Lista D

PME 3380 - Modelagem

Nathan Daleffi Rodrigues Rayes

10772585

Escola Politécnica

Universidade de São Paulo

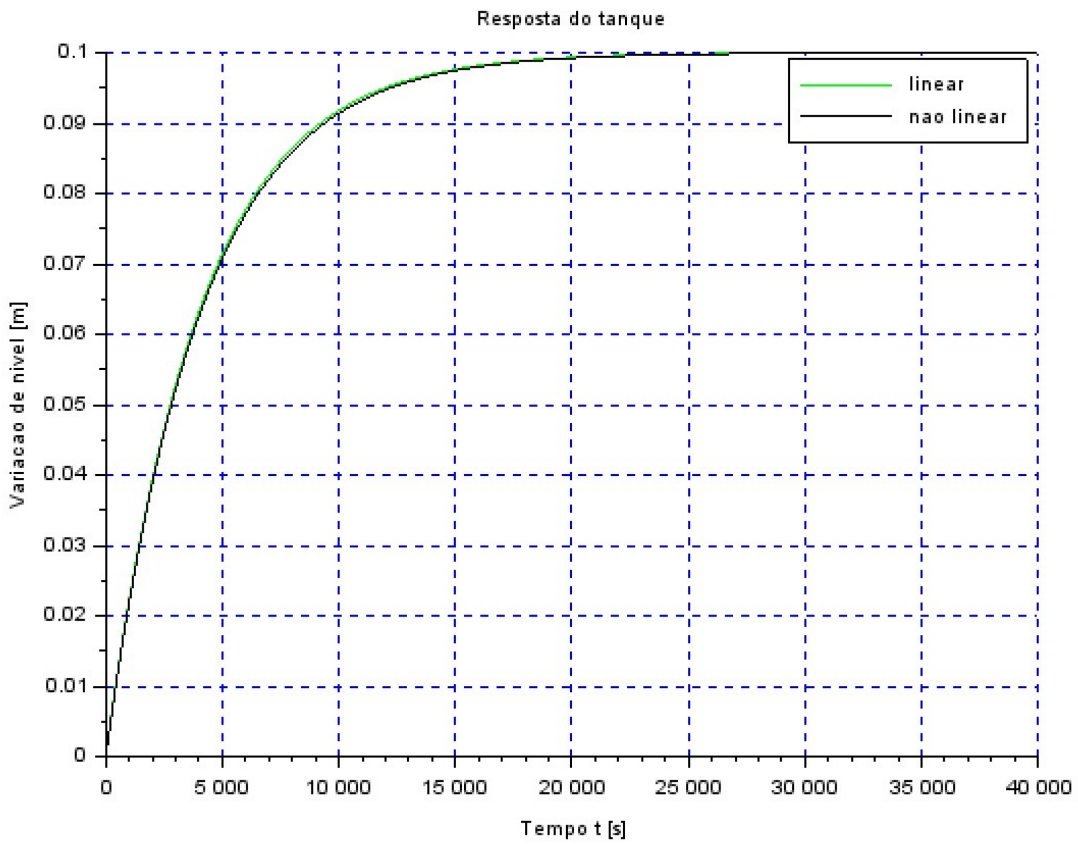
São Paulo

2020

1

A simulação do sistemas com uma tanque para as situações linear e não linear mostra-se a seguir:

Figura 1 – Altura h com a condição inicial $h_0 = 2m$ para as soluções linear e não linear



O código produzido para os métodos linear e não linear de resolução do problema encontra-se abaixo:

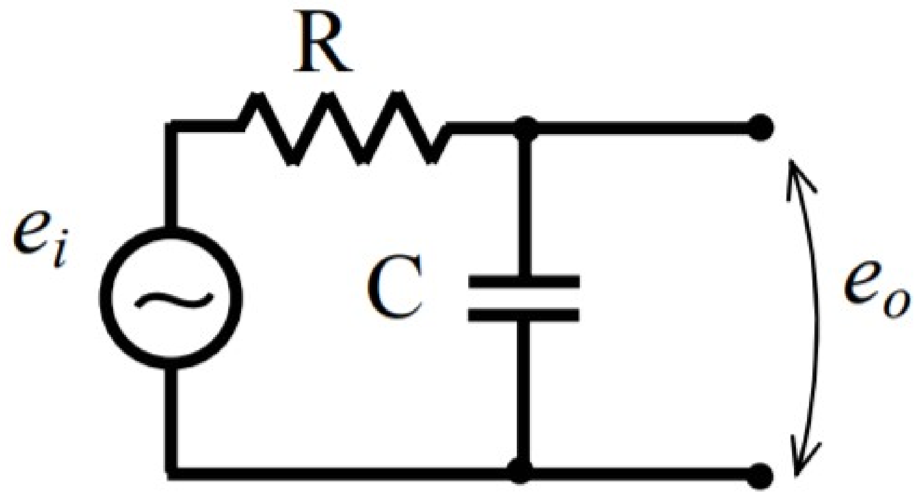
```
clear all
S=10;
rho=1000;
g=10;
R=2*10^8;
ho=2;
hi=0.1;
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/(R*ho))*hi;

A=(-1/(2*S))*sqrt(rho*g/(R*ho));
B=1/S;
C=1;
D=0;
```

```
tanque=syslin('c',A,B,C,D);

x0=0;
t=0:10:40000;
u=Qei*ones(t);

[y,x]=csim(u,t,tanque,x0);

funcprot(0);
function [hdot]=tanqueNlinear(t,h,Qe)
hdot=(-sqrt(rho*g*h/R)+Qe(t))/S
endfunction

function [u]=entrada(t)
u=Qei;
endfunction

Qei=sqrt(rho*g*(ho+hi)/R);

h=ode(h0,t(1),t,list(tanqueNlinear,entrada));

plot2d(t,y,3)
plot2d(t,h-ho)
hl=legend(['linear';'nao linear']);
xtitle("Resposta do tanque","Tempo t [s]","Variacao de nivel [m]");
xgrid(2)
```

2 Circuito RC

A obtenção do modelo matemático do circuito a seguir encontra-se abaixo:

Figura 2 – circuito RC a ser resolvido



Aplicação da lei de Kirchhoff para a malha determinada acima:

$$e_i - RI - \frac{1}{C}\int Idt = 0 \tag{1}$$

Realizando a substituição $q(t) = \int I(t)dt$ temos a seguinte relação:

$$e_i - R\dot{q} - \frac{1}{C}q = 0 \tag{2}$$

A solução da equação diferencial acima nos entrega os seguintes resultados:

$$q(t) = C_1 e^{(-t/RC)} + Ce_i \tag{3}$$

Utilizando a condição inicial $V_c(0) = e_0$ temos $C_1 = Ce_0$

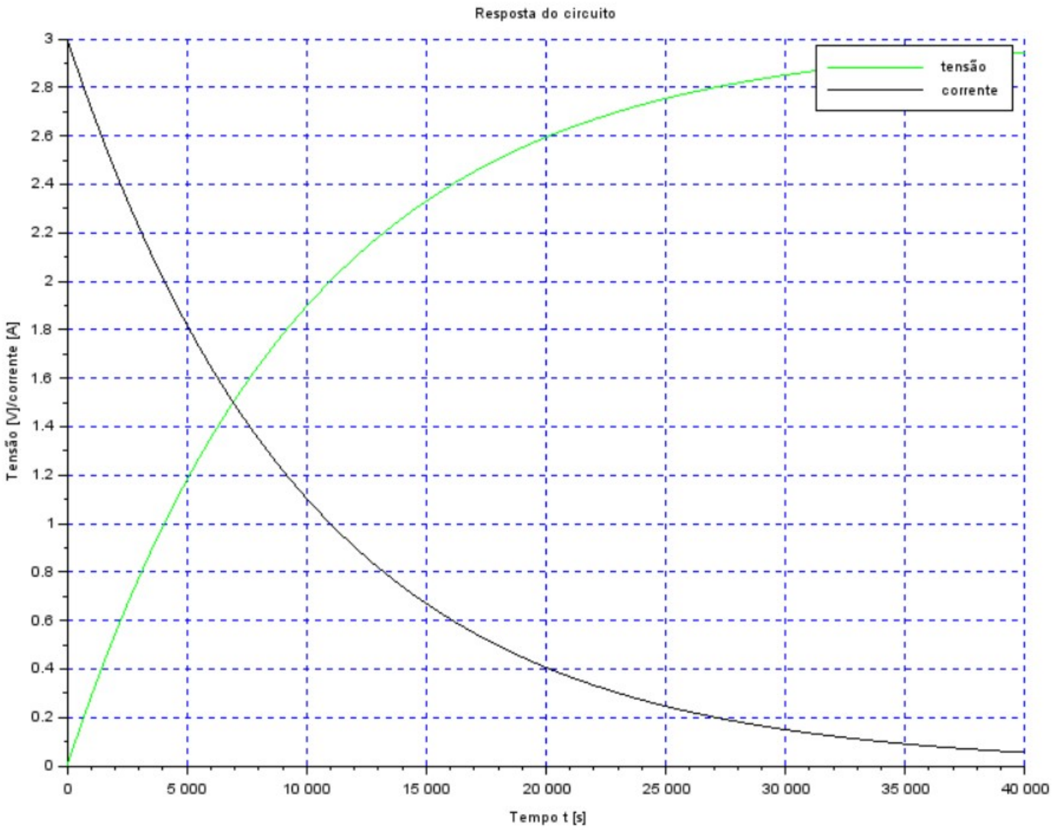
$$q(t) = Ce_0 e^{(-t/RC)} + Ce_i \tag{4}$$

Finalmente temos os resultados para V e I:

$$I(t) = \dot{q(t)} = \frac{-e_0}{R} e^{(-t/RC)} = I_0 e^{(-t/RC)} \Longrightarrow V(t) = V_0(1 - e^{(-t/RC)}) \tag{5}$$

A simulação do circuito para os parâmetros $R = 10K\Omega$, $C = 100\mu F$ e $V_0 = 3V$ acima encontra-se a seguir:

Figura 3 – corrente tensão no circuito RC



3 Modelo linear para 2 tanques

A simulação do circuito hidráulico com 2 tanques encontra-se a seguir:

$$\begin{cases} \dot{h_1} = \left[Q_e - \sqrt{\frac{\rho g}{R_1}(h_1 - h_2)}\right]\frac{1}{S_1} \\ \dot{h_2} = \left[\sqrt{\frac{\rho g}{R_1}(h_1 - h_2)} - \sqrt{\frac{\rho g}{R_1}h_2}\right]\frac{1}{S_2} \end{cases} \tag{6}$$

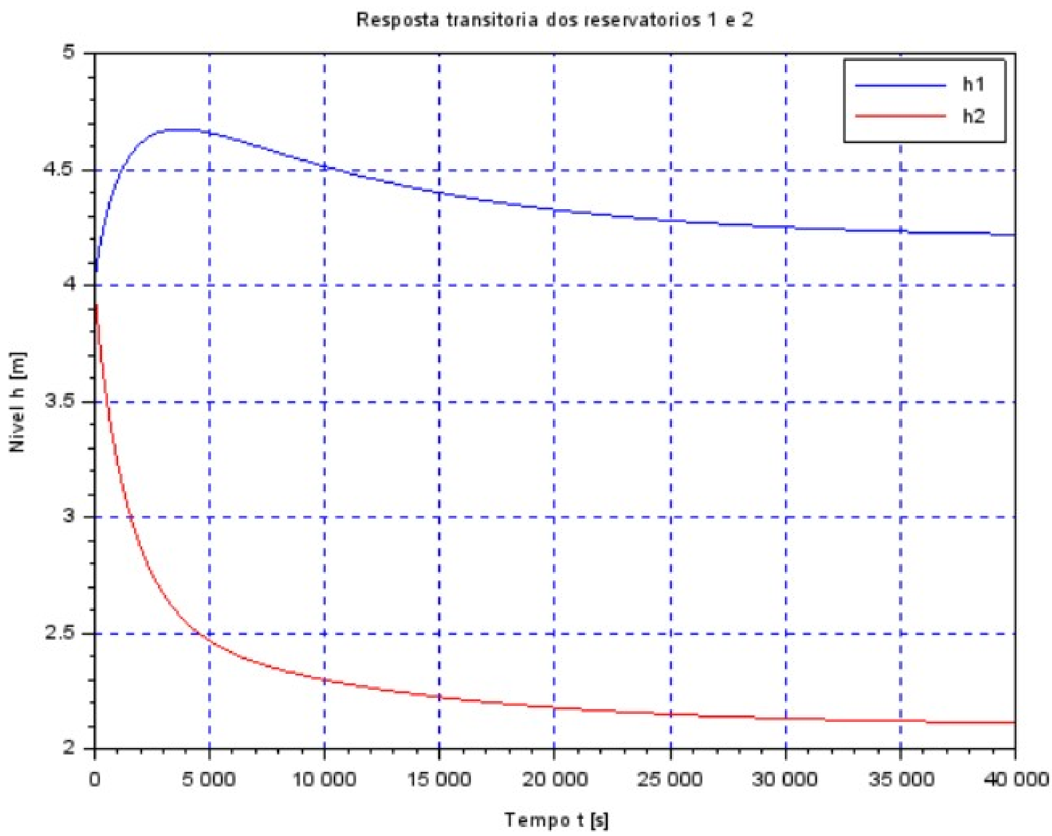
É necessário resolver o seguinte sistema linear utilizando os coeficientes calculados na lista C a seguir:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} -\frac{\rho g}{2SQ_e^0R} & \frac{\rho g}{2SQ_e^0R} \\ \frac{\rho g}{2SQ_e^0R} & \frac{\rho g}{SQ_e^0R} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} \\ 0 \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{8}$$

Os resultados da simulação linear acima estão apresentados na imagens a seguir:

Figura 4 – Simulação linear para $h_1 = h_2 = 4m$



O código utilizado neste item é mostrado a seguir:

```
clear all
S=10;
rho=1000;
g=10;
R=2*10^8;
ho=2;
hi=0.1;
Qei=(1/2)*sqrt(rho*g/((ho-hi)*R));

k = (rho*g)/(2*S*Qei*R);
A = [-k,k;k,-2*k];
```

```
B = [1/S;0];
C = [1,0;0,1];
D = [0;0];

tanque1=syslin('c',A,B,C,D);

x01 = 5;
x02 = 5;
t=0:10:40000;
u=Qei*ones(t);

[y,x]=csim(u,t,tanque1,[x01;x02]);

x1 = x(1,:);
x2 = x(2,:);

plot2d(t,x1,3)
```