

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Luiza Sertório Galvão

Nº USP 11809882

Trabalho histórico-matemático

Newton e Leibniz

SÃO PAULO

2020

## Índice

1. Introdução.....	3
2. Biografia.....	5
3. Métodos utilizados por Newton e Leibniz.....	6
4. Como resolver uma questão de cálculo utilizando os métodos de Newton e Leibniz?.....	9
5. Contexto Histórico: Por que a “disputa” se deu entre estas duas figuras?.....	10
6. Conclusão.....	12
7. Referências.....	13

## Introdução

Quando o graduando da área matemática tem seu primeiro contato com a disciplina de cálculo, embora o foco de suas aulas seja a introdução a limites e derivadas, além de técnicas de integração, discute-se brevemente a respeito do surgimento do cálculo e sua importância, e logo se depara com um grande debate entre os matemáticos: “quem criou o cálculo?”. Newton e Leibniz são os nomes que mais aparecem como resposta desta pergunta. Afinal, os dois apresentaram métodos importantes que colaboraram na definição de derivadas e integrais, mas chama a atenção a data de publicação de seus maiores trabalhos relacionados ao cálculo infinitesimal. Os principais trabalhos de Leibniz quanto ao cálculo foram publicados antes de Newton, e mesmo assim é acusado de plágio, afinal, Newton escreveu seus trabalhos antes.

Nesta redação, serão apresentadas brevemente as biografias de Newton e Leibniz, bem como o contexto histórico em que estavam inseridos, a fim de levar em conta os aspectos sociais da época (século XVII), pois estes podem ter afetado o desenvolvimento de seus trabalhos em relação ao cálculo. Será discutido a respeito dos métodos de cada um destes matemáticos e como seriam utilizados atualmente para resolver uma questão de cálculo. Embora seus nomes sejam destaque de um grande conflito entre os matemáticos modernos, Newton e Leibniz não serão separados neste texto como tendo maior ou menor importância na criação do cálculo um em relação ao outro. O objetivo é de mostrar como cada um deles descobriu independentemente o cálculo infinitesimal, e como seus métodos são aplicados. Dessa forma, a primeira pergunta a ser respondida é “Como resolver uma questão de cálculo utilizando os métodos de Newton e Leibniz?”

Outro aspecto importante a ser discutido brevemente neste texto é que, como o cálculo se desenvolveu entre os séculos XVII e XVIII, outros matemáticos podem ter chegado perto de desenvolver o mesmo trabalho que Newton e Leibniz apresentaram. De fato, o desenvolvimento da ciência não se dá com apenas duas pessoas, mas sim o conjunto social da época - ou seja, será discutida também as implicações do porquê os nomes que mais recebem destaque na questão do cálculo são Newton e Leibniz, e não outros. Para responder esta questão, será adotada uma visão sociológica, tendo em vista o possível impacto do fator “classe social” no destaque destes matemáticos, mas com o enfoque nas ferramentas de

cálculo, apresentando brevemente outras ferramentas que não descobertas apenas por Newton e Leibniz. A segunda pergunta a ser respondida nesta redação é: “Por que a “disputa” se deu entre estas duas figuras?”

## Biografia

### Isaac Newton

Isaac Newton nasceu na Inglaterra em Dezembro de 1642 e, tendo estudado na Universidade de Cambridge, se tornou uma importante figura na revolução científica do século XVII. No campo de física, suas principais contribuições foram para a óptica, pela maneira que a luz branca integrava todas as cores, as leis da dinâmica e a lei da gravitação universal, tendo escrito *Principia Mathematica*, um dos trabalhos mais importantes na história da ciência. Para a matemática, Newton tornou-se conhecido pela invenção do cálculo infinitesimal, tendo escrito obras como:

- *De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas* (1711), escrito 1669
- *Methodus fluxorum et seriorum infinitarum* (1736), escrito em 1671: esta obra foi publicada apenas após a morte de Newton e onde apresentou o Método das Fluxões.
- *Philosophiae naturalis principia mathematica* (1687).

O professor de Isaac Newton, Isaac Barrow descobriu que os processos de integração e derivação eram relacionados, sendo um o inverso do outro.

### Gottfried Leibniz

Gottfried Leibniz (1646-1716) foi um filósofo alemão e doutor em direito, e se interessava pela matemática, algo ainda comum para a época. Após o Renascimento Cultural, diversas personalidades ficaram conhecidas por sua expertise em diversos campos do saber. Uma importante obra de Leibniz, para o cálculo infinitesimal foi: “Novos métodos para máximos e mínimos, assim como tangentes, os quais não são obstruídos por quantidades fracionárias e irracionais, e um cálculo notável para eles”. Suas contribuições para a matemática vão além do cálculo, tendo criado o Teorema do Multimônio, para expansões do tipo  $(x + y + z)^n$ .

Embora os nomes de Newton e Leibniz entrem em conflito quanto à invenção do cálculo, Leibniz também contribuiu para a física. Ele negava a teoria da gravitação universal de Newton, pois acreditava que um corpo só poderia se mover de maneira natural caso houvesse contato com outro corpo. Trabalhou também com Huygens, desenvolvendo o conceito de energia cinética.

## Métodos utilizados por Newton e Leibniz

### Método de Newton

Newton se inspirou em Napier e Cavalieri para produzir seus trabalhos de cálculo infinitesimal. O cálculo era chamado por ele de “Método das fluxões”, e criou os conceitos de fluxão e fluente, definidas:

- Fluente: numa curva, as quantidades que variam ao longo do tempo.
- Fluxões: velocidade em que as quantidades variam.

Nas palavras de Newton,

Vejo as grandezas não como formadas de partes infinitamente pequenas mas como descritas por movimento contínuo:

linhas (descritas pelo movimento contínuo de pontos), superfícies (descritas pelo movimento contínuo de linhas), ângulos (descritos pelo movimento contínuo rotacional de seus lados) e o tempo por um fluxo contínuo.

O que determina o valor de uma grandeza é a velocidade de seu crescimento.

Dessa forma, as fluentes eram grandezas geradas, enquanto fluxões eram as “velocidades” das grandezas. Cada um desses termos tinha um problema que Newton visava resolver:

1. O problema das fluxões era de encontrar a relação  $y'/x'$  quando  $f(x,y) = 0$ .
2. O segundo problema seria encontrar os fluentes quando  $F(x',y',x,y) = 0$

Percebe-se que, no cálculo moderno, os problemas de Newton são análogos à derivação e integração de funções. A variável  $x$  é análoga à fluente, e sua derivada, a fluxão, era representada com a notação:

$$\dot{x}$$

Enquanto isso, o diferencial representava a variação da velocidade  $x$  em um período de tempo infinitesimal, e recebeu a notação:

$$\dot{x}o$$

A notação da fluente, ou da anti-derivada, era representada como:

$$\square x, \boxed{x}, \text{ ou } \overset{|}{x}.$$

Newton resolvia os problemas de derivação e integração utilizando séries de potências, tendo descoberto o teorema binomial e escrito séries para potências de seno, cosseno, e a função  $\ln(1+x)$ , demonstrada nesta seção. Para encontrar  $dY/dx = y$ , ou seja, encontrar a primitiva, Newton consideraria que:

Se  $y = 1/(x+1)$ , a função primitiva será dada por

$$Y = a x^m + b x^{m+1} + \dots$$

e sua derivada será:

$$Y' = m x^{m-1} + (m + 1) b x^m + \dots$$

Considerando que  $1/(x+1) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$ , teremos que, se  $Y' = 1/(x+1)$ , então:

$$Y = x - (x^2)/2 + (x^3)/3 + \dots = \ln(1 + x).$$

### Método de Leibniz

Enquanto Newton pensava no cálculo quanto à velocidade de movimento de grandezas, Leibniz se baseava nos diferenciais, em termos de somas e diferenças, e usava sequências de diferenças para calcular a área de uma curva. Leibniz definiu de maneira intuitiva o diferencial de  $y$  em relação a  $x$ , e interpretava  $dy/dx$  como o quociente de duas quantidades infinitesimais, que se chamavam diferenciais. Neste momento, o conceito de limite ainda não era definido, então considerava-se  $dx$  como “infinitamente pequeno”. Com isso, Leibniz introduziu algumas regras de derivação utilizadas no ensino moderno, e seus métodos facilitaram a derivação de produtos e cadeias.

- $y = u + v \rightarrow dy = du + dv$
- $y = uv \rightarrow dy = u dv + v du$

Um dos trabalhos de Leibniz, *Nova Methodus*, ele apresenta algumas aplicações para seu método recém-descoberto.

1. Determinar a reta tangente a uma curva, assim como o inverso, determinar a curva quando conhece-se a subtangente.
2. Problema do mínimo.

Leibniz também foi responsável por introduzir as notações  $\int$  e  $d$ . O  $\int$ , do símbolo da integral, vem de *summa*, enquanto o  $d$  utilizado como uma notação para a derivada, vem de *differentia*. Com o método de Leibniz também era possível definir o coeficiente angular de uma reta tangente à uma curva, além de ter descoberto a regra de derivação  $d(x^n) = nx^{n-1}dx$ .



## Como resolver uma questão de cálculo utilizando os métodos de Newton e Leibniz?

Nesta seção, será utilizada uma simples questão de derivação e será demonstrada a resolução usando cada um dos métodos apresentados anteriormente. Calcularemos então a derivada da função:

$$y = (4x^2 + 7)/5$$

### Utilizando o método de Newton

Nesta seção, a notação de Newton para a derivada será dada como  $x'$  e o diferencial será representado como  $x' \cdot o$ .

Primeiramente, deixamos a equação com um denominador igual a 1:

$$5y - 4x^2 - 7 = 0$$

Newton utilizava os diferenciais com as notações e derivadas com a notação:  $x + x' \cdot o$  e  $y + y' \cdot o$ . Teríamos então:

$$5(y + y' \cdot o) - 4(x + x' \cdot o) - 7 - (5y - 4x^2 - 7) = 0$$

### Utilizando o método de Leibniz

Leibniz resolveria o problema semelhantemente a um estudante de matemática moderno, pois havia descoberto a relação de que  $d(x^n) = nx^{n-1} dx$ , além da notação para a derivada ser diferente da utilizada por Newton. Teríamos:

$$y = \frac{1}{5} (4x^2 + 7)$$

$$dy = d\left(\frac{1}{5}(4x^2 + 7)\right)$$

$$dy = \frac{1}{5} (d(4x^2) + d(7))$$

$$dy = \frac{1}{5} (8x + 0) dx$$

$$dy = 8x/5 dx$$

$$dy/dx = 8x/5$$

## **Contexto Histórico: Por que a “disputa” se deu entre estas duas figuras?**

É importante destacar que Newton e Leibniz moravam em locais diferentes da Europa. Newton era Inglês, enquanto Leibniz desenvolveu seus trabalhos na Alemanha. Tal diferença, devido à fatores políticos e econômicos pode ter influenciado a maneira que cada um estava inserido na sociedade, e consequentemente, a visibilidade que possuíam internacionalmente. Esta seção do texto será importante para responder a segunda pergunta, “Porque a “disputa” se deu entre essas duas figuras?”, já que diversos outros matemáticos poderiam estar realizando trabalhos análogos ao cálculo infinitesimal, e não obtiveram reconhecimento.

Apesar de nacionalidades diferentes, Newton e Leibniz tinham uma característica comum: faziam parte da classe social alta. Isto é, tinham fácil acesso à educação, se comparado ao restante da população. De fato, ambos frequentaram a faculdade ainda jovens, naquele momento fazendo parte de uma parcela privilegiada da população, o que colaborou para que tivessem o contato facilitado com a matemática e eventualmente suas publicações fossem influentes.

Dadas as implicações que levaram Newton e Leibniz a se tornarem as figuras centrais na invenção do cálculo, temos a maior controvérsia entre os dois: o momento em que Newton acusa Leibniz de plágio, o que ocorreu devido à diferença entre as datas de publicações. Newton realizou suas descobertas por volta de 1664-1666, enquanto Leibniz se dedicou aos trabalhos de cálculo infinitesimal um pouco depois, em torno de 1672-1676, mas publicou suas obras entre 1784 e 1786, antes de Newton, algo citado na seção de biografia de cada uma das figuras. A sociedade da época questionou se Leibniz realmente teria descoberto os métodos para o cálculo independentemente do trabalho de Newton, como é citado.

Algo que contribuiu para a controvérsia foi o nacionalismo da época, estando diretamente relacionado ao contexto histórico. Tanto os matemáticos ingleses quanto os alemães desejavam que suas nações fossem creditadas pela descoberta do cálculo. Ocorreu uma discussão na *Royal Society* na época, da qual ambos faziam parte. Porém, Newton era presidente da sociedade, e Leibniz foi visto como culpado de plágio.

Com a disputa de Newton e Leibniz, houve uma separação entre os matemáticos da Inglaterra e do restante da Europa. Alguns matemáticos se destacaram após este período, na família Bernoulli, os dois irmãos Jakob e Johann nasceram na Suíça e mantiveram contato

com Leibniz, sugerindo o termo “integral”, estudaram problemas dos máximos e mínimos e resolveram o problema da braquistócrona.

Após tais eventos, a comunidade científica descobriu que, de fato, as descobertas de Newton e Leibniz ocorreram de maneira independente, o que ocorreu com a morte de Leibniz. A disputa entre estas duas figuras influenciou diretamente o estudo universitário em cada sociedade, pois a maior parte da Europa utilizava os métodos de Leibniz, enquanto o ensino Inglês valorizou as descobertas de Newton.

## Conclusão

Os trabalhos de Newton e Leibniz foram realizados no mesmo período de tempo, e embora Newton tenha acusado Leibniz de plágio, os dois contribuíram de maneira significativa para o cálculo infinitesimal. Newton foi o primeiro a aplicar o cálculo à física, e em sua abordagem ao “Método das Fluxões”, percebe-se como ele enxergava princípios físicos na variação de funções, sendo as curvas trajetórias de pontos materiais. Enquanto isso, a Notação de Leibniz é utilizada até os dias de hoje, e o método utilizado por Leibniz para derivação, como demonstrado nas seções anteriores, é semelhante ao utilizado por alunos modernos. As duas figuras históricas chegaram à respostas semelhantes ao problema do cálculo, porém utilizaram métodos diferentes.

Além disso, percebeu-se que Newton e Leibniz foram os nomes de destaque para a matemática da época por fatores sociais, devido à suas localizações geográficas e a origem de suas famílias, considerando o impacto do poder monetário para o contato com o conhecimento. Ambos participavam da *Royal Society*, e como Newton era o presidente, Leibniz acabou sendo acusado de plágio, o que acarretou na divisão entre os matemáticos Ingleses do restante da Europa.

## Referências

- P. Benevieri, *O surgimento do cálculo infinitesimal: Newton, Leibniz, Bernoulli, Euler*. 01 mar. 2015, 01 may. 2015. 116 p. Notas de Aula,  
<https://www.ime.usp.br/~pluigi/palestratoria.pdf>
- E. Giusti, *Piccola storia del calcolo infinitesimale dall'antichità al Novecento*, Istituti editoriali e poligrafici internazionali, Roma, 2007.
- C. Boyer *História da matemática*, 1974.
- H. Eves *Introdução à história da matemática*, 2004.
- (n. d.). *O Trabalho De Leibniz e Newton*, <http://euler.mat.ufrgs.br/~portosil/newton.html>
- P. Ramos *Os primórdios do cálculo infinitesimal*, C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática, 2016,  
<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v08ica03-os-primordios-do-calculo.pdf>
- (n. d.). *Newton and Leibniz: the Calculus Controversy*,  
[https://www.fitchburgstate.edu/uploads/files/Undergraduate\\_Research\\_Conference/Sample-Math-Poster.pdf](https://www.fitchburgstate.edu/uploads/files/Undergraduate_Research_Conference/Sample-Math-Poster.pdf)