

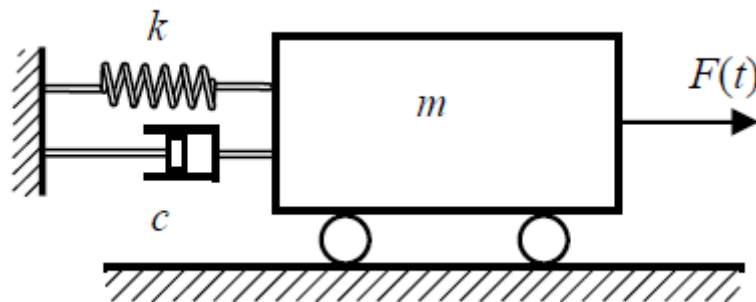
PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

João Otávio Tanaka de Oliveira

NUSP – 10772842

1.0 EXERCÍCIO

Para o primeiro exercício, era pedida a simulação de um sistema massa mola amortecido forçado, com uma entrada $F(t)$ tipo degrau. Além disso, era pedido a função de transferência do sistema.

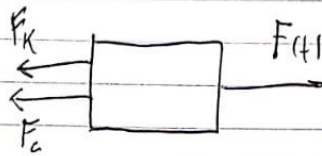
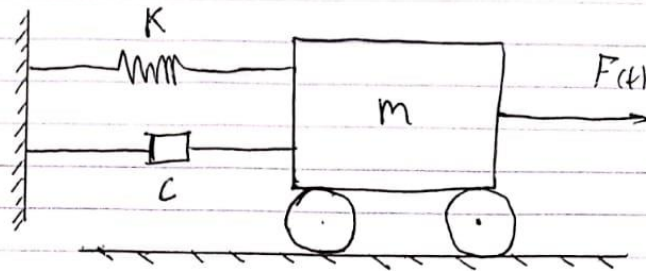


Era pedida a simulação para três casos:

$$\zeta < 1, \zeta = 1, \zeta > 1$$

A dedução da equação diferencial e a definição do vetor de estados e a função de transferência encontram-se na próxima página.

Lista E
JOÃO OTÁVIO YAMAKA de Oliveira 10772842



$$\therefore m \ddot{x} = -K \cdot x - c \cdot \dot{x} + F(t)$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m} x + \frac{c}{m} \dot{x} = \frac{F(t)}{m}$$

$$X = [x \quad \dot{x}]^T \Rightarrow \dot{X} = [\dot{x} \quad \ddot{x}]^T$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} F(t)$$

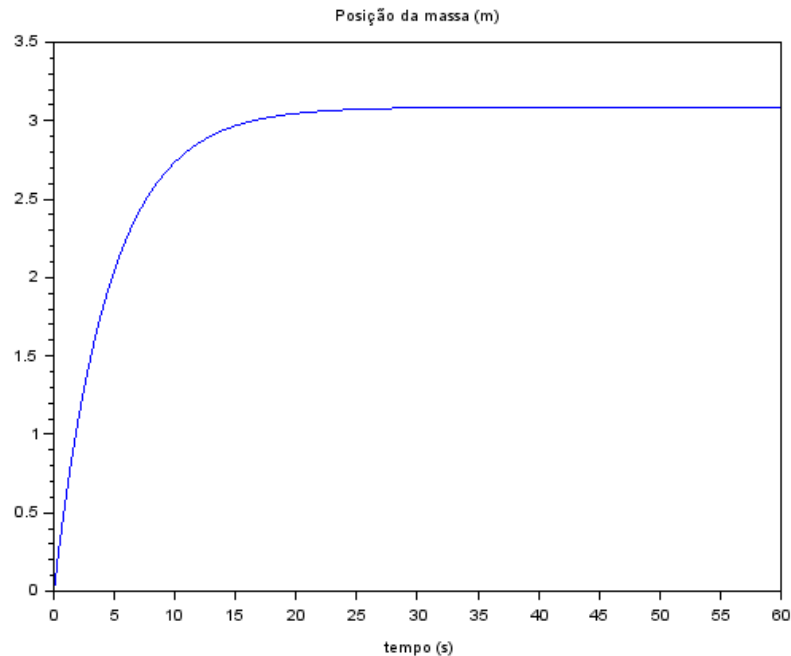
$$\dot{X} = AX + BF(t)$$

$$\therefore G(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + K}$$

Primeiro, foi simulado o caso de $\zeta < 1$, os parâmetros foram:

```
k = 1500; %//Em-N/m  
m = 70; %//Em-kg  
c = 2*0.5*sqrt(k*m); %//Em-kg/s^2  
F = 1000; %//Em-N
```

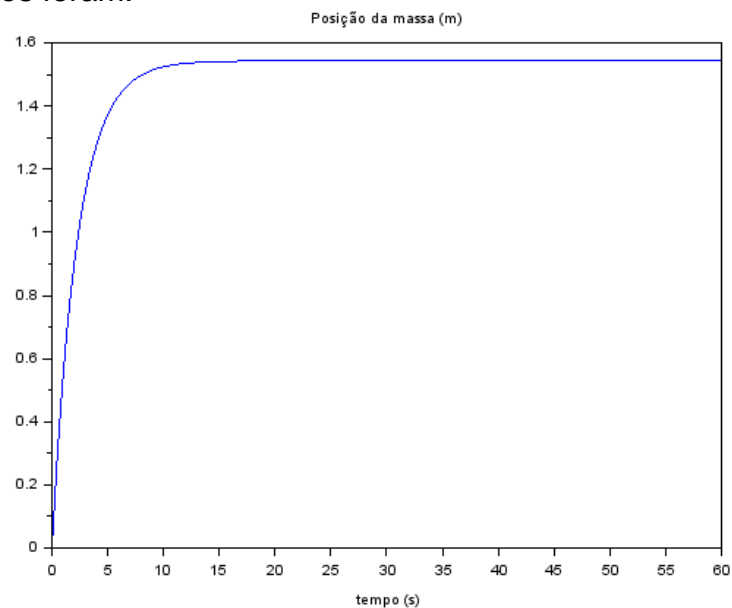
Obteve-se o seguinte resultado:



O segundo caso foi $\zeta = 1$, os parâmetros usados estão a seguir:

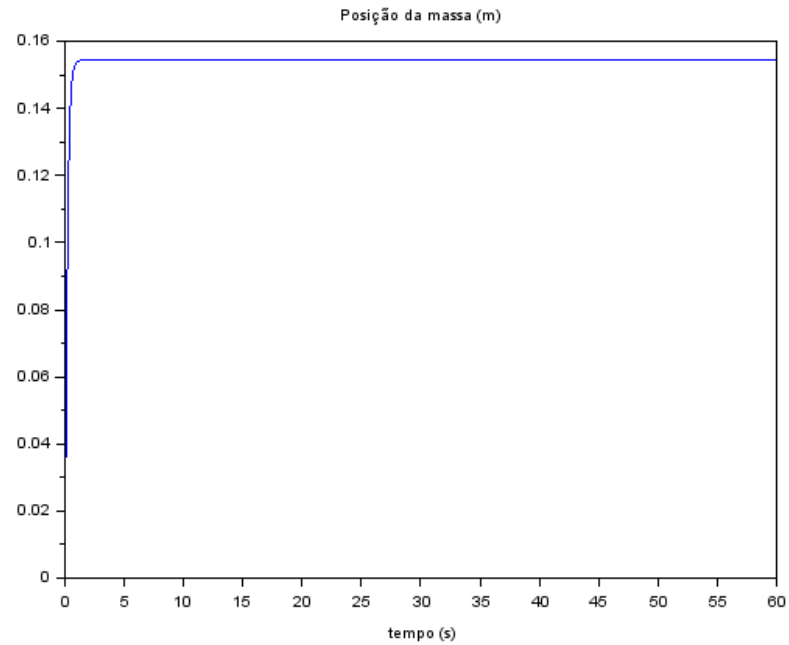
```
//Parâmetros  
k = 1500; %//Em-N/m  
m = 70; %//Em-kg  
c = 2*1*sqrt(k*m); %//Em-kg/s^2  
F = 1000; %//Em-N
```

Os resultados foram:



Por fim, foi feito o caso para $\zeta > 1$, os dados usados foram:

```
k = 1500; %//Em-N/m  
m = 70; %//Em-kg  
c = 2*10*sqrt(k*m); %//Em-kg/s^2  
F = 1000; %//Em-N
```



2.0 LIÇÃO DE CASA

2.1 EXERCÍCIO 1

Resultados na próxima página.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}$$

$$K = 1500 \text{ N/m}$$

$$m = 70 \text{ kg}$$

$$c = 324,04 \text{ kg/s}$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -21,43 & -4,63 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ -21,43 & -4,63 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\lambda^2 - 4,63\lambda + 21,43$$

$$\Delta = (-4,63)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21,43 = -64,28$$

$$\therefore \lambda_1 = 4,63 + 8,01i \quad \lambda_2 = 4,63 - 8,01i$$

λ_1 e λ_2 números complexos

$$ms^2 + cs + K = 70s^2 + 324,04s + 1500$$

$$\therefore \Delta = (324,04)^2 - 4 \cdot 70 \cdot 1500 = -314998,08$$

$$r_1 = \frac{-324,04 + 561,25i}{140} = -2,31 + 4,01i$$

$$r_2 = \frac{-324,04 - 561,25i}{140} = -2,31 - 4,01i$$

$$\lambda_1 = 2 \cdot r_1 \quad \lambda_2 = 2 \cdot r_2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{1500}{70}} = 4,63$$

$$\beta \omega = \sqrt{2,31^2 + 4,01^2} = 4,63$$

$$r_1 = -2,31 + 4,01i = A + bi$$

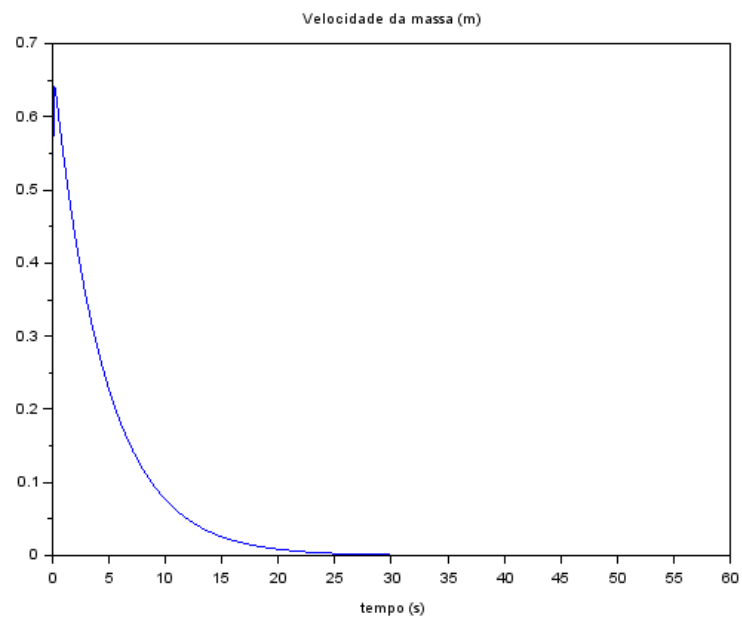
$$\frac{A}{b} = C \quad \therefore \quad \frac{A}{b} = 0,4989$$

$$\omega_0 = 4,04 \text{ rad/s}$$

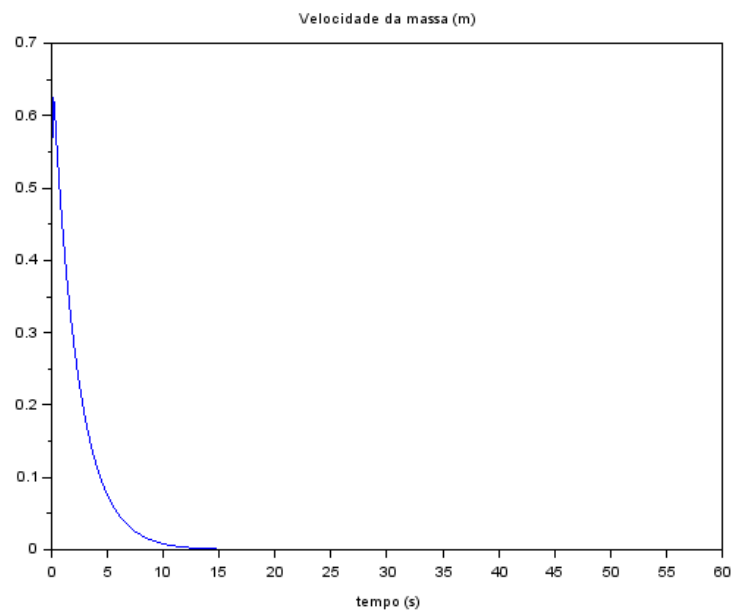
2.1 EXERCÍCIO 2

Era pedido o gráfico de v por x para diferentes casos.

Para $\zeta < 1$:



Para $\zeta = 1$:



Para $\zeta > 1$:

