Escola Politécnica
Universidade de São Paulo
PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista B

Samuel Barbosa Conceição
8586325

São Paulo
2020

Objetivo

O presente relatório tem por objetivo apresentar resultados da integração numérica de equações diferencias ordinárias referentes a modelos de um ou dois reservatórios, utilizando métodos de Euler e Runge kutta.

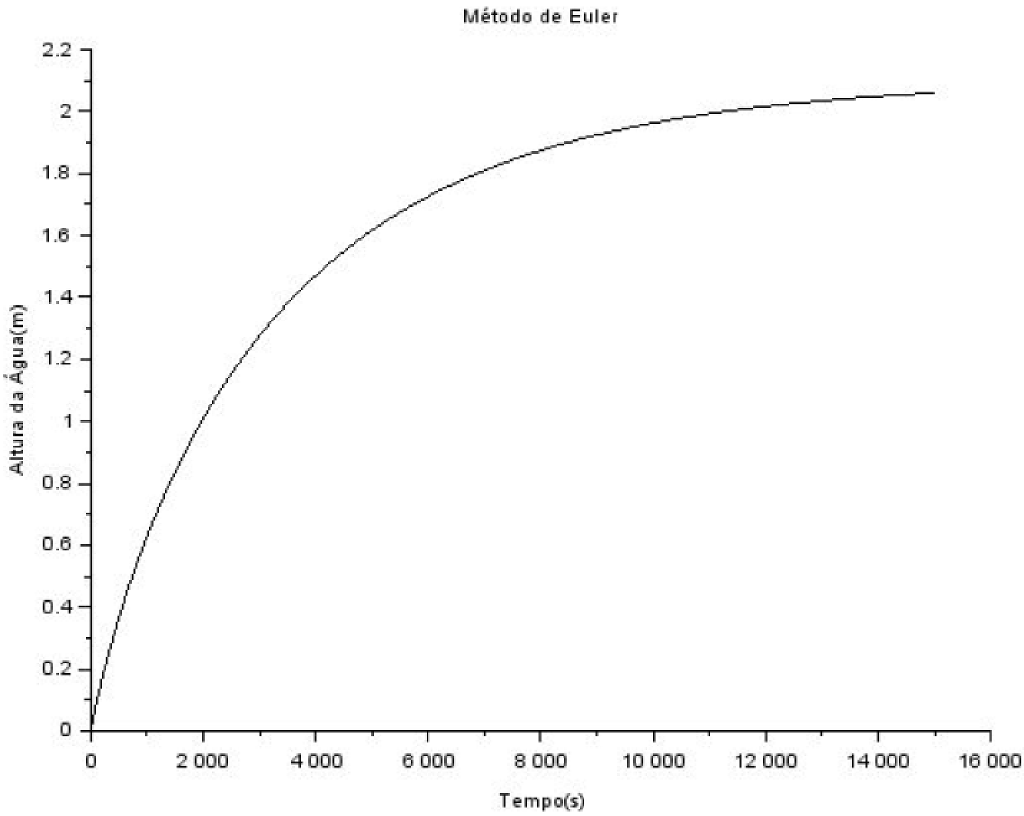
Exercícios e soluções

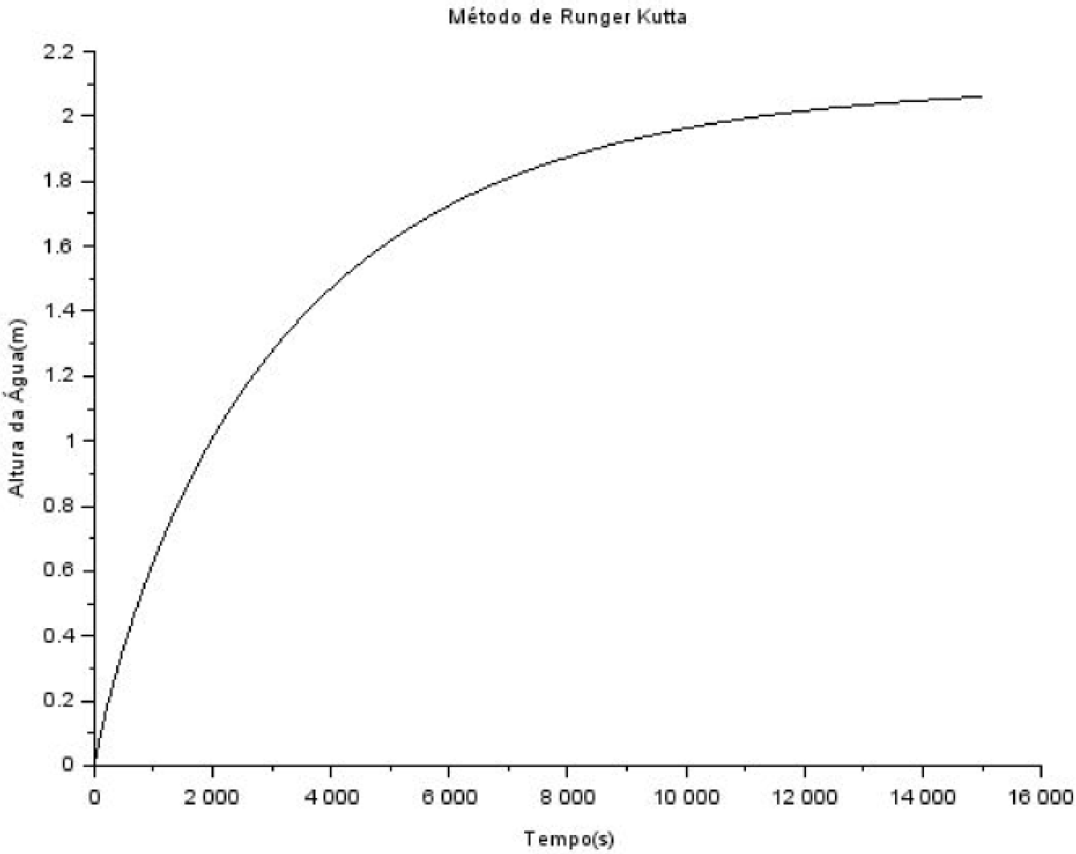
Exercício 1 : Implemente um programa no Scilab que resolva numericamente a equação diferencial que modela o sistema abaixo, tanto pelo método de Euler como Runge Kutta.

Dada a equação diferencial que modela o sistema:

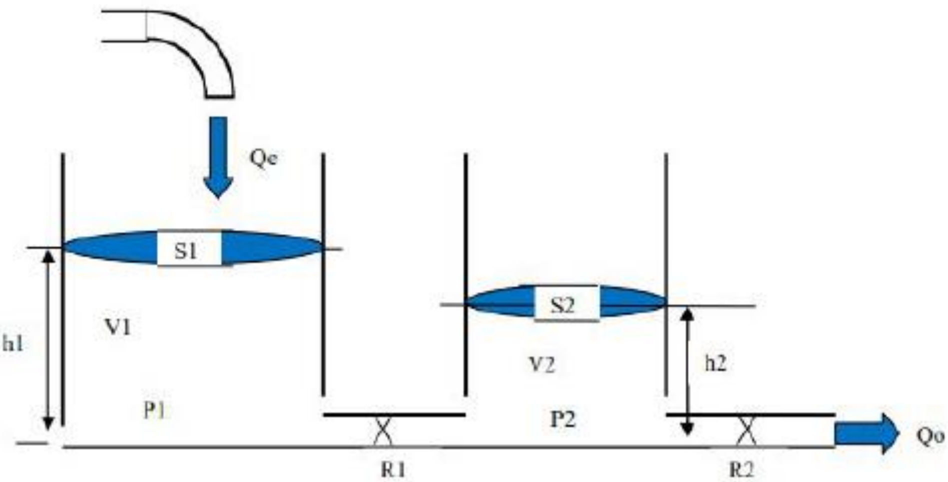
$$\dot{h} = \left(-\sqrt{\frac{\rho g h}{R}} + Q_e \right) \frac{1}{S}$$

Utilizando do método de Euler e Runge Kutta, foram encontrados os seguintes gráficos:



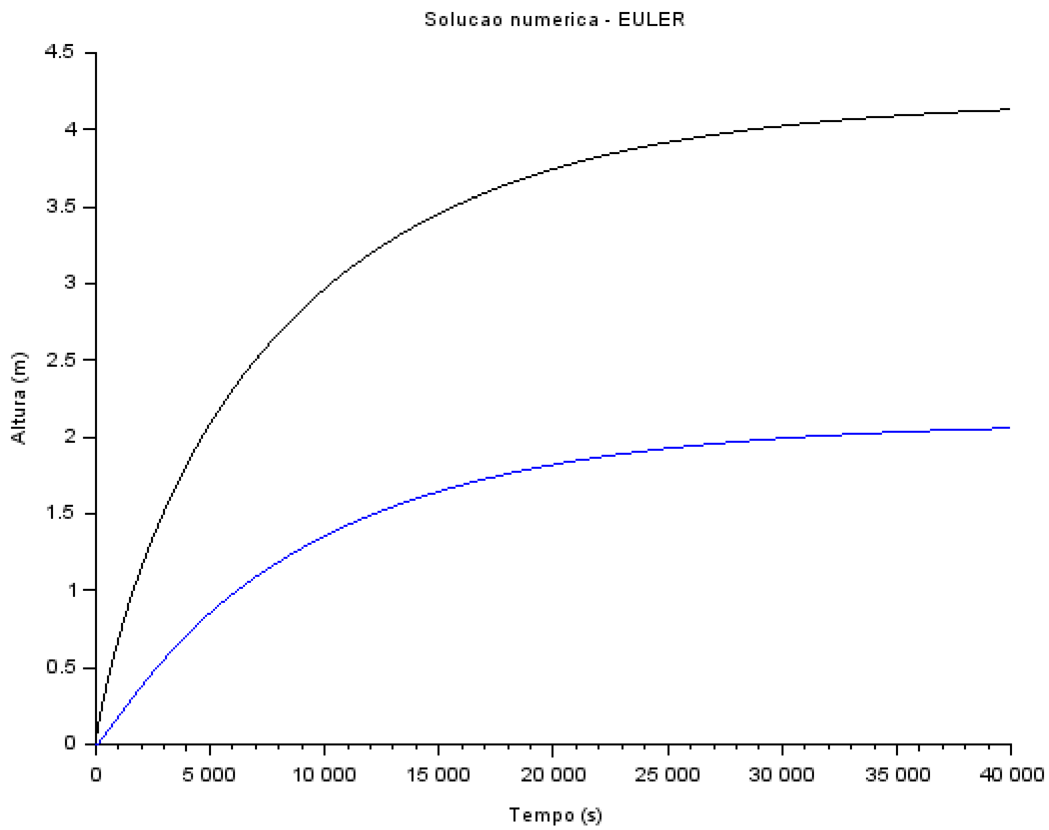


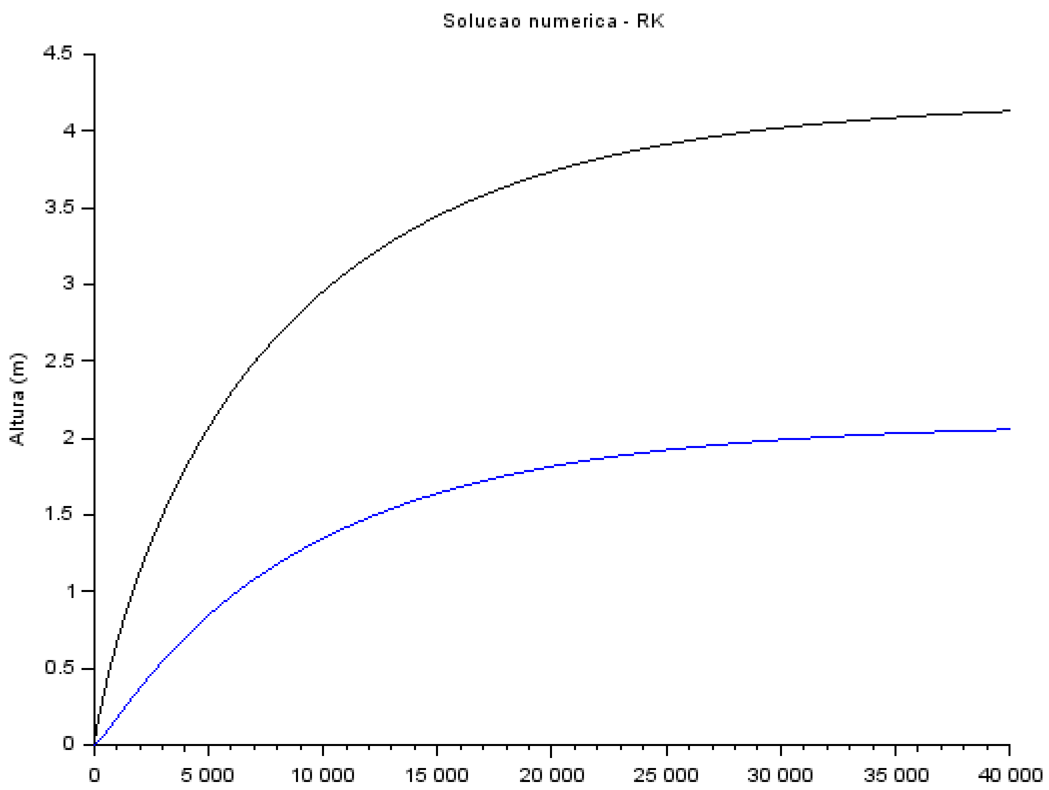
Exercício 2 : Desenvolva um programa em Scilab que resolva numericamente o sistema de equações diferenciais que modela o sistema com dois reservatórios, usando tanto Euler como Runge Kutta. Dica: raciocine com vetores.



$$\begin{cases} \dot{h_1} = \left[Q_e - \sqrt{\frac{\rho g}{R_1}(h_1 - h_2)}\right] \frac{1}{S_1} \\ \dot{h_2} = \left[\sqrt{\frac{\rho g}{R_1}(h_1 - h_2)} - \sqrt{\frac{\rho g}{R_1} h_2}\right] \frac{1}{S_2} \end{cases}$$

Foram obtidos os gráficos abaixo:





Códigos:

Exercício 2 - Método de Euler

```
clear
function [ydot]=funcao(y1, y2)
    ydot1=(-sqrt(ro*g*(y1-y2)/Ra)+Qe)/s_1;
    ydot2=(sqrt(ro*g*(y1-y2)/Ra)-sqrt(ro*g*y2/Rs))/s_2;
    ydot=[ydot1;ydot2];
endfunction

// Condicoes iniciais:
Qe=0.010247;
s_1=10;
s_2=10;
ro=1000;
g=10;
Ra=200000000;
Rs=200000000;

// altura inicial do tanque:
y(1,1)=0;//tanque 1
y(2,1)=0;//tanque 2

// Instante inicial e final
t(1)=0;
tf=40000;

// Passo de integracao:
h=100;
// numero de passos:
n=round((tf-t(1))/h);

for i=1:n
    // Vetor de tempo:
    t(i+1)=t(i)+h;
    // Solucao numerica:
    y(:,i+1)=y(:,i)+h* funcao(y(1,i),y(2,i));
    // Termino do comando for:
end

xset("window",1);
plot2d([t,t],[y(1,:)' y(2,:)'],[1,2]);
xtitle("Solucao numerica - EULER","Tempo (s)","Altura (m)")
```

Exercício 2 - Método de Runge-Kutta

```
clear

// Condicoes iniciais:
Qe=0.010247;
s_1=10;
s_2=10;
ro=1000;
g=10;
Ra=200000000;
Rs=200000000;

// altura inicial do tanque:
y(1,1)=0;//tanque 1
y(2,1)=0;//tanque 2

// Instante inicial e final
t(1)=0;
tf=40000;

// Passo de integracao:
h=100;
// numero de passos:
n=round((tf-t(1))/h);

// Integracao numerica usando o metodo de Runge Kutta:
for i=1:n
   // Vetor de tempo:
   t(i+1)=t(i)+h;

   // Solucao numerica RK PARA 2 VARIAVEIS:
   a=y(1,i);
   b=y(2,i);
   k1a=  ((-sqrt(ro*g*(a-b)/Ra)+Qe)/s_1)*h;
   k1b=  ((sqrt(ro*g*(a-b)/Ra)-sqrt(ro*g*b/Rs))/s_2)*h;
   k2a=  ((-sqrt(ro*g*((a+k1a/2)-(b+k1b/2))/Ra)+Qe)/s_1)*h;
   k2b=  ((sqrt(ro*g*((a+k1a/2)-(b+k1b/2))/Ra)-sqrt(ro*g*(b+k1b/2)/Rs))/s_2)*h;
   k3a=  ((-sqrt(ro*g*((a+k2a/2)-(b+k2b/2))/Ra)+Qe)/s_1)*h;
   k3b=  ((sqrt(ro*g*((a+k2a/2)-(b+k2b/2))/Ra)-sqrt(ro*g*(b+k2b/2)/Rs))/s_2)*h;
   k4a=  ((-sqrt(ro*g*((a+k3a)-(b+k3b))/Ra)+Qe)/s_1)*h;
   k4b=  ((sqrt(ro*g*((a+k3a)-(b+k3b))/Ra)-sqrt(ro*g*(b+k3b)/Rs))/s_2)*h;
   RKa=((k1a+2*k2a+2*k3a+k4a)/6);
   RKb=((k1b+2*k2b+2*k3b+k4b)/6);
   y(1,i+1)=y(1,i)+ RKa;
   y(2,i+1)=y(2,i)+ RKb;



end
xset("window",1);
plot2d([t],[y(1,:)' y(2,:)'],[1,2]);
xtitle("Solucao numerica - RK","Tempo (s)","Altura (m)")
```