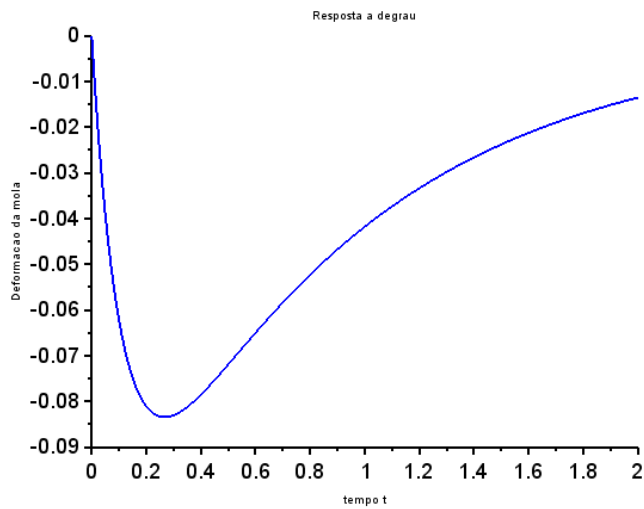


Figura 3

## 1.2) Lição para casa

Obtido o vetor de estados que caracteriza o sistema foi elaborado uma rotina para a solução numérica do sistema diferencial. A simulação contempla os primeiros 30 segundos desde a condição inicial imposta. Os valores numéricos para os parâmetros foram os seguintes:  $m=1\text{kg}$  e  $k=4\text{N/m}$ , sendo os valores para o coeficiente de amortecimento estabelecidos para se atingir o cenário desejado. Foram realizados 5 experimentos para cada cenário, com o seguinte conjunto de condições iniciais impostas ao sistema:

$x(0)=1\text{m}$  e  $\dot{x}(0)=1\text{m/s}$ , (Vermelho)

$x(0)=2\text{m}$  e  $\dot{x}(0)=2\text{m/s}$ , (Verde)

$x(0)=3\text{m}$  e  $\dot{x}(0)=3\text{m/s}$ , (Azul)

$x(0)=4\text{m}$  e  $\dot{x}(0)=4\text{m/s}$ , (Ciano)

$x(0)=5\text{m}$  e  $\dot{x}(0)=5\text{m/s}$ , (Rosa)

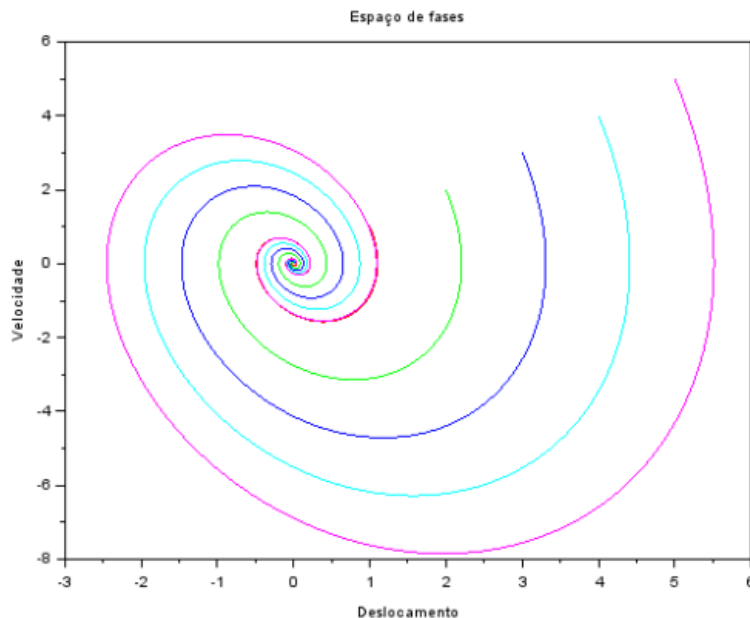


Figura 4:  $c = 1 \text{ N.s/m}$

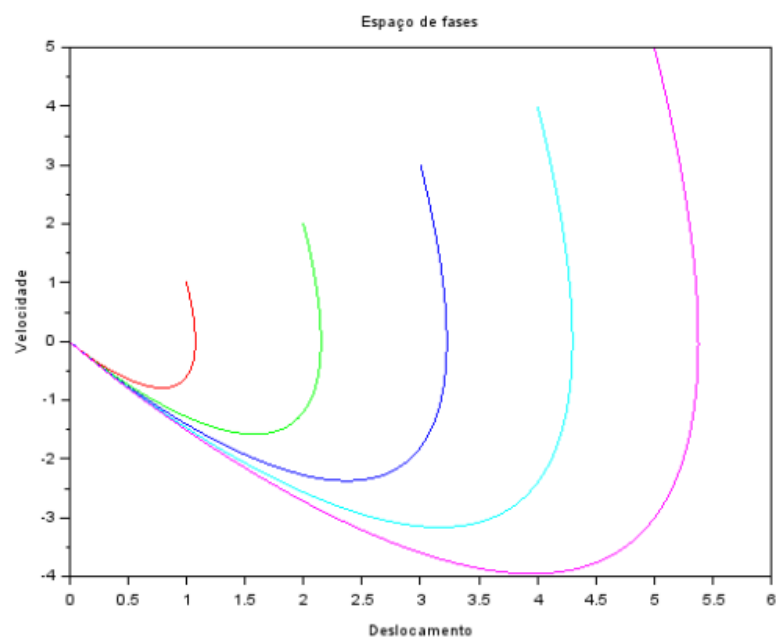


Figura 5:  $c = 4 \text{ N.s/m}$

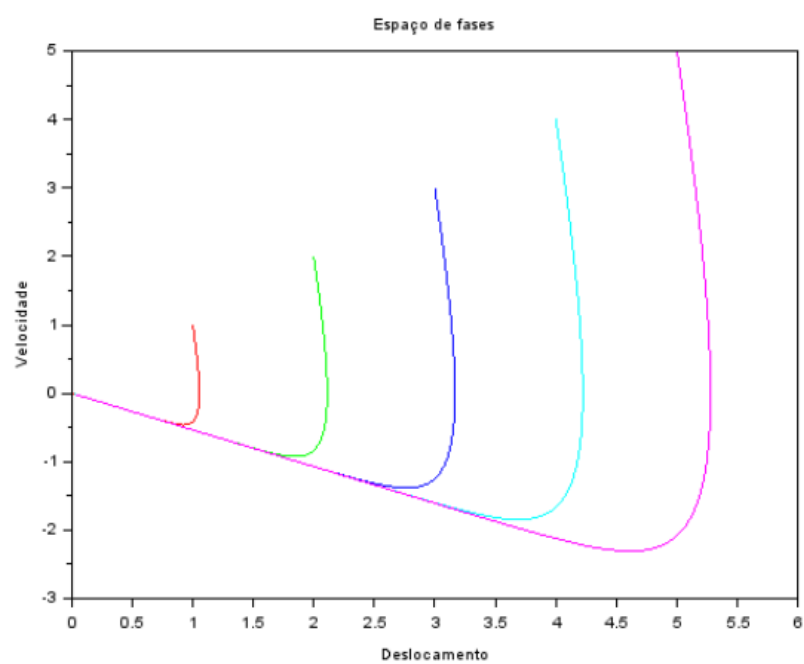


Figura 6:  $c = 8 \text{ N.s/m}$