

Rogério Yukio Tamaoki Rodriguez - 10772709

PME3380 - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista 2

Brasil

2020

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exercício 1 - apenas 1 reservatório	3
Figura 2 – Resultado do exercício 1 para o método de Euler	5
Figura 3 – Resultado do exercício 1 para o método de Runge Kutta	6
Figura 4 – Exercício 2 - dois reservatórios	7
Figura 5 – Resultado do exercício 2 para o método de Euler	9
Figura 6 – Resultado do exercício 2 para o método de Runge Kutta	10

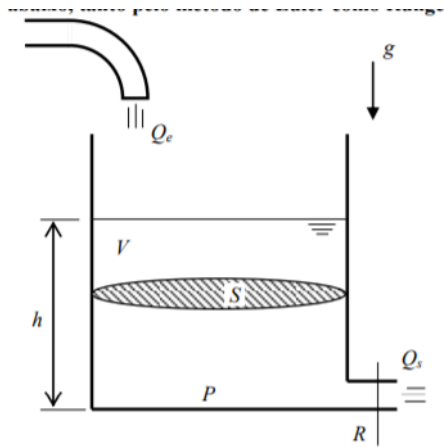
Sumário

1	EXERCÍCIO COM 1 RESERVATÓRIO	3
2	EXERCÍCIO COM 2 RESERVATÓRIOS	7

1 Exercício com 1 reservatório

Neste exercício, serão feitas duas soluções numéricas para a altura da coluna de água no reservatório em função do tempo. A primeira solução será através do método de Euler, enquanto a segunda solução será através do método de Runge Kutta. O problema abordado está representado na figura 1.

Figura 1 – Exercício 1 - apenas 1 reservatório



Este problema pode ser modelado pela seguinte equação diferencial.

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e \right) \frac{1}{S}$$

Os parâmetros e variáveis a serem utilizados são:

- $S = 10m^2$ - área da seção transversal
- $R = 2 \cdot 10^8 Pa/(m^3/s)^2$ - parâmetro que relaciona vazão com queda de pressão (perda de carga)
- $\rho = 1000kg/m^3$ - massa específica da água
- $g = 10m/s^2$ - aceleração da gravidade na superfície da Terra
- $Q_e = 0,010247m^3/s$ - vazão de entrada
- h : nível do reservatório $[m]$
- $h_0 = 10m$ - altura inicial do reservatório

A solução foi obtida através do código descrito a seguir. O resultado obtido para o método de Euler pode ser descrito pela figura 2, enquanto o resultado obtido pelo método de Runge Kutta pode ser descrito pela figura 3.

```
1 clc()
2 clear()
3 // Carregando a equacao diferencial:
4 function [hdot]=funcao(h)
5 hdot=(-((rho*g*h)/R)^0.5+qe)*(1/S)
6 endfunction
7 //área da seção transversal
8 S=10;
9 //Parametro de vazão com queda de pressão
10 R=2*(10^8)
11 //massa específica
12 rho = 1000
13 // aceleração da gravidade
14 g =10
15 // vazão de entrada
16 qe = 0.010247
17 // Instante inicial:
18 t(1)=0;
19 // Instante final:
20 tf=30000;
21 // Condicao inicial:
22 he(1)=10;
23 hrk(1)=10;
24 // Passo de integracao
25 p=0.05;
26 // Calculo de numero de passos):
27 n=round(tf/p);
28 // Integracao numerica usando o metodo de Euler:
29 // Comando for:
30 for i=1:n
31 // Vetor de tempo:
32 t(i+1)=t(i)+p;
33 end
34
35 for i=1:n
36 // Solucao numerica:
37 he(i+1)=he(i)+p* funcao(he(i));
38 end
39 // Integracao numerica usando o metodo de Runge Kutta:
40 // Comando for:
41 for i=1:n
42 // Solucao numerica:
43 k1=p*funcao(hrk(i));
44 k2=p*funcao((hrk(i)+k1/2));
```

```
45 k3=p*funcao((hrk(i)+k2/2));
46 k4=p*funcao((hrk(i)+k3));
47 hrk(i+1)=hrk(i)+((k1+2*k2+2*k3+k4)/6);
48 end
49
50 scf(1)
51 plot(t,he,'b');
52 xtitle('Altura da coluna de água no reservatório','t(s)','h(m)');
53
54 scf(2)
55 plot(t,hrk,'r');
56 xtitle('Altura da coluna de água no reservatório','t(s)','h(m)');
```

Figura 2 – Resultado do exercício 1 para o método de Euler

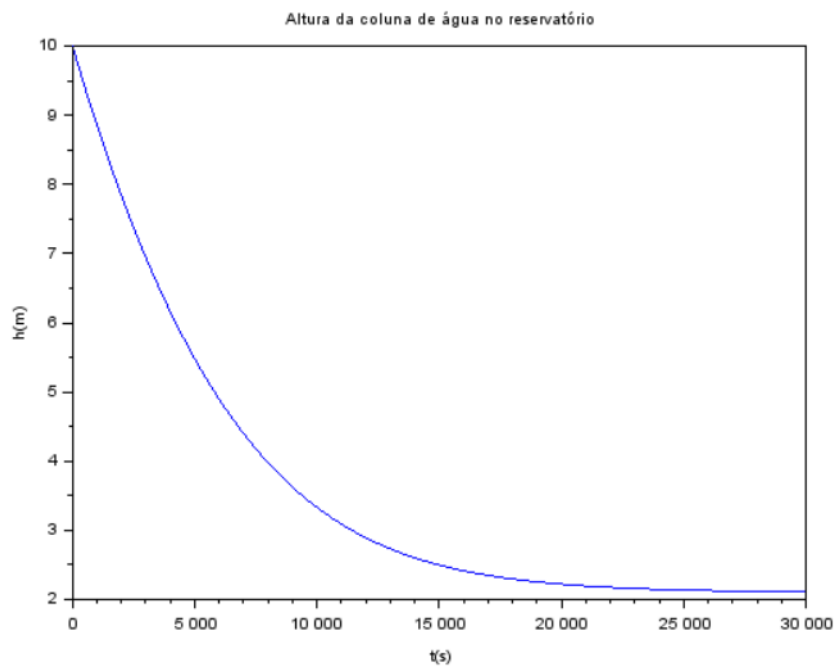
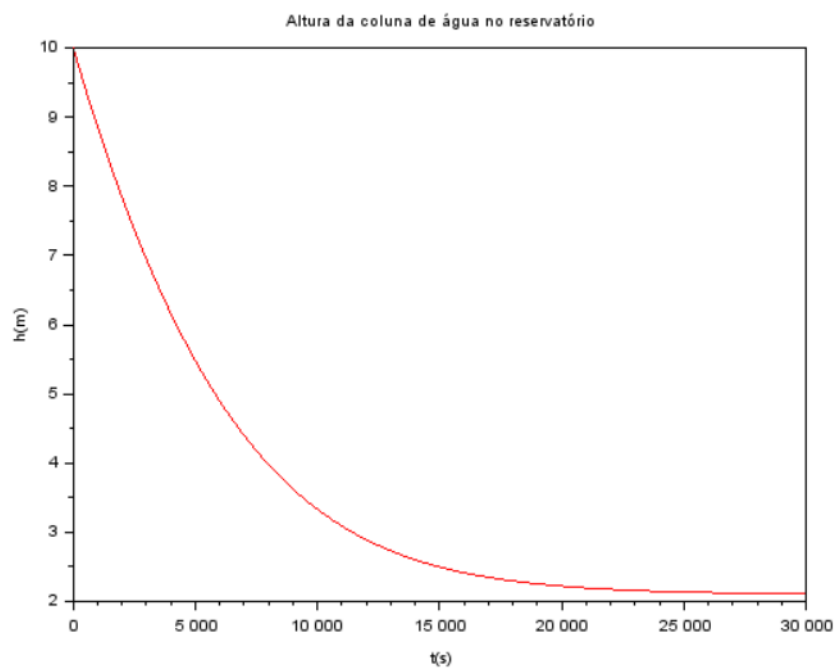


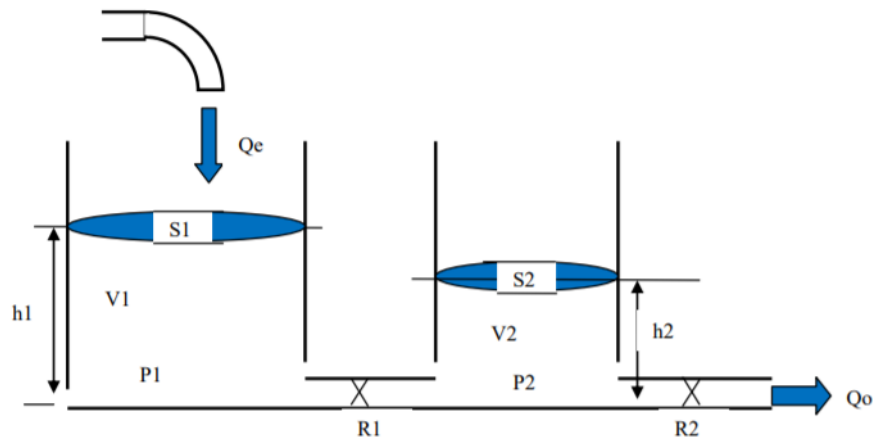
Figura 3 – Resultado do exercício 1 para o método de Runge Kutta



2 Exercício com 2 reservatórios

Neste exercício será repetido o mesmo procedimento executado no exercício anterior. Para tal o problema pode ser ilustrado pela figura 4.

Figura 4 – Exercício 2 - dois reservatórios



Para esta situação, considera-se que o tanque 1 está inicialmente preenchido com uma coluna d'água de 10m, enquanto o tanque 2 está preenchido com uma coluna d'água de 8m. Este tanque pode ser modelado pelo sistema a seguir.

$$\dot{h}_1 = \left(Q_e - \sqrt{\frac{\rho g}{R_a}} (h_1 - h_2) \right) \frac{1}{S_1}$$

$$\dot{h}_2 = \left(\sqrt{\frac{\rho g h}{R_a}} (h_1 - h_2) - \sqrt{\frac{\rho g}{R_s}} h_2 \right) \frac{1}{S}$$

Os valores empregados para R_a e R_s foram $2 \cdot 10^8 Pa/(m^3/s)^2$ e $1,5 \cdot 10^8 Pa/(m^3/s)^2$, respectivamente.

As soluções foram obtidas através do método de Euler, cujo resultado está representada na figura 5, e através do método de Runge Kutta, cujo resultado está representado na figura 6. O código utilizado está descrito a seguir.

```

1 clc ()
2 clear ()
3 // Carregando a equacao diferencial:
4 function [h1pto]=funcao(h1,h2)
5     h1pto=(-((rho*g*(h1-h2)/Ra)^0.5+qe)*(1/S1))
6 endfunction

```



```

7
8 function [h2pto]=funcao2(h1,h2)
9     h2pto=((rho*g*(h1-h2))/Ra)^0.5-(rho*g*h2/Rs)^0.5)*(1/S2)
10 endfunction
11 //área da seção transversal
12 S1=10;
13 S2=10;
14 //Parametro de vazão com queda de pressão
15 Ra=2*(10^8)
16 Rs=1.5*(10^8)
17 //massa específica
18 rho = 1000
19 // aceleração da gravidade
20 g =10
21 // vazão de entrada
22 qe = 0.010247
23 // Instante inicial:
24 t(1)=0;
25 // Instante final:
26 tf=6000;
27 // Condicao inicial:
28 he1(1)=10;
29 he2(1)=8;
30 h1rk(1)=10;
31 h2rk(1)=8;
32 // Passo de integracao
33 p=1000;
34 // Calculo de numero de passos):
35 n=round(tf/p);
36 // Integracao numerica usando o metodo de Euler:
37 // Comando for:
38 for i=1:n
39 // Vetor de tempo:
40 t(i+1)=t(i)+p;
41 end
42
43 for i=1:n
44 // Solucao numerica:
45 he1(i+1)=he1(i)+p*funcao(he1(i),he2(i));
46 he2(i+1)=he2(i)+p*funcao2(he1(i),he2(i));
47 end
48 // Integracao numerica usando o metodo de Runge Kutta:
49 // Comando for:
50 for i=1:n
51 // Solucao numerica:
52 k1=p*funcao(h1rk(i),h2rk(i));
53 k2=p*funcao((h1rk(i)+k1/2),(h2rk(i)+k1/2));

```

```

54 k3=p*funcao((h1rk(i)+k2/2),(h2rk(i)+k2/2));
55 k4=p*funcao((h1rk(i)+k3),(h2rk(i)+k3));
56
57 j1=p*funcao2(h1rk(i),h2rk(i));
58 j2=p*funcao2((h1rk(i)+j1/2),(h2rk(i)+j1/2));
59 j3=p*funcao2((h1rk(i)+j2/2),(h2rk(i)+j2/2));
60 j4=p*funcao2((h1rk(i)+j3),(h2rk(i)+j3));
61
62 h1rk(i+1)=h1rk(i)+((k1+2*k2+2*k3+k4)/6);
63 h2rk(i+1)=h2rk(i)+((j1+2*j2+2*j3+j4)/6);
64 end
65
66 scf(1)
67 plot([t,t],[he1,he2]);
68 xtitle('Altura da coluna de água no reservatório','t(s)','h(m)');
69
70 scf(2)
71 plot([t,t],[h1rk,h2rk]);
72 xtitle('Altura da coluna de água no reservatório','t(s)','h(m)');

```

Figura 5 – Resultado do exercício 2 para o método de Euler

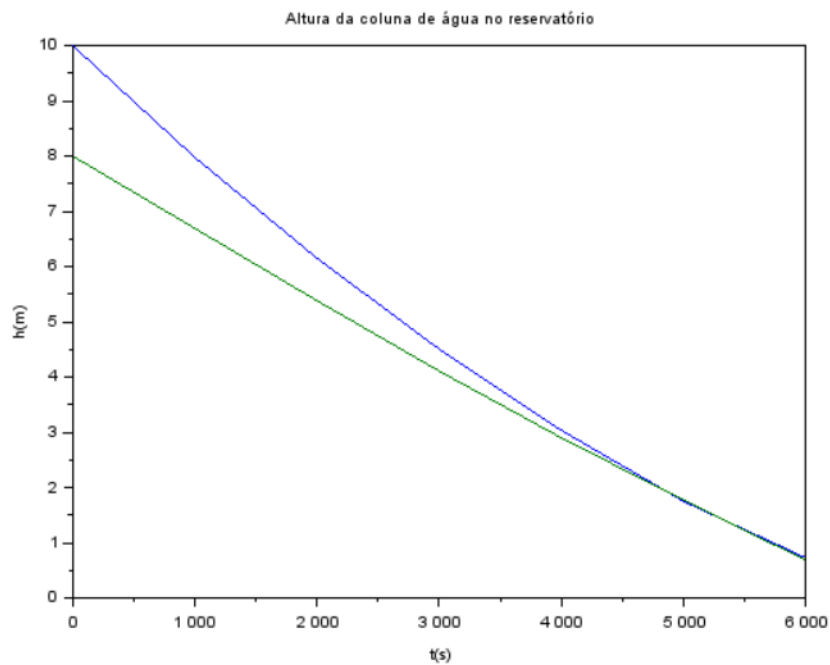


Figura 6 – Resultado do exercício 2 para o método de Runge Kutta

