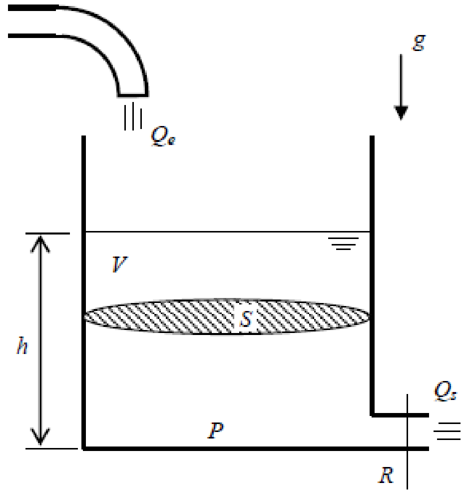
PME3380 – MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS
PEDRO MORETTO DI PIETRO – 9853123

LISTA 2

Implemente um programa no Scilab que resolva numericamente a equação diferencial que modela o sistema abaixo, tanto pelo método de Euler como Runge Kutta.



Reservatório com água
Parâmetros:
S = 10 m^2 - área da seção transversal (constante)
$R = 2\times10^8$ Pa/(m^3/s)^2 - parâmetro que relaciona vazão com queda de pressão (perda de carga)
ρ = 1000 kg/m^3 - massa específica da água
G = 10 m/s^2 - aceleração da gravidade na superfície da terra

Variáveis:
Q_e = 0,010247 m^3/s - vazão de entrada
h: nível do reservatório [m]
V: volume de água no reservatório [m^3]
P: pressão relativa à atmosférica, no fundo do reservatório [Pa]
Q_s: vazão de saída [m^3/s]

Admite-se que a água seja incompressível.

Pela equação da continuidade:

$$\frac{dV}{dt} = Q_e - Q_s$$

Vamos admitir que a perda de carga na saída é modelada pela expressão:

$$P = RQ_s^2 \quad \Rightarrow \quad Q_s = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

Por outro lado, a pressão no fundo do reservatório é:

$$P = \rho g h$$

Considere uma entrada Q_e constante.

Volume de água no reservatório:

$$V = Sh \quad \Rightarrow \quad \dot{V} = S\dot{h}$$

Substituindo:

$$S\dot{h} = Q_e - \sqrt{\frac{\rho g h}{R}}$$

Resultando na seguinte equação difererencial ordinária não linear (modelo de 1 reservatório):

$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e\right)\frac{1}{S}$$

Código desenvolvido em Scilab:

```
//Exercicio 1 - Lista 2
clear
a = 20000
//Parâmetros

S = 10 //m^2
R = 2*10^8 //Pa/(m^3/2)^2
ro = 1000 // kg/m^3
g = 10 // m/s^2

//Variaveis
```

```
Q_e = 0.010247 //m^3/s
alt_h = zeros(a)
h_ponto = zeros(a)
alt_h0 = 0
h_ponto0 = 0
V = zeros(a)
V_ponto = zeros(a)
P=zeros(a)
Q_s = zeros(a)

//
t = linspace(0,10000,20000)
function dh=altura_h(t,h)
    dh(1)=((-(ro*g*h(1)/R)^(0.5)) + Q_e)*(1/S)
    dh(2)=h(1)
endfunction

h = ode("RK",[alt_h0; h_ponto0], 0, t, altura_h)
alt_h = h(1,:);
h_ponto = h(2,:);

V = S*alt_h
V_ponto = S*h_ponto
P = ro*g*alt_h
Q_s = sqrt(P/R)

i = 1
figure(i)
plot(t,alt_h)
i = i+1

figure(i)
plot(t,h_ponto)
i = i+1

figure(i)
plot(t,V)
i = i+1

figure(i)
plot(t,Q_s)

figure(i)
plot(t,P)
i = i+1
i = i+1
```

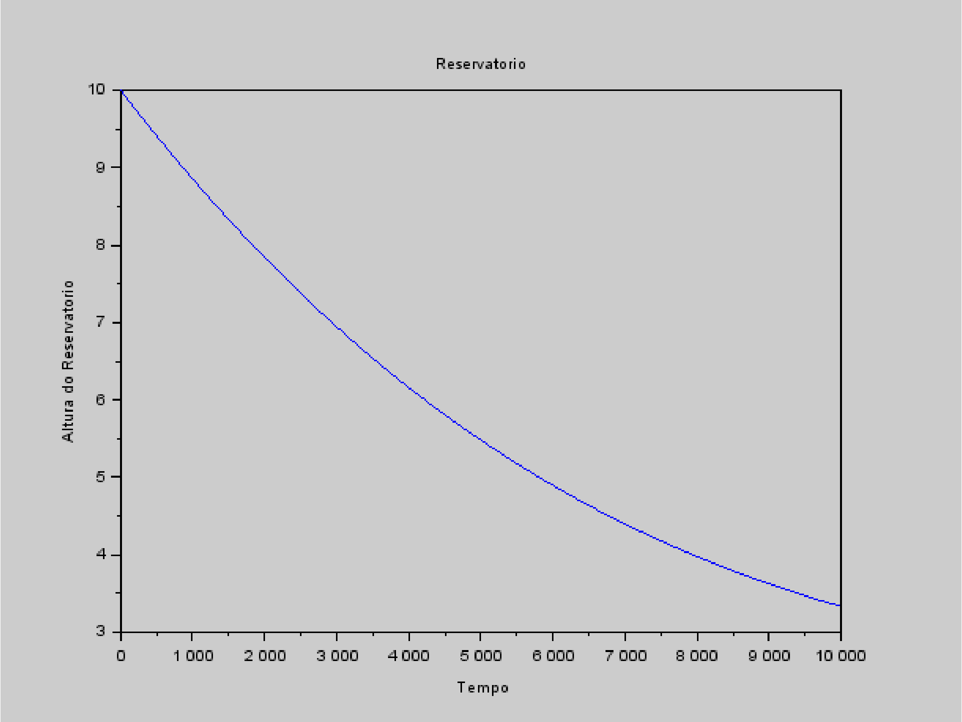


Gráfico da Altura do Reservatório (m) em Função do Tempo (s)

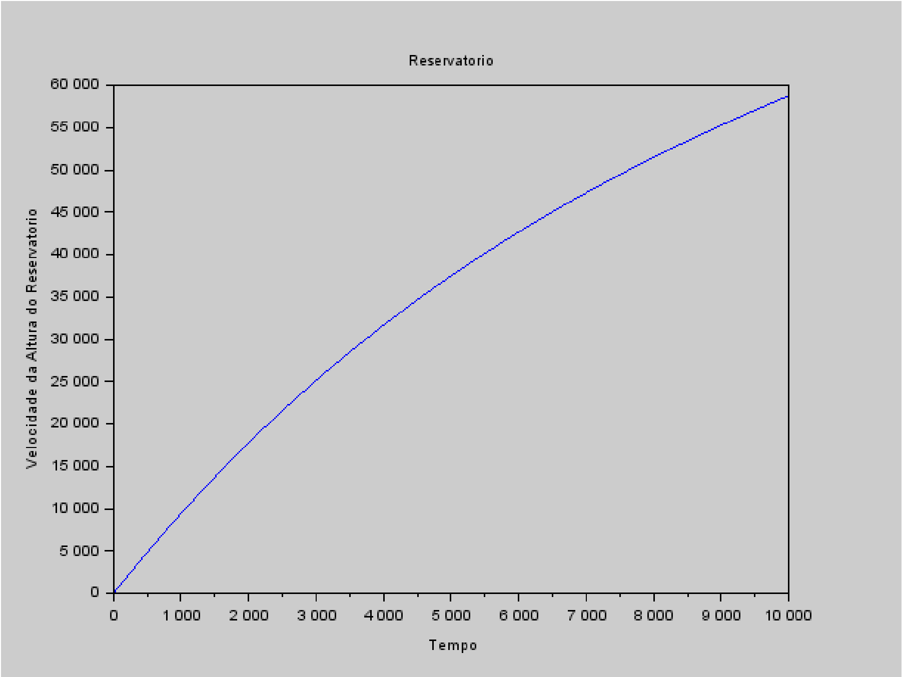


Gráfico da Variação da Velocidade da Altura do Reservatório (m/s)
em Função do Tempo (s)

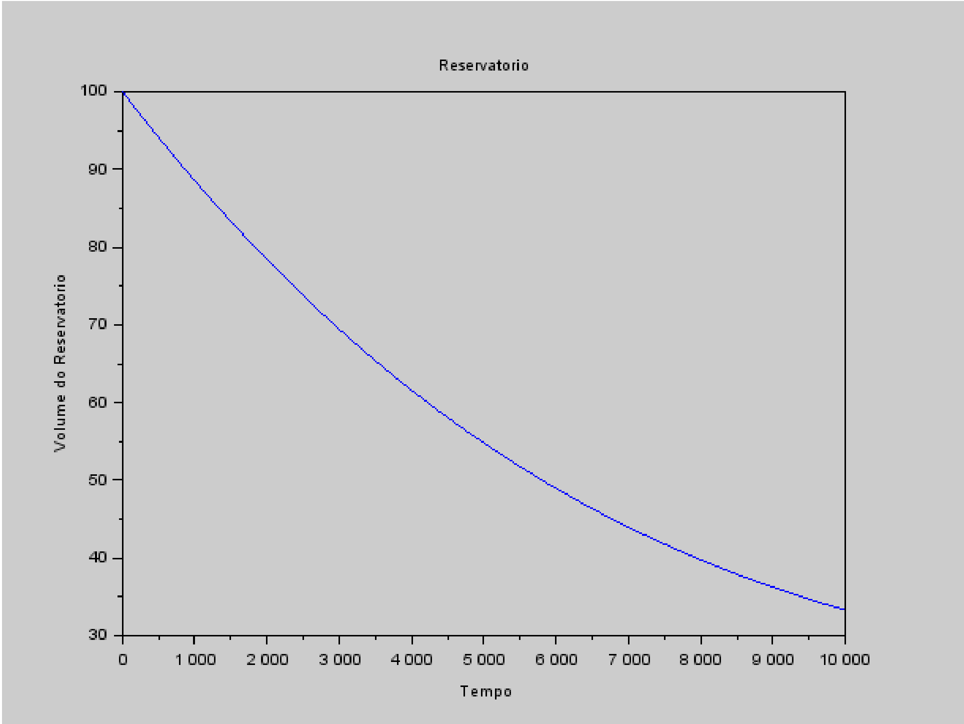


Gráfico do Volume do Reservatório (m^3) em Função do Tempo (s)

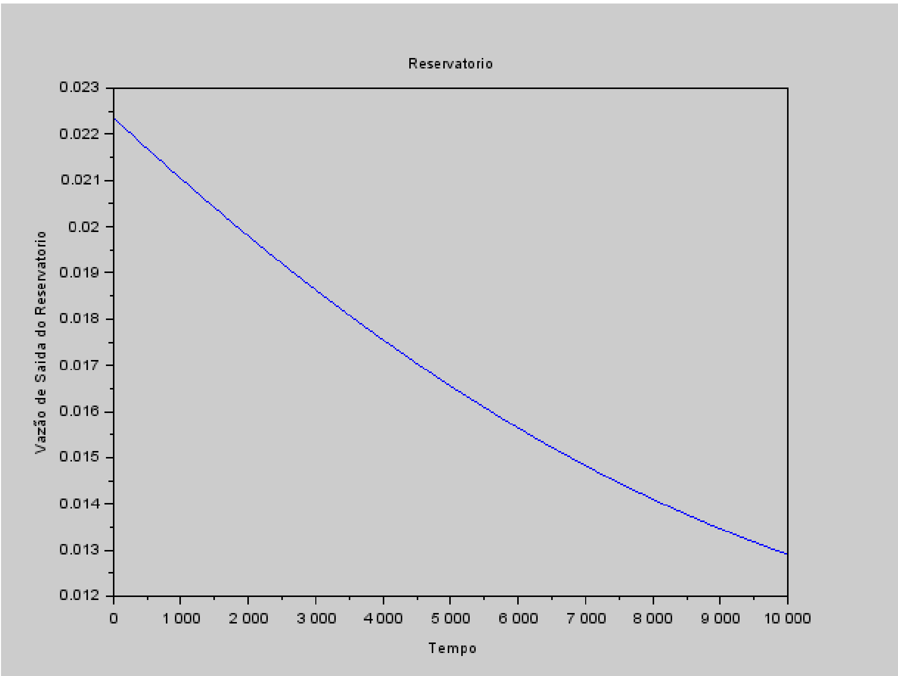


Gráfico da Vazão de Água da Saída no Reservatório (m^3/s) em Função do tempo (s)

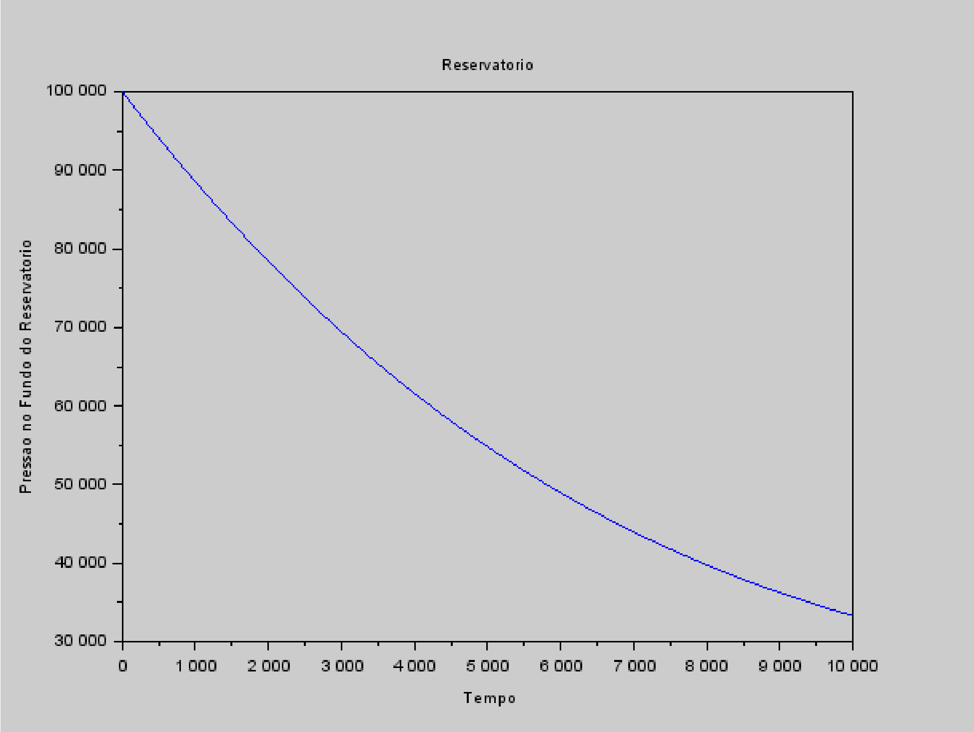


Gráfico da Pressão no Fundo do Reservatório (N/m²) em Função do Tempo (s)

Implementando de forma análoga para o método de Runge-Kutta:

$$y(t+h) = y(t) + h \cdot f(y(t), u(t))$$

Obtém-se os seguintes gráficos

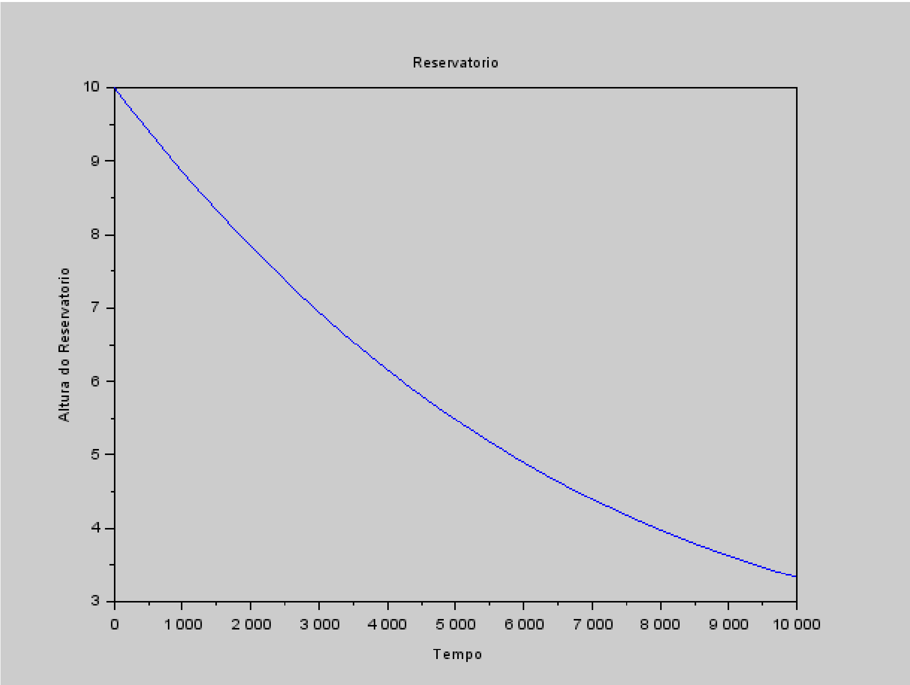


Gráfico da Altura do Reservatório (m) em Função do Tempo (s)

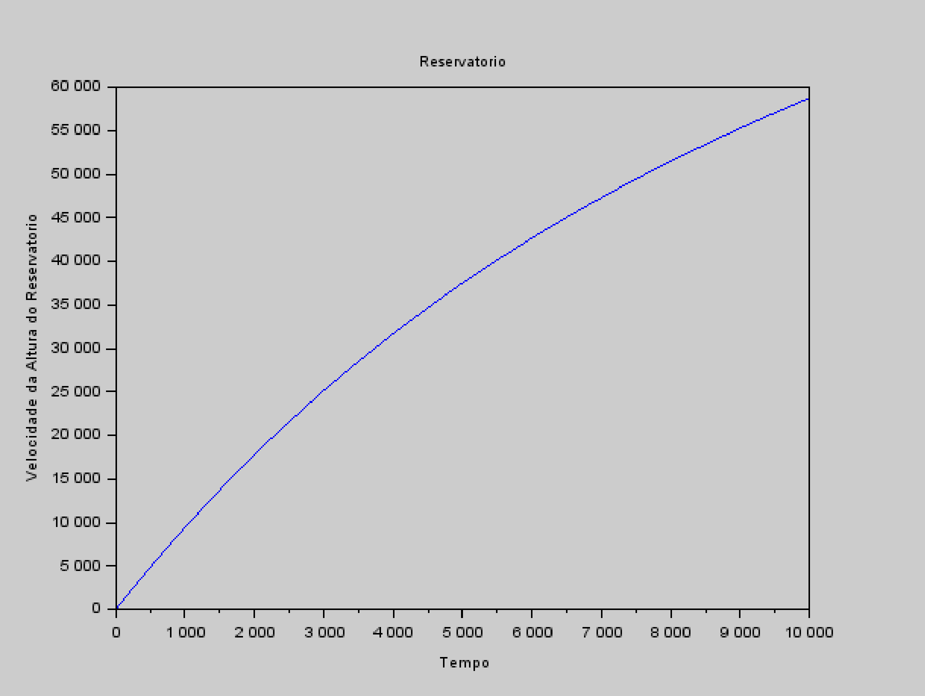


Gráfico da Variação da Velocidade da Altura do Reservatório (m/s) em Função do Tempo (s)

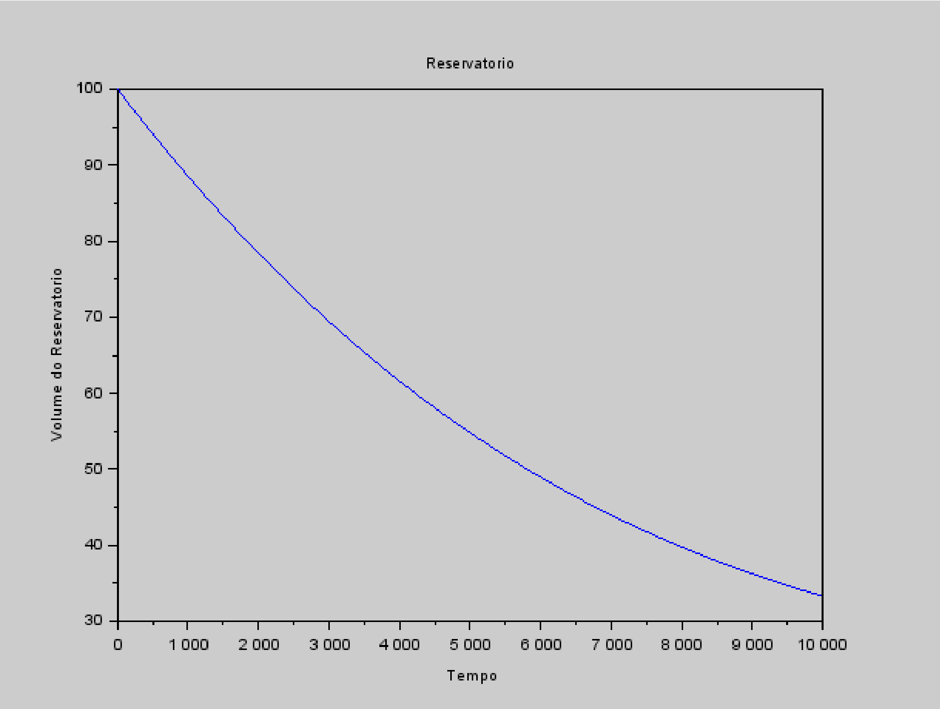


Gráfico do Volume do Reservatório (m^3) em Função do Tempo (s)

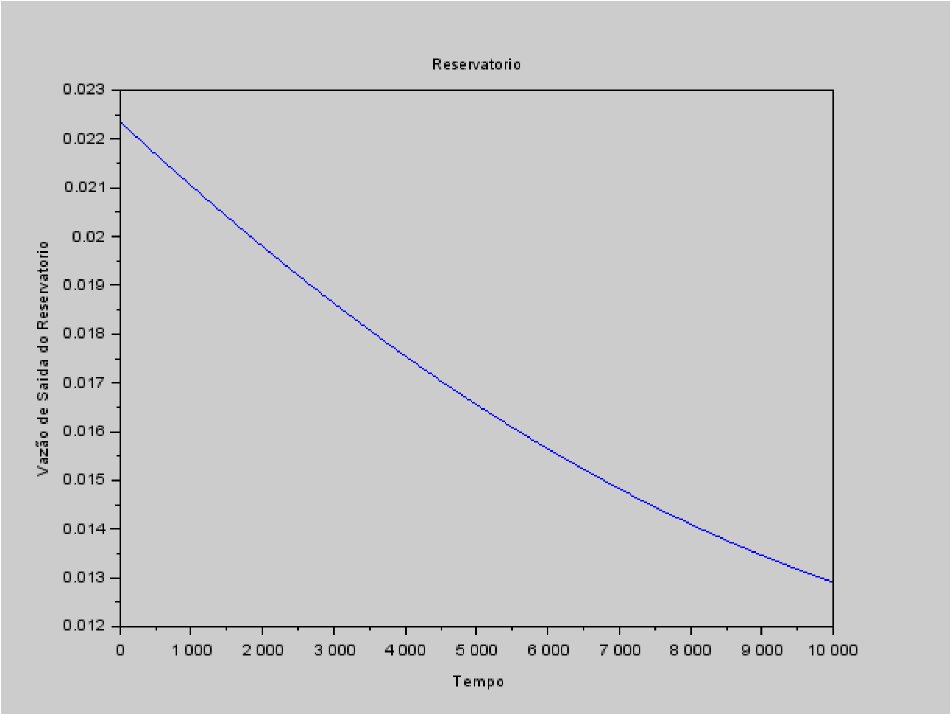


Gráfico da Vazão de Água da Saída no Reservatório (m^3/s) em Função do tempo (s)

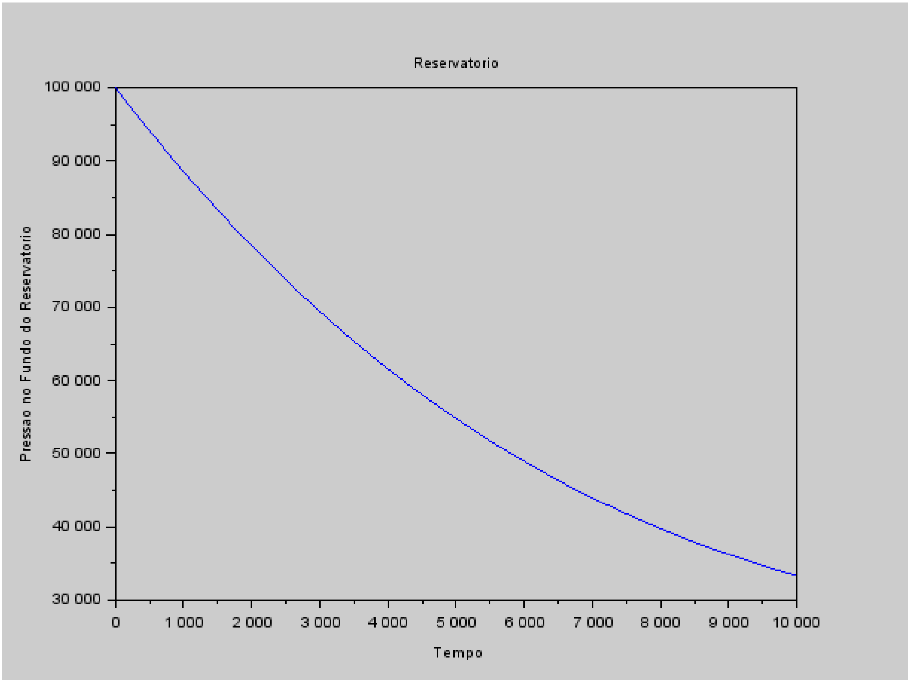
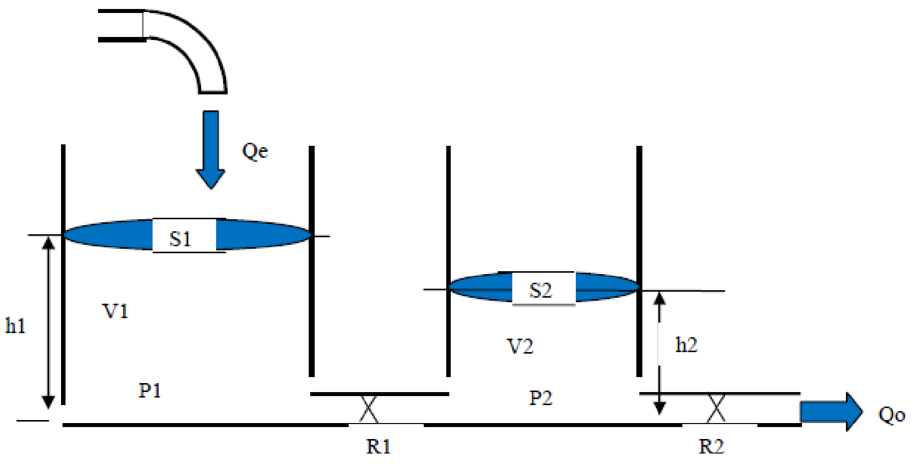


Gráfico da Pressão no Fundo do Reservatório (N/m²) em Função do Tempo (s)

Desenvolva um programa em Scilab que resolva numericamente o sistema de equações diferencias que modela o sistema com dois reservatórios, usando tanto Euler como Runge Kutta. Dica: raciocine com vetores.



Além dos parâmetros dados no exercício anterior, foram adotados os seguintes valores iniciais:

Área da seção transversal 1: S1 = 10 m²
Área da seção transversal 2: S2 = 10 m²
Vazão de entrada constante: Q_e = 0.010247 //m³/s
Altura do nível do reservatório 1: alt_h0_1 = 10 m
Velocidade da queda de altura do reservatório 1: h_ponto0_1 = 0 m/s
Altura do nível do reservatório 2: alt_h0_2 = 9 m
Velocidade da queda de altura do reservatório 1:h_ponto0_2 = 0 m/s

Código em SciLab para integração utilizando o método de Runge Kutta de Quarta Ordem:

```
//Exercicio 1 - Lista B
clear
a = 20000
//Parâmetros

S1 = 10 //m^2
S2 = 10 //m^2
R = 2*10^8 //Pa/(m^3/2)^2
ro = 1000 // kg/m^3
g = 10 // m/s^2

//Variaveis

Q_e = 0.010247 //m^3/s
```

```
alt_h1 = zeros(a)
h_ponto1 = zeros(a)
alt_h2 = zeros(a)
h_ponto2 = zeros(a)
alt_h0_1 = 10
h_ponto0_1 = 0
alt_h0_2 = 9
h_ponto0_2 = 0

V1 = zeros(a)
V_ponto1 = zeros(a)
P1=zeros(a)
Q_s1 = zeros(a)
V2 = zeros(a)
V_ponto2 = zeros(a)
P2=zeros(a)
Q_s2 = zeros(a)

//
t = linspace(0,200000,200000)
function dh=altura_h(t,h)
    dh(1)=(Q_e-((ro*g*(h(1)-h(3))/R)^(0.5)))*(1/S1)
    dh(2)=h(1)
    dh(3)=(((ro*g*(h(1)-h(3))/R)^(0.5))-((ro*g*(h(3))/R)^(0.5)))*(1/S2)
    dh(4)=h(3)
endfunction

h = ode("RK",[alt_h0_1; h_ponto0_1;alt_h0_2; h_ponto0_2], 0, t, altura_h)
alt_h1 = h(1,:);
h_ponto1 = h(2,:);
alt_h2 = h(3,:);
h_ponto2 = h(4,:);


V1 = S1*alt_h1
V_ponto1 = S1*h_ponto1
P1 = ro*g*alt_h1
Q_s1 = sqrt(P1/R)

V2 = S2*alt_h2
V_ponto2 = S2*h_ponto2
P2 = ro*g*alt_h2
Q_s2 = sqrt(P2/R)

i = 1
figure(i)
plot(t,alt_h1)
```

```
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Altura do Reservatorio 1')
title('Reservatorio 1')

figure(i)
plot(t,h_ponto1)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Velocidade da Altura do Reservatorio 1')
title('Reservatorio 1')

figure(i)
plot(t,V1)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Volume do Reservatorio 1')
title('Reservatorio 1')

figure(i)
plot(t,Q_s1)
xlabel('Tempo')
ylabel('Vazão de Saida do Reservatorio 1')
title('Reservatorio 1')

figure(i)
plot(t,P1)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Pressao do Reservatorio 1')
title('Reservatorio 1')


figure(i)
plot(t,alt_h2)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Altura do Reservatorio 2')
title('Reservatorio 2')

figure(i)
plot(t,h_ponto2)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Velocidade da Altura do Reservatorio 2')
title('Reservatorio 2')
```

```
figure(i)
plot(t,V2)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Volume do Reservatorio 2')
title('Reservatorio 2')

figure(i)
plot(t,Q_s2)
xlabel('Tempo')
ylabel('Vazao de Saida do Reservatorio 2')
title('Reservatorio 2')

figure(i)
plot(t,P2)
i = i+1
xlabel('Tempo')
ylabel('Pressao do Reservatorio 2')
title('Reservatorio 2')
```

Do código acima, surgiram os seguintes gráficos para o reservatório 1:

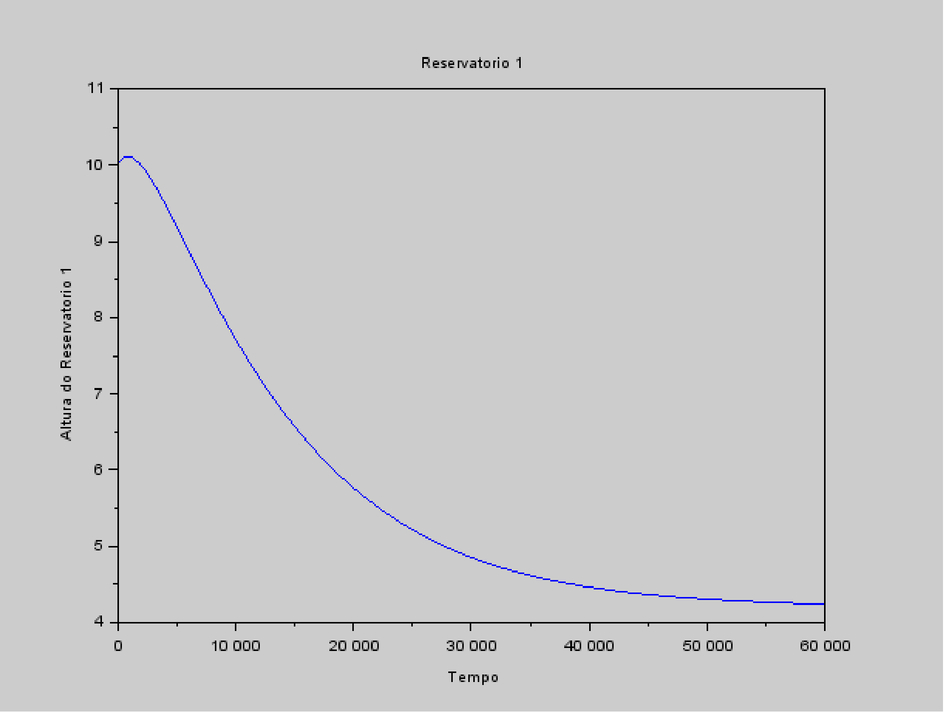


Gráfico da Altura do Reservatório 1 (m) em Função do Tempo (s)

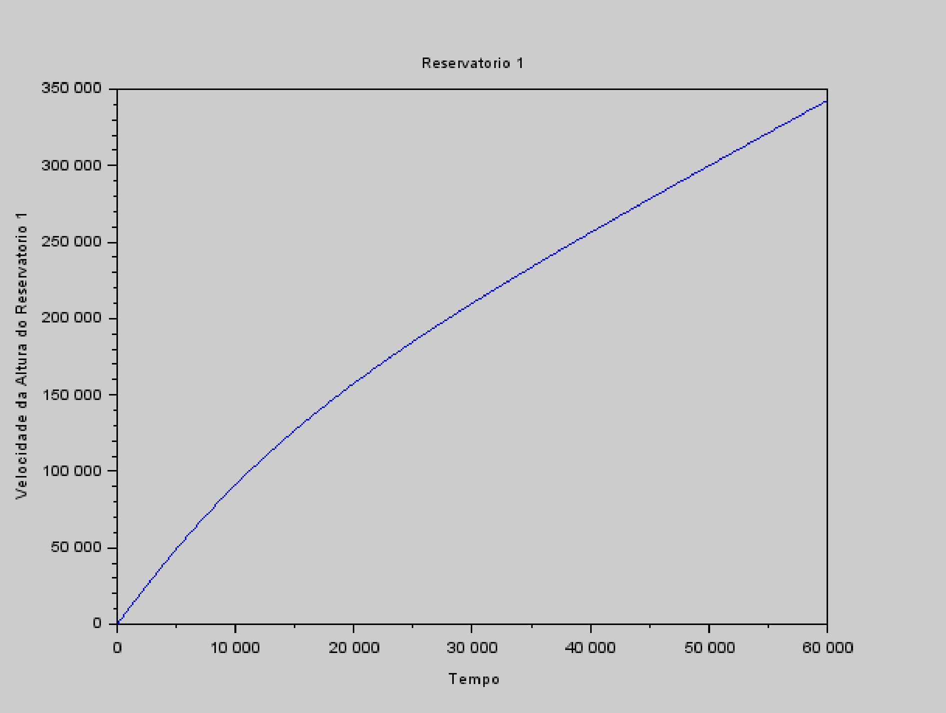


Gráfico da Variação da Velocidade da Altura do Reservatório 1 (m/s) em Função do Tempo (s)

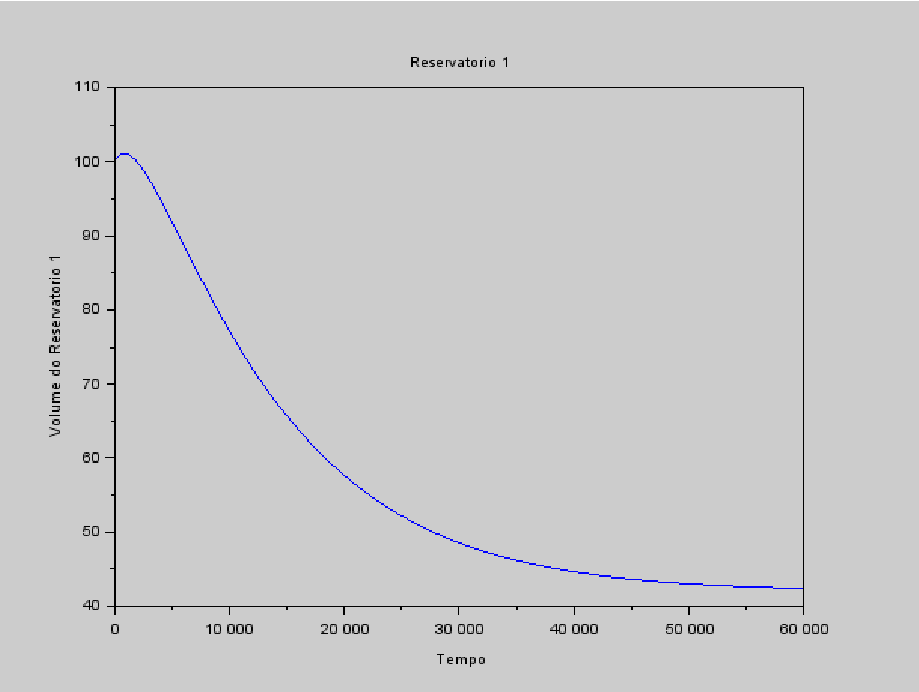


Gráfico do Volume do Reservatório 1 (m^3) em Função do Tempo (s)

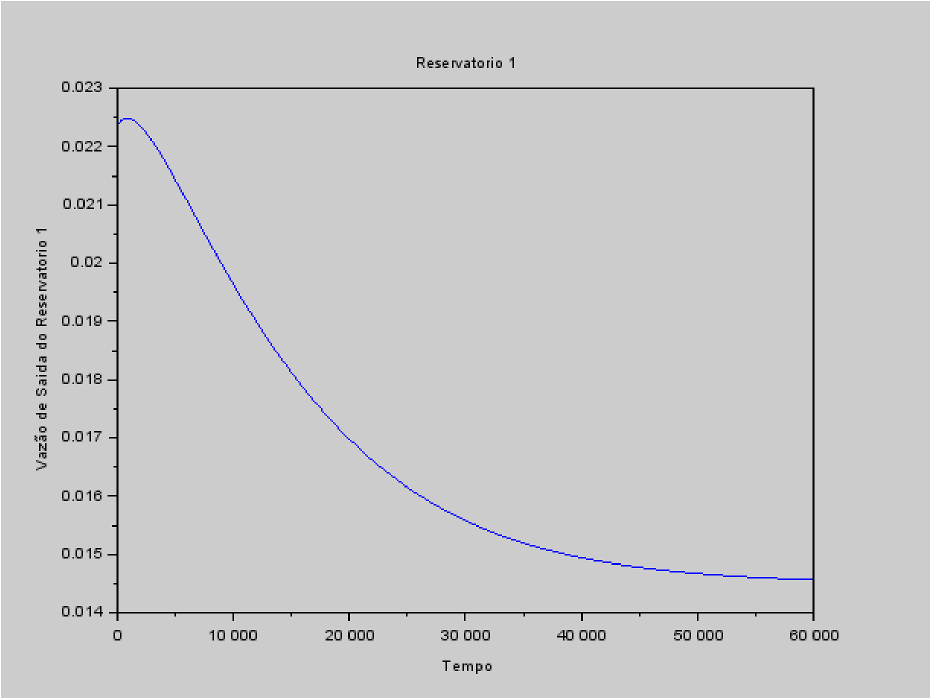


Gráfico da Vazão de Água da Saída no Reservatório 1 (m^3/s) em Função do tempo (s)

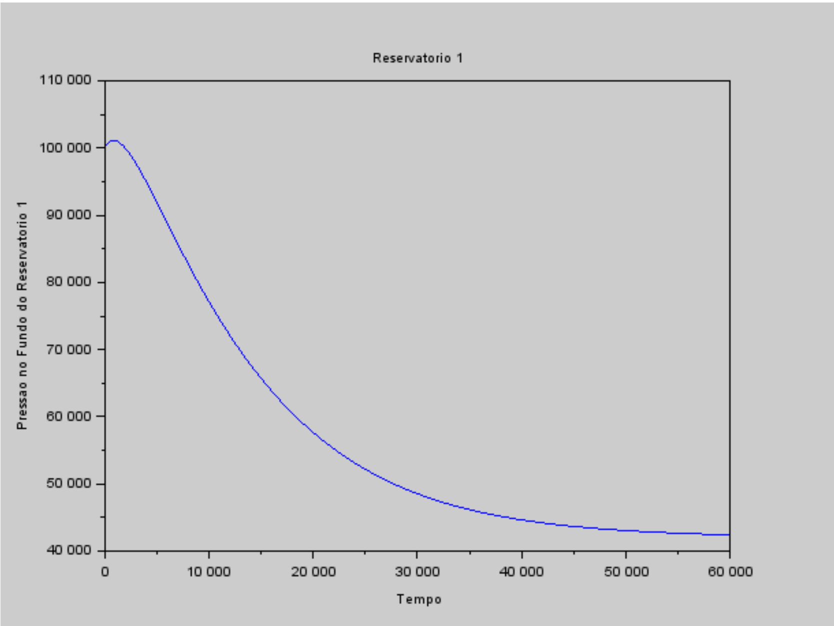


Gráfico da Pressão no Fundo do Reservatório 1 (N/m²) em Função do Tempo (s)

Além disso, para o reservatório 2, foram obtidos os seguintes gráficos:

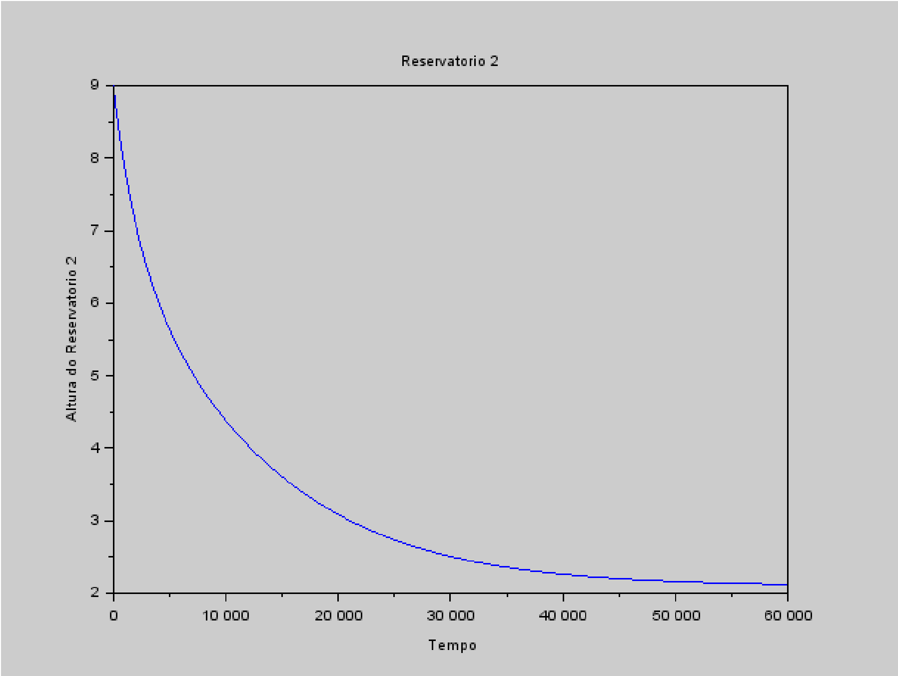


Gráfico da Altura do Reservatório 2 (m) em Função do Tempo (s)

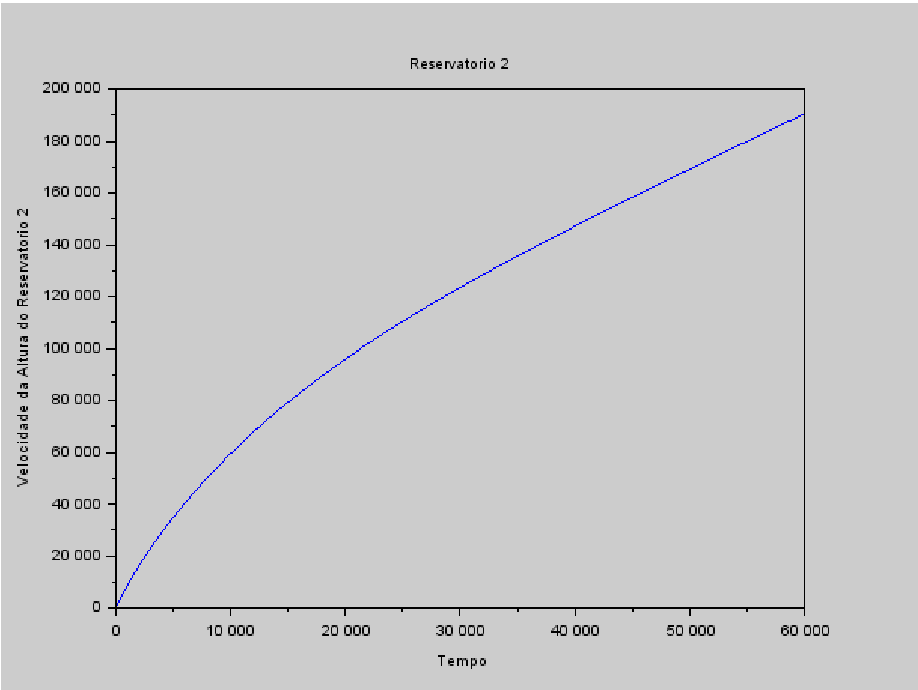


Gráfico da Variação da Velocidade da Altura do Reservatório 2 (m/s) em Função do Tempo (s)

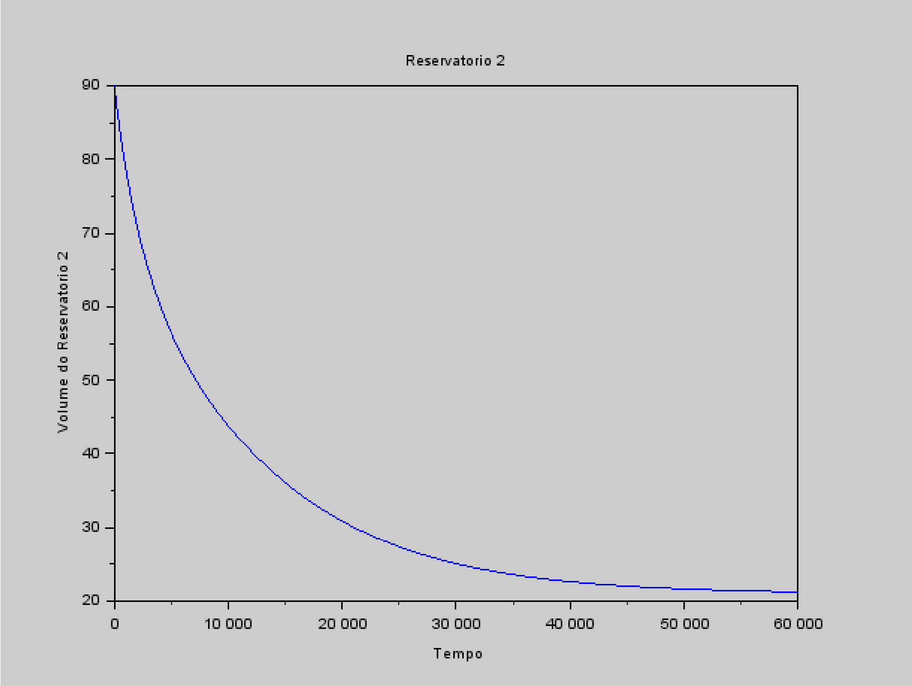


Gráfico do Volume do Reservatório 2 (m^3) em Função do Tempo (s)

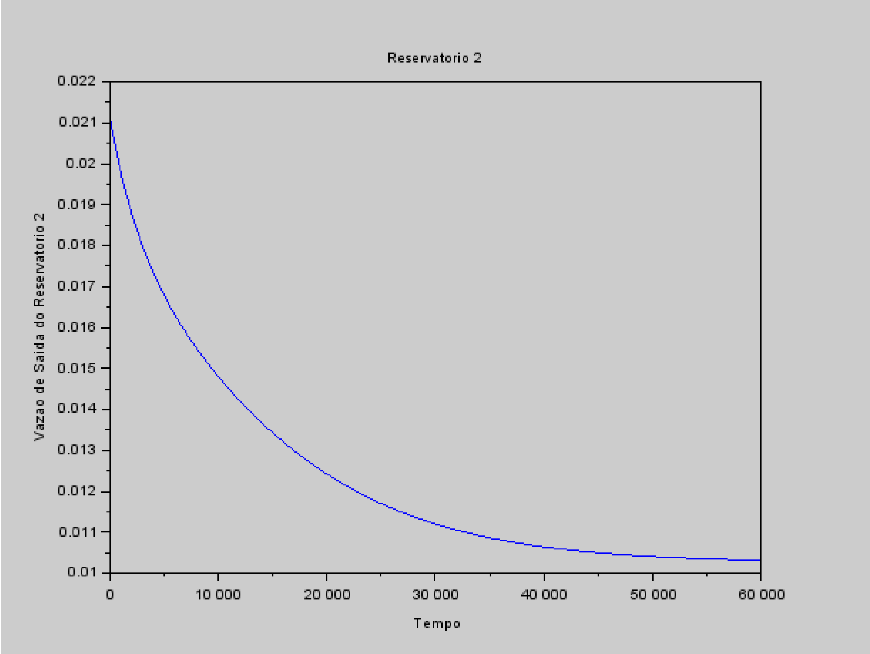


Gráfico da Vazão de Água da Saída no Reservatório 2 (m^3/s) em Função do tempo (s)

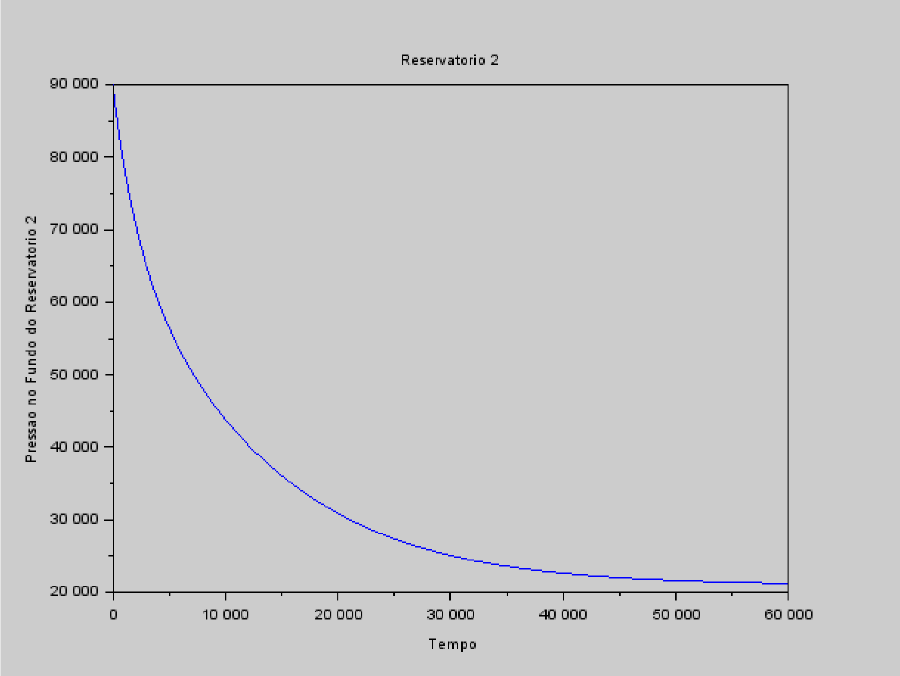


Gráfico da Pressão no Fundo do Reservatório 2 (N/m²) em Função do Tempo (s)

Analogamente, implementando o método de Euler, obtivemos os seguintes gráficos:

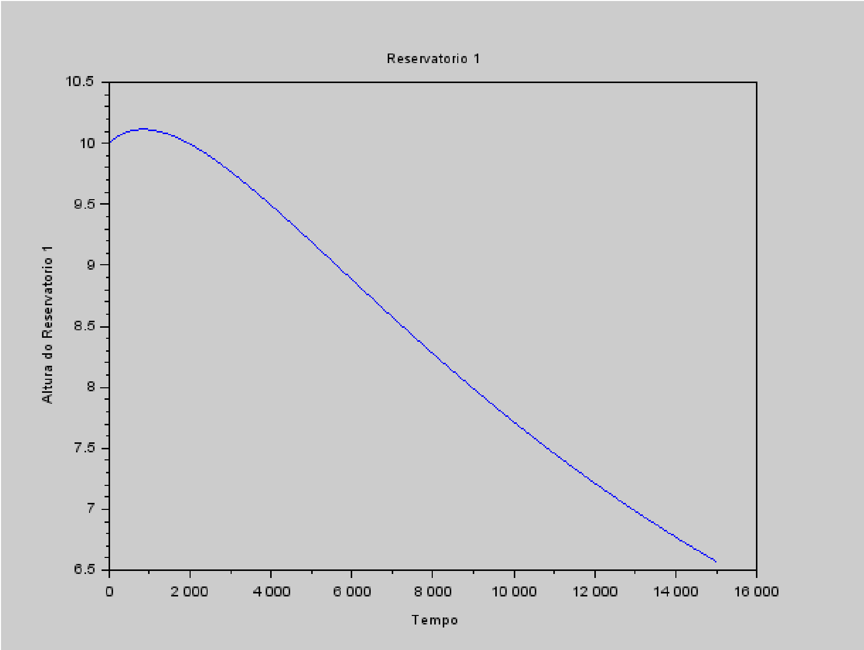


Gráfico da Altura do Reservatório 1 (m) em Função do Tempo (s)

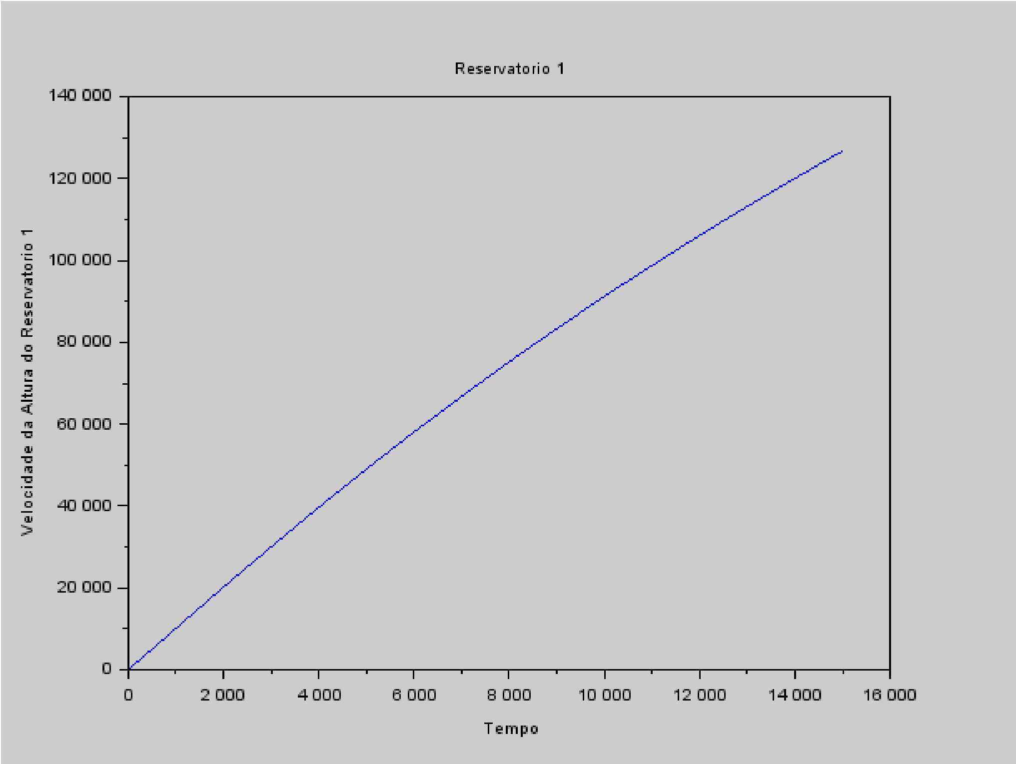


Gráfico da Variação da Velocidade da Altura do Reservatório 1 (m/s) em Função do Tempo (s)

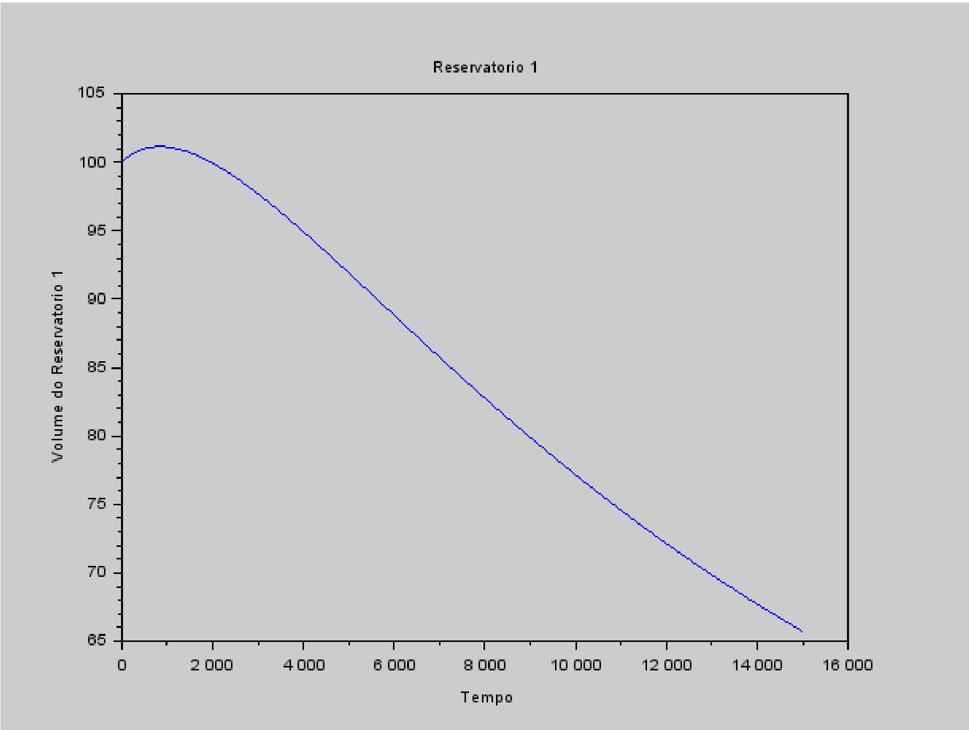


Gráfico do Volume do Reservatório 1 (m^3) em Função do Tempo (s)

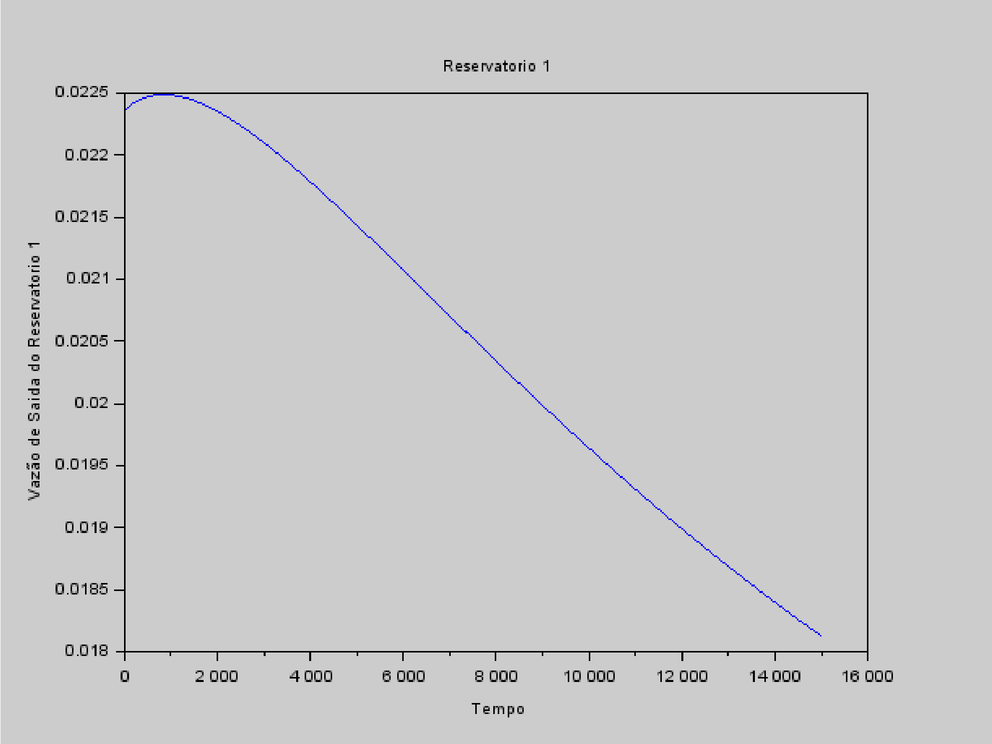


Gráfico da Vazão de Água da Saída no Reservatório 1 (m^3/s) em Função do tempo (s)

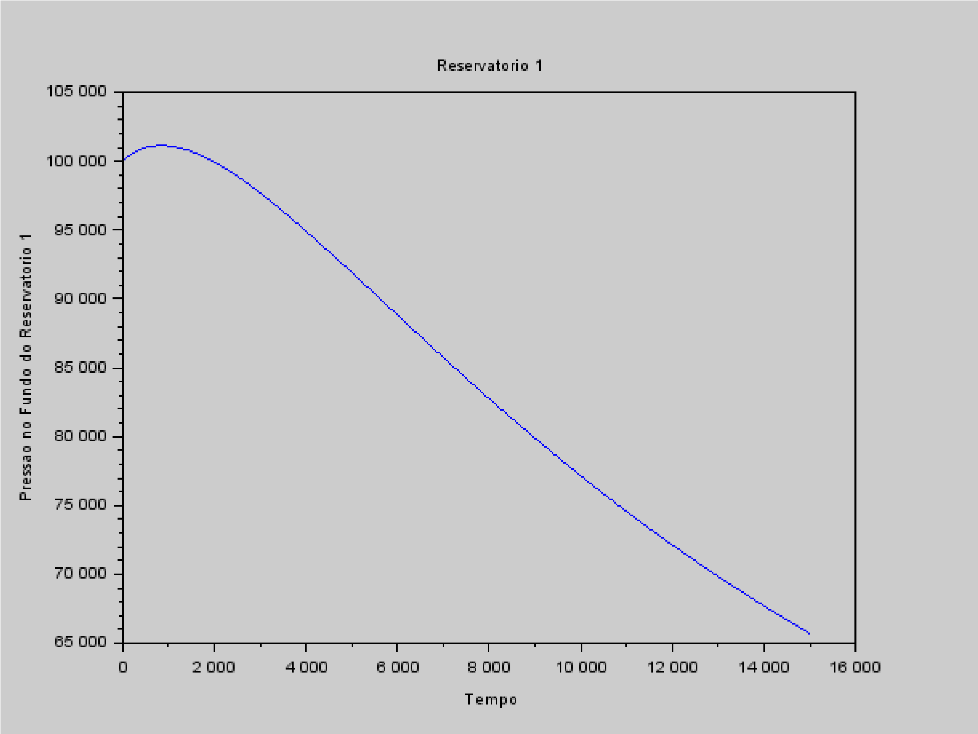


Gráfico da Pressão no Fundo do Reservatório 1 (N/m²) em Função do Tempo (s)

Além disso, surgiram também os seguintes gráficos para o reservatório 2:

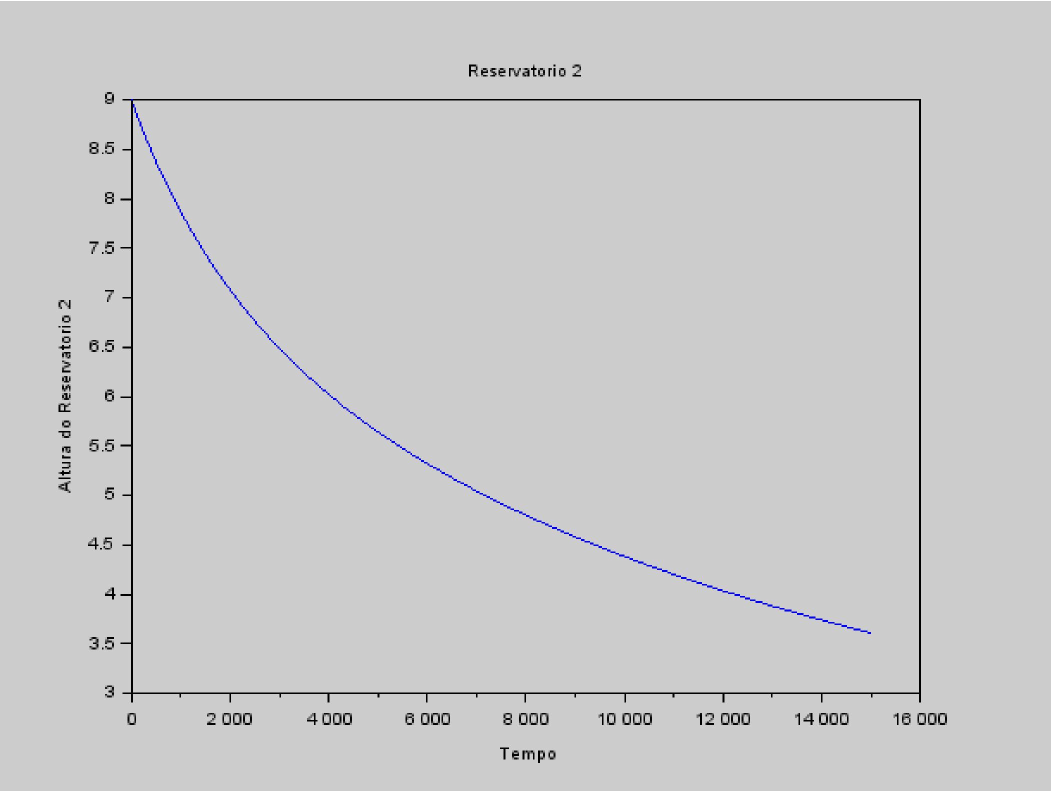


Gráfico da Altura do Reservatório 2 (m) em Função do Tempo (s)

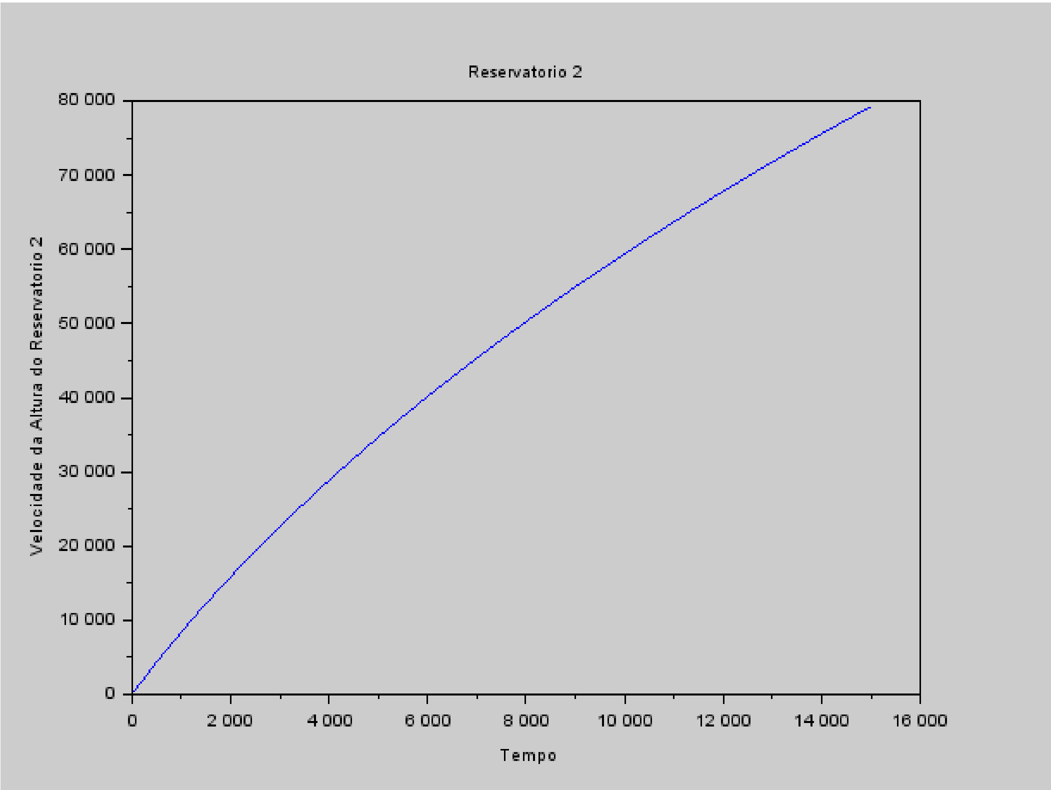


Gráfico da Variação da Velocidade da Altura do Reservatório 2 (m/s)
em Função do Tempo (s)

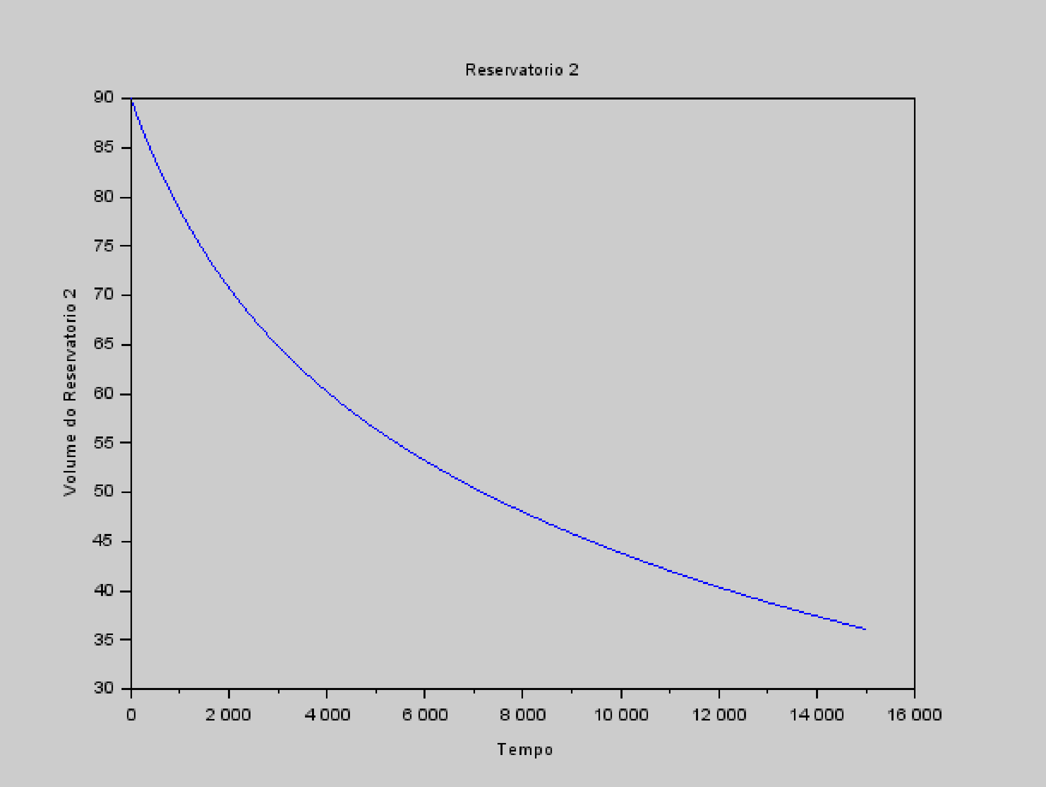


Gráfico do Volume do Reservatório 2 (m^3) em Função do Tempo (s)

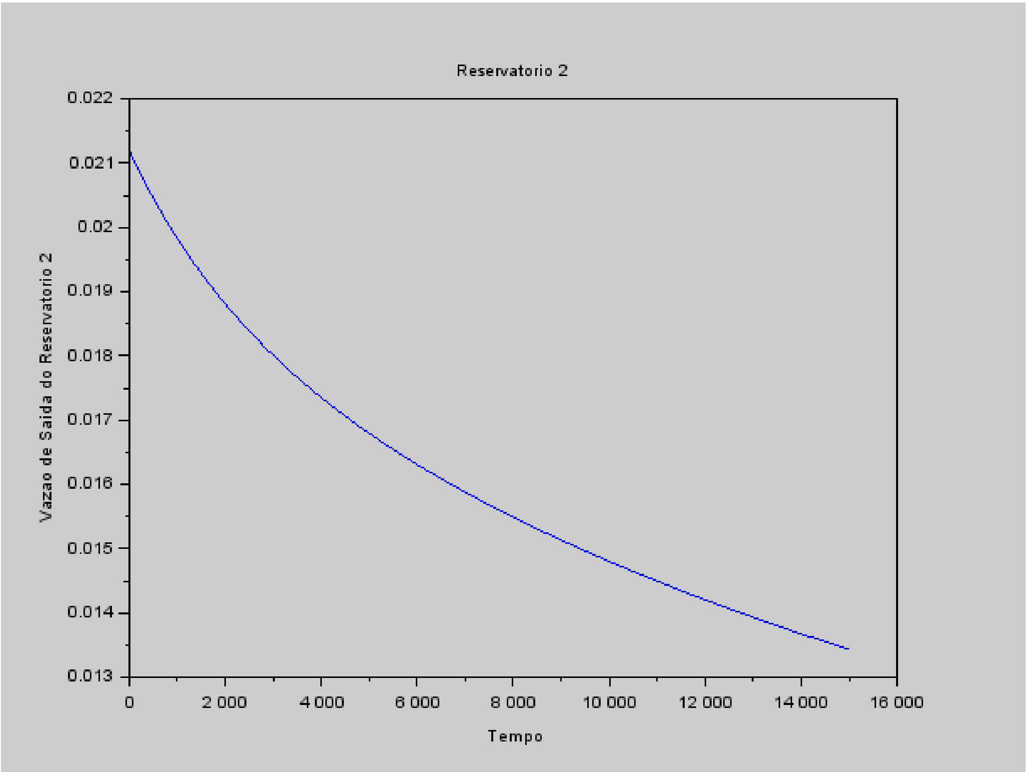


Gráfico da Vazão de Água da Saída no Reservatório 2 (m^3/s) em Função do tempo (s)

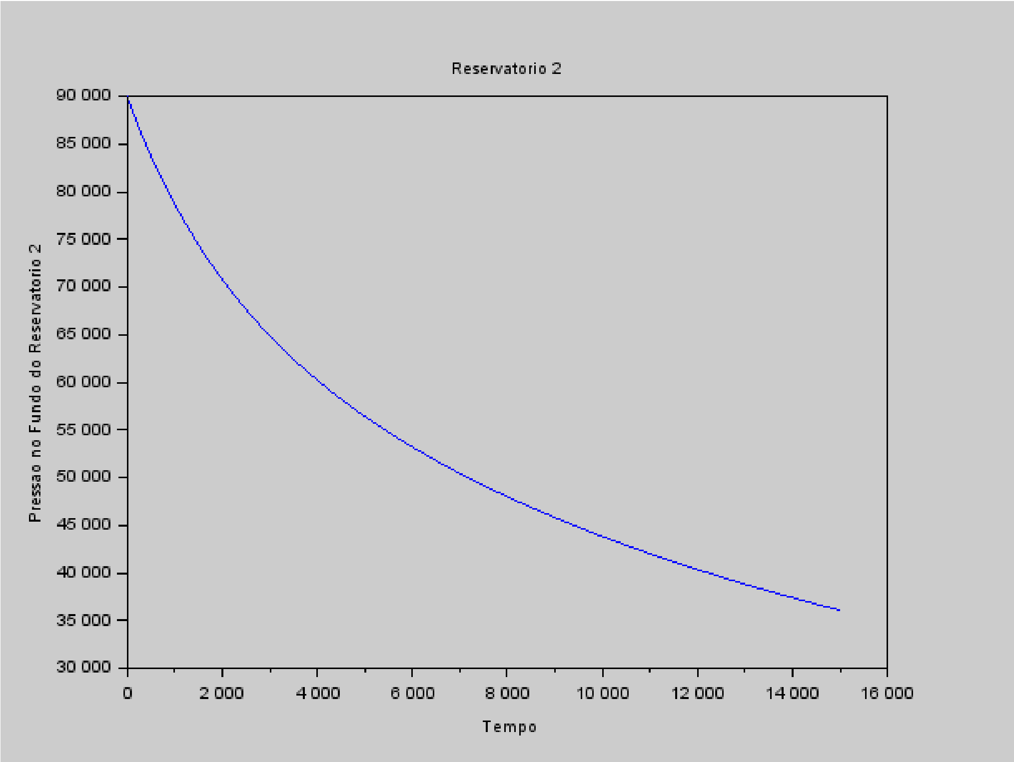


Gráfico da Pressão no Fundo do Reservatório 2 (N/m²) em Função do Tempo (s)