

## • Introdução

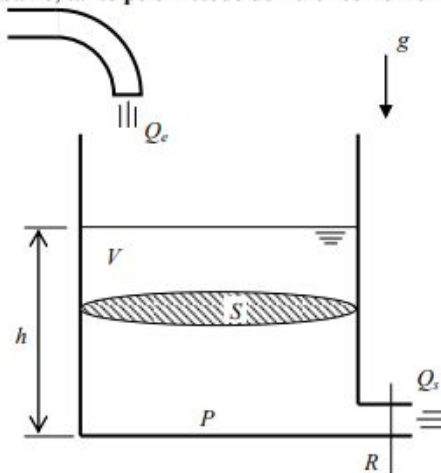
O objetivo desta atividade é a aplicação dos métodos de integração numérica de Euler e Runge-Kutta para solucionar problemas de sistemas dinâmicos em SciLab.

### Problemas propostos

1.

#### Exercício:

Implemente um programa no Scilab que resolva numericamente a equação diferencial que modela o sistema abaixo, tanto pelo método de Euler como Runge Kutta.



Reservatório com água

Parâmetros:

$S = 10 \text{ m}^2$  - área da seção transversal (constante)

$R = 2 \times 10^8 \text{ Pa}/(\text{m}^3/\text{s})^2$  - parâmetro que relaciona vazão com queda de pressão (perda de carga)

$\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$  - massa específica da água

$G = 10 \text{ m}/\text{s}^2$  - aceleração da gravidade na superfície da terra

Variáveis:

$Q_e = 0,010247 \text{ m}^3/\text{s}$  - vazão de entrada

$h$ : nível do reservatório [m]

$V$ : volume de água no reservatório [ $\text{m}^3$ ]

$P$ : pressão relativa à atmosférica, no fundo do reservatório [Pa]

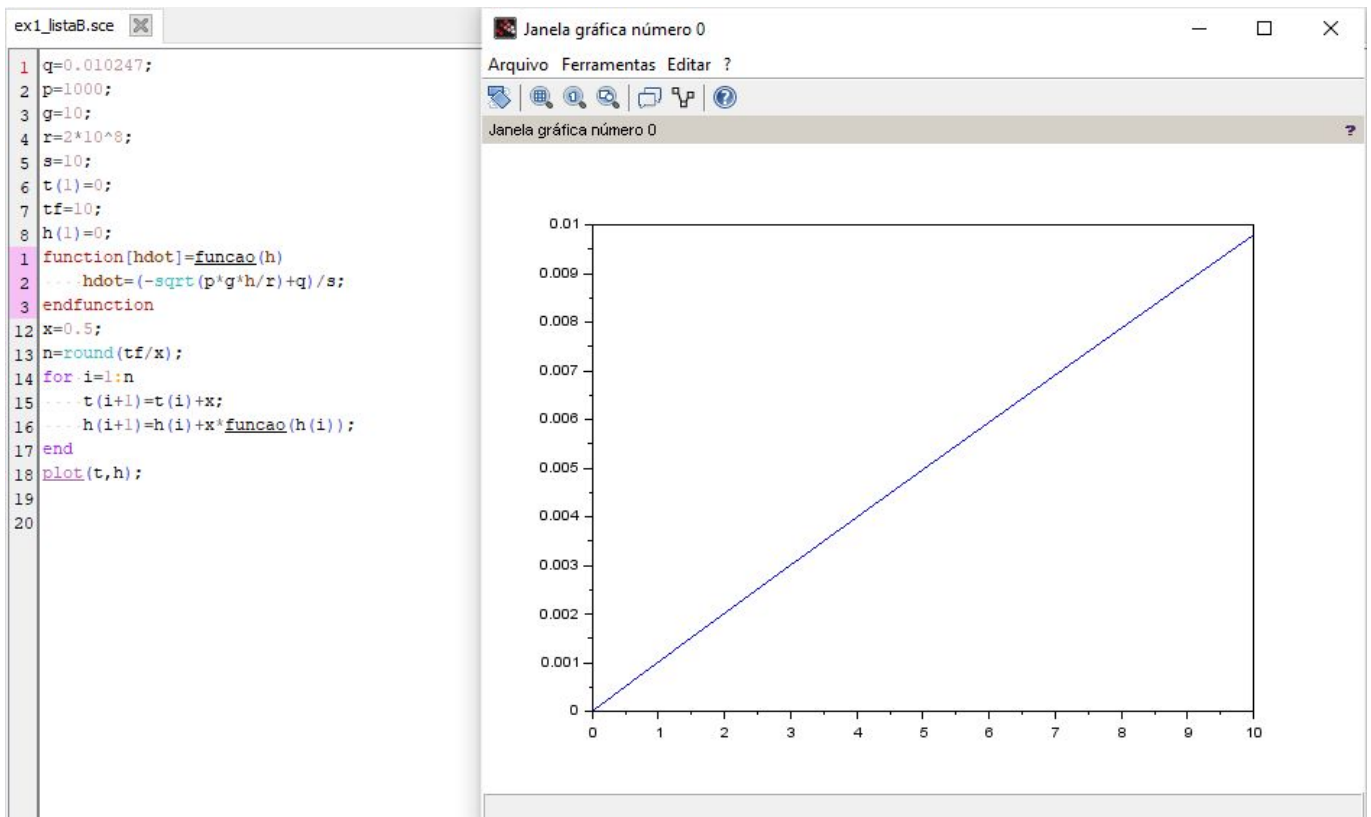
$Q_s$ : vazão de saída [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

Admite-se que a água seja incompressível.

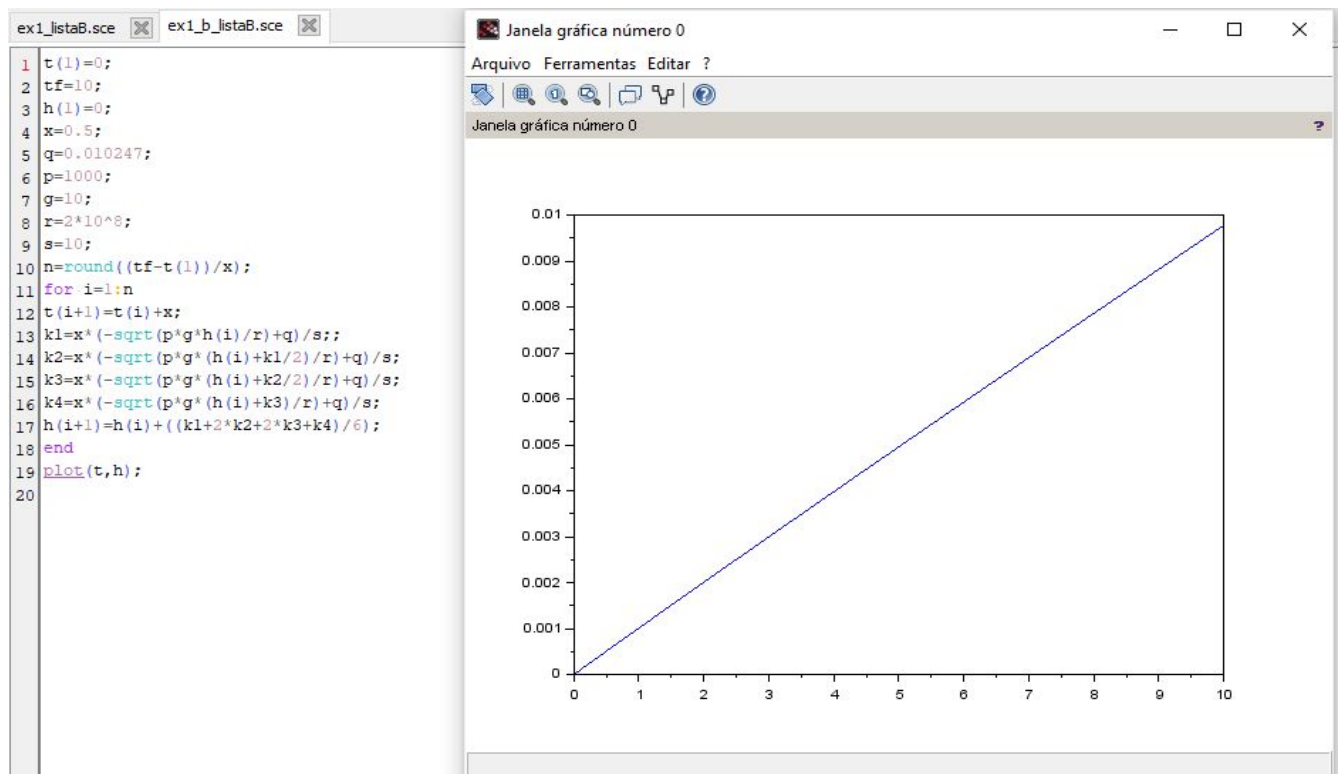
O sistema é modelado pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{h} = \left( -\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e \right) \frac{1}{S}$$

## 1.1) Solução por Euler:

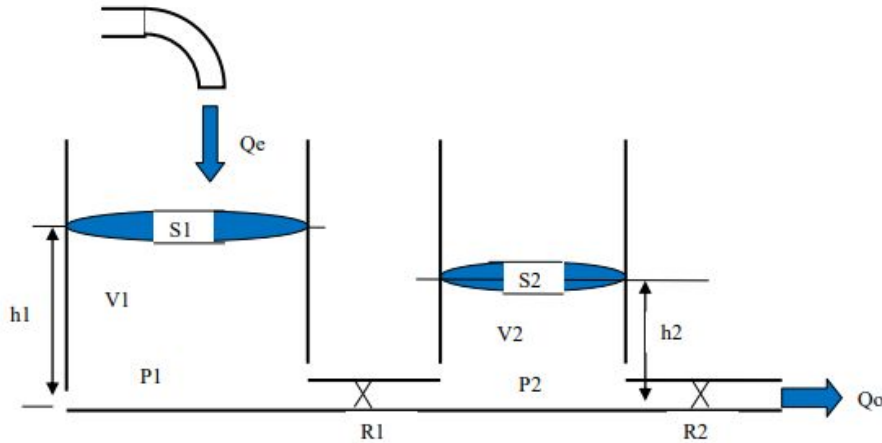


## 1.2) Solução por Runge-Kutta:



2.

Desenvolva um programa em Scilab que resolva numericamente o sistema de equações diferenciais que modela o sistema com dois reservatórios, usando tanto Euler como Runge Kutta. Dica: raciocine com vetores.



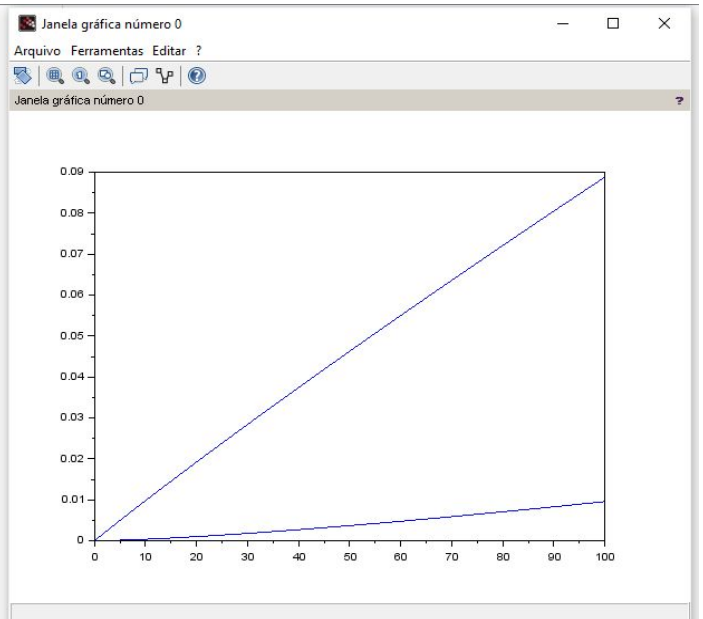
O sistema é modelado pelas seguintes equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \left[ Q_e - \sqrt{\frac{\rho g}{R_a}} (h_1 - h_2) \right] \frac{1}{S_1} \\ \dot{h}_2 = \left[ \sqrt{\frac{\rho g}{R_a}} (h_1 - h_2) - \sqrt{\frac{\rho g}{R_s}} h_2 \right] \frac{1}{S_2} \end{cases}$$

\* Foram assumidas, para os dois tanques e o fluido, as mesmas propriedades fornecidas no Exercício 1.

### 2.1) Solução por Euler:

```
1 clear
2 q=0.010247;
3 p=1000;
4 g=10;
5 z=2*10^8;
6 s=10;
7 t(1)=0;
8 tf=100;
9 h1(1)=0;
10 h2(1)=0;
11 x=0.5;
12 n=round(tf/x);
13 for i=1:n
14     t(i+1)=t(i)+x;
15     h1(i+1)=h1(i)+x*( (q-sqrt(p*g*(h1(i)-h2(i))/z))/s );
16     h2(i+1)=h2(i)+x*( (sqrt(p*g*(h1(i)-h2(i))/z)-sqrt(p*g*h2(i)/z))/s );
17 end
18 plot(t,h1);
19 plot(t,h2);
20
```



## 2.2) Solução por Runge-Kutta:

```
1 clear
1 function h1dot = f1(h1, h2)
2 --- h1dot=(q-sqrt(p*g*(h1-h2)/r))/s;
3 endfunction
1 function h2dot = f2(h1, h2)
2 --- h2dot=(sqrt(p*g*(h1-h2)/r)-sqrt(p*g*h2))/s;
3 endfunction ---
8 t(1)=0;
9 tf=100;
10 dt=0.01;
11 q=0.010247;
12 p=1000;
13 g=10;
14 r=2*10^8;
15 s=10;
16 h1(1)=10;
17 h2(1)=3;
18 n=round(tf/dt);
19 for i = 1:n
20 --- t(i+1) = t(i)+dt
21 --- k1_1 = f1(h1(i), h2(i));
22 --- k1_2 = f2(h1(i), h2(i));
23 --- k2_1 = dt*f1(h1(i) + k1_1/2, h2(i) + k1_2/2);
24 --- k2_2 = dt*f2(h1(i) + k1_1/2, h2(i) + k1_2/2);
25 --- k3_1 = dt*f1(h1(i) + k2_1/2, h2(i) + k2_2/2);
26 --- k3_2 = dt*f2(h1(i) + k2_1/2, h2(i) + k2_2/2);
27 --- k4_1 = dt*f1(h1(i) + k3_1, h2(i) + k3_2);
28 --- k4_2 = dt*f2(h1(i) + k3_1, h2(i) + k3_2);
29 --- h1(i+1) = h1(i) + (k1_1+2*k2_1+2*k3_1+k4_1)/6;
30 --- h2(i+1) = h2(i) + (k1_2+2*k2_2+2*k3_2+k4_2)/6;
31 end
32 plot(t, h1);
```

Gráfico de  $H_1$  X  $t$ :

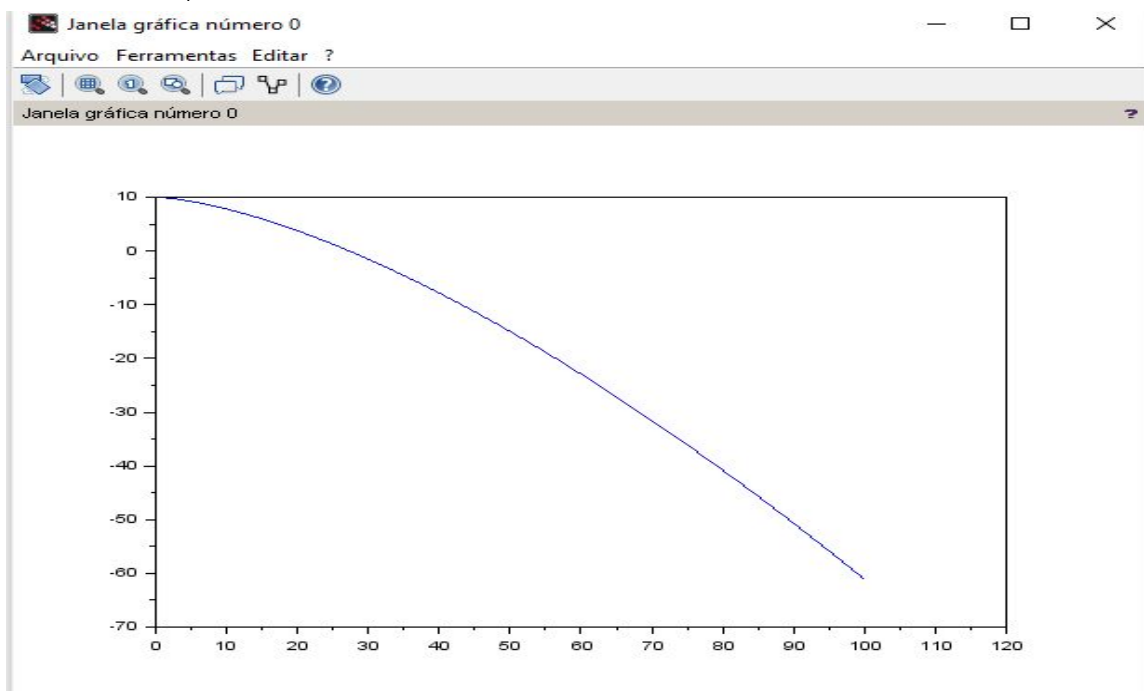
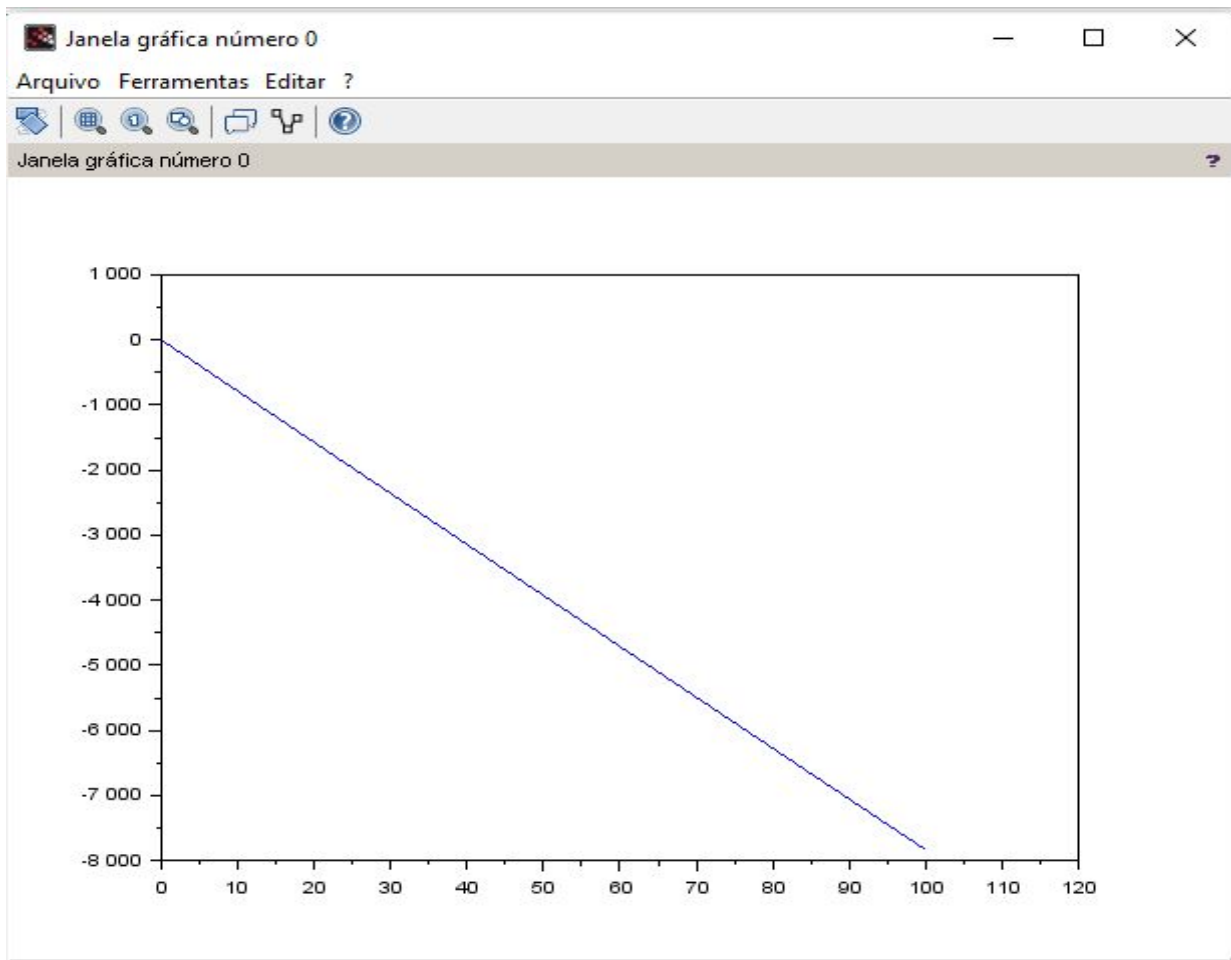


Gráfico de  $H_2 \times t$ :



- **Conclusão**

Na solução de Exercício 1, ambas as soluções obtidas pelos métodos numéricos foram compatíveis e coerentes, entretanto, na solução do Exercício 2, assumidas as mesmas condições iniciais e propriedades do sistema em ambos casos, apenas a solução pelo método de Euler apresenta se mostra coerente.