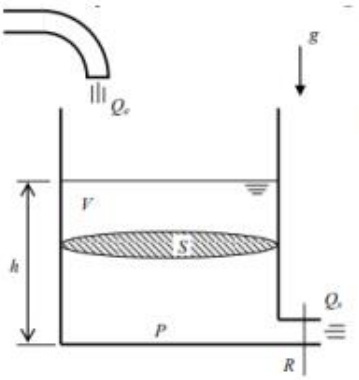
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME 3380 - MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

LISTA B

Nicolle Ferreira Hyppolito N°USP: 10823452

Exercício 1



Reservatório com água
Parâmetros:
$S = 10\ m^2$ - área da seção transversal (constante)
$R = 2\times10^8\ Pa/(m^3/s)^2$ - parâmetro que relaciona vazão com queda de pressão (perda de carga)
$\rho = 1000\ kg/m^3$ - massa específica da água
$G = 10\ m/s^2$ - aceleração da gravidade na superfície da terra

Variáveis:
$Q_e = 0{,}010247\ m^3/s$ - vazão de entrada
h: nível do reservatório [m]
V: volume de água no reservatório [m^3]
P: pressão relativa à atmosférica, no fundo do reservatório [Pa]
Q_s: vazão de saída [m^3/s]

Admite-se que a água seja incompressível.

Sendo: $Q_S = \sqrt{\frac{P}{R}}$ $\quad P = \rho g h$ $\quad \dot{h} = \frac{-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_S}{S}$

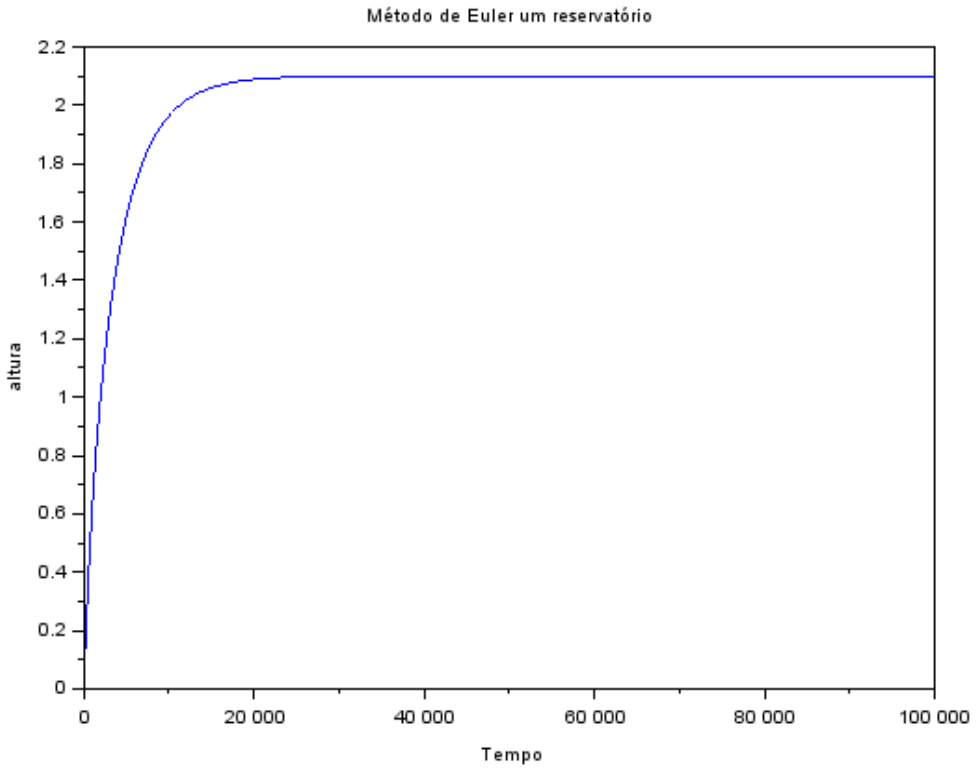
Dados adotado: $h_{inicial} = 0, tf = 10000\ e\ h(passo) = 10$

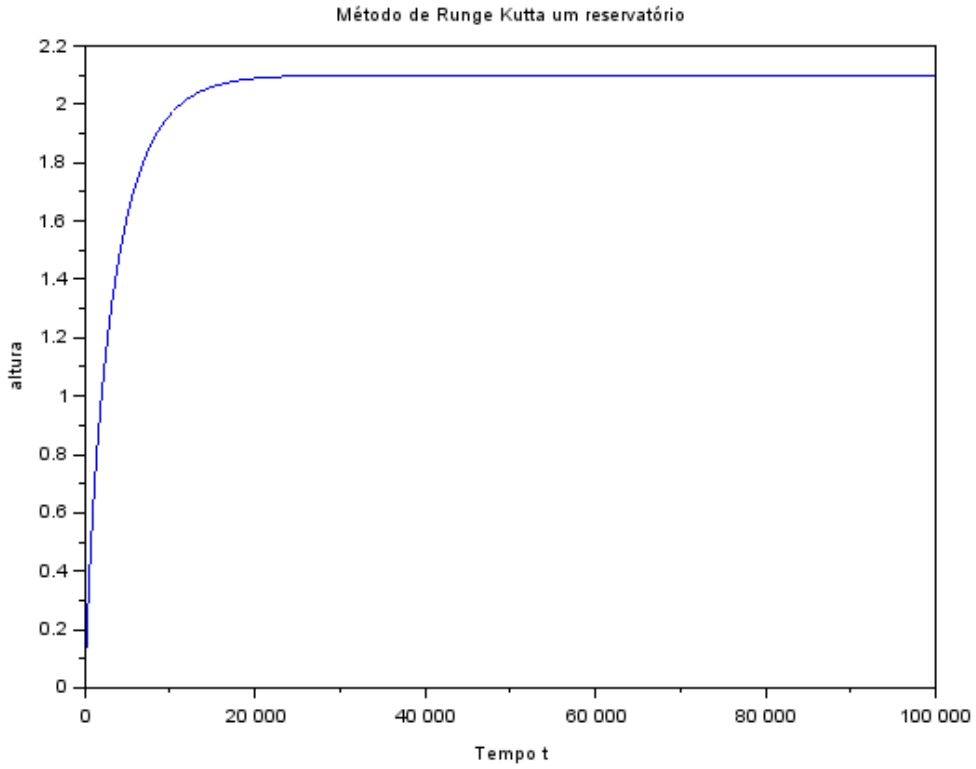
- **Código**

```
clear
//parâmetros dados
Qe=0.010247;
rho=1000;
g=10;
R=2*10^8;
S=10;
//Definindo os parametros necessarios
//instante inicial:
t(1)=0;
//instante final:
tf=10000;
//Condicao inicial altura:
y(1)=0;
//para o método de euler:
y_e(1)=y(1);
//para o método de runge-kutta:
y_rk(1)=y(1);
//passo de integração:
h=10;
//numero de passos:
n=round((tf-t(1)/h));
//implementando a função dada
function ydot=funcao(y)
    ydot=(-sqrt(rho*g*y/R)+Qe)*1/S;
endfunction

//Método de euler
for i=1:n
    //Vetor tempo
    t(i+1)=t(i)+h;
```

```
    //Solução numerica
    y_e(i+1)=y_e(i)+h*funcao(y_e(i));
end

//plotando gráfico para o método de euler de y vs tempo
scf(0)
xtitle("Método de Euler um reservatório","Tempo","altura")
plot(t,y_e);

//Método de Runge-kutta:
for i=1:n
    //Vetor tempo
    t(i+1)=t(i)+h;
    //Solução numérica
    k1=funcao(y_rk(i));
    k2=funcao(y_rk(i)+k1*h/2);
    k3=funcao(y_rk(i)+k2*h/2);
    k4=funcao(y_rk(i)+k3*h);
    y_rk(i+1)=y_rk(i)+h*funcao(y_rk(i));
end

//plotando gráfico para o método de euler de y vs tempo
scf(1)
xtitle("Método de Runge Kutta um reservatório","Tempo","altura")
plot(t,y_e)
```

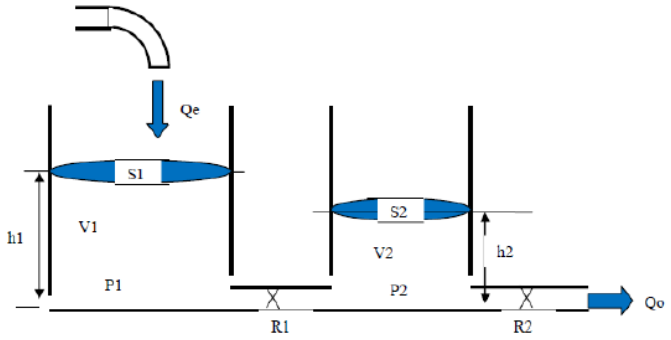
- **Resultados**





Exercício 2

Desenvolva um programa em Scilab que resolva numericamente o sistema de equações diferencias que modela o sistema com dois reservatórios, usando tanto Euler como Runge Kutta. Dica: raciocine com vetores.



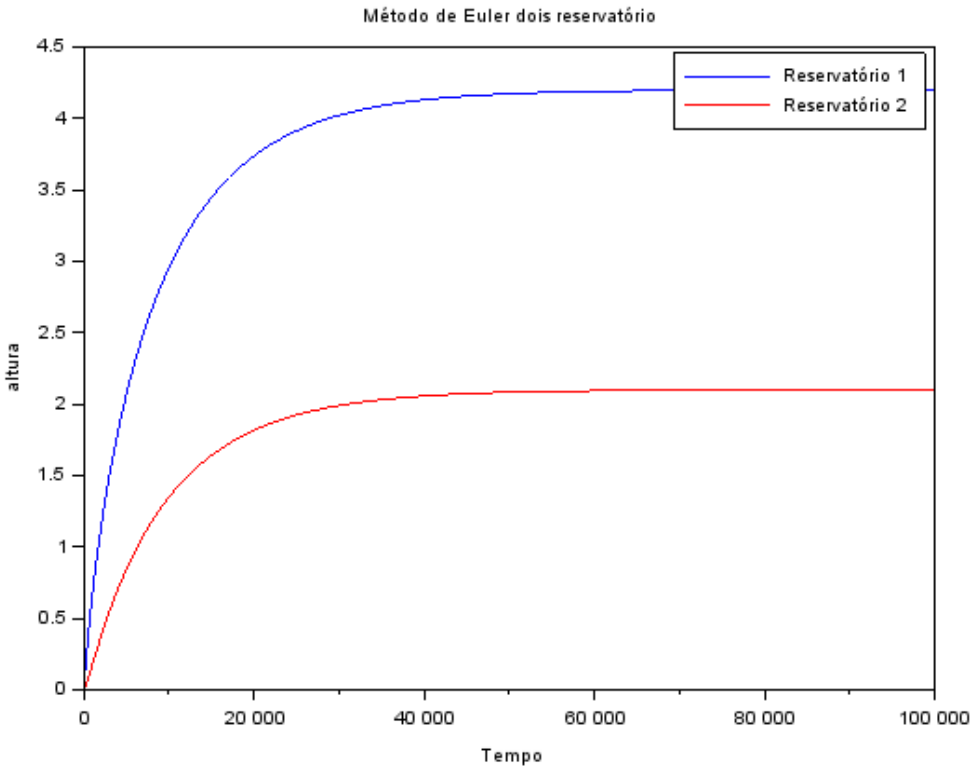
Dados adotado: $h_{1\_inicial} = 0, h_{2\_inicial} = 0, tf = 10000$ **e** $h(passo) = 10$

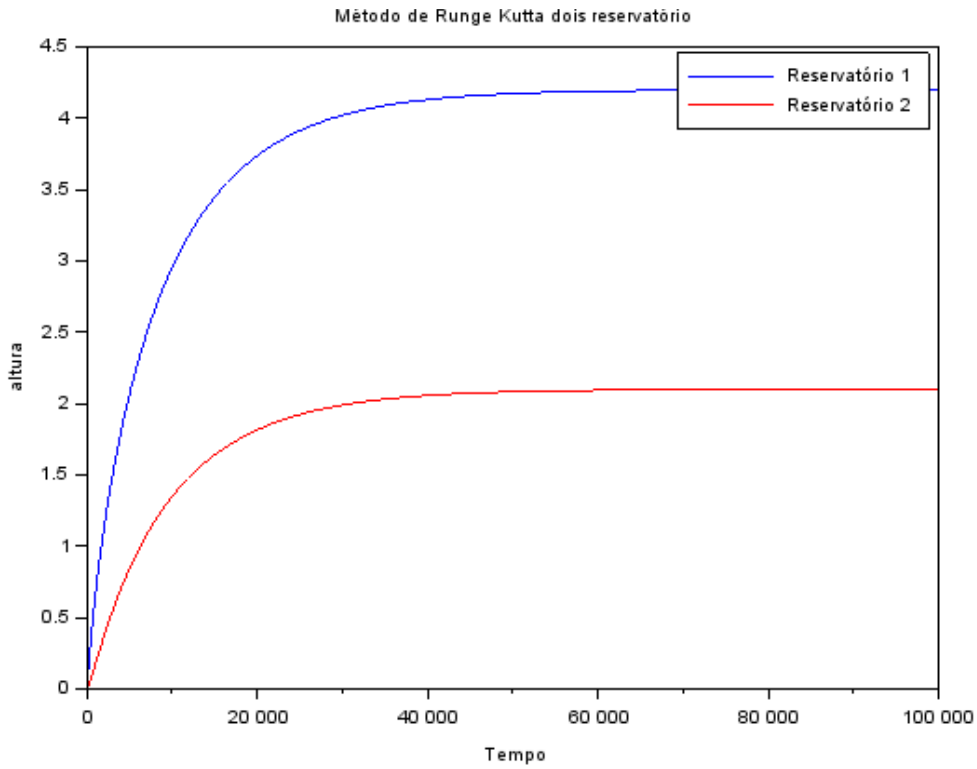
- **Código**

```
clear
//parâmetros dados
Qe=0.010247;
rho=1000;
g=10;
R=2*10^8;
S=10;
//Definindo os parametros necessarios
//instante inicial:
t(1)=0;
//instante final:
tf=10000;
//Condicao inicial alturas:
y1_inicial=0;
y2_inicial=0;
y1_e(1)=y1_inicial;
y2_e(1)=y2_inicial;
y1_rk(1)=y1_inicial;
y2_rk(1)=y2_inicial;
//passo de integração:
h=10;
//numero de passos:
n=round((tf-t(1)/h));
function fun=y1(h1, h2)
 fun = (Qe - sqrt(rho*g*(h1-h2)/R))*(1/S)
endfunction
function fun=y2(h1, h2)
    fun =(sqrt(rho*g*(h1-h2)/R) - sqrt(rho*g*h2/R))*(1/S)
endfunction
```

```
//Método de Euler:
for i= 1:n
    t(i+1)=t(i)+h;
    y1_e(i+1)=y1_e(i)+h*y1(y1_e(i),y2_e(i));
    y2_e(i+1)=y2_e(i)+h*y2(y1_e(i),y2_e(i));
end


//Método de Runge-Kutta:
for i = 1:n
    k11=y1(y1_rk(i),y2_rk(i));
    k21=y2(y1_rk(i),y2_rk(i));
    k12=y1(y1_rk(i)+(h/2)*k11,y2_rk(i)+(h/2)*k21);
    k22=y2(y1_rk(i)+(h/2)*k11,y2_rk(i)+(h/2)*k21);
    k13=y1(y1_rk(i)+(h/2)*k12,y2_rk(i)+(h/2)*k22);
    k23=y2(y1_rk(i)+(h/2)*k12,y2_rk(i)+(h/2)*k22);
    k14=y1(y1_rk(i)+h*k13,y2_rk(i)+h*k23);
    k24=y2(y1_rk(i)+h*k13,y2_rk(i)+h*k23);
    y1_rk(i+1)=y1_rk(i)+(h/6)*(k11+2*k12+2*k13+k14);
    y2_rk(i+1)=y2_rk(i)+(h/6)*(k21+2*k22+2*k23+k24);
end

scf(2)
xtitle("Método de Euler dois reservatório","Tempo","altura")
plot(t,y1_e)
plot(t,y2_e,'r')
legend(['Reservatório 1';'Reservatório 2']);
scf(3)
xtitle("Método de Runge Kutta dois reservatório","Tempo","altura")
plot(t,y1_rk)
plot(t,y2_rk,'r')
legend(['Reservatório 1';'Reservatório 2']);
```

- **Resultados**


Método de Euler dois reservatório
Reservatório 1
Reservatório 2
altura
Tempo
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
0
20 000
40 000
60 000
80 000
100 000


Método de Runge Kutta dois reservatório
Reservatório 1
Reservatório 2
altura
Tempo
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
0
20 000
40 000
60 000
80 000
100 000