Universidade de São Paulo

Mateus Teixeira e Souza- Número USP 11820725

Sobre os números complexos

São Paulo
2020

Sumário

Uma introdução à história dos números complexos

A introdução dos números complexos e imaginários como conceitos matemáticos não foi imediata e aconteceu gradativamente desde a “primeira” resolução de uma equação com um radical negativo. Por um longo período as resoluções de equações de segundo grau, equações essas que já apareciam nas tábulas de argila da Suméria 1700 anos antes de cristo, eram vistas como formulações de problemas concretos, muitas vezes de caráter geométrico, que portanto não aceitariam formalmente raízes de números negativos, que então eram vistos apenas como uma indicação da inexistência de soluções naquele caso.

Com o desenvolvimento de soluções por radicais (a chamada Fórmula de Bháskara) das equações de segundo grau por matemáticos árabes , ainda não se admitiam soluções com radicais negativos, novamente pelo entendimento que um problema de caráter algébrico deveria ser justificado com uma contraparte geométrica, de forma que então não existiriam raízes negativas uma vez que negativos não eram por si só quadrados. Foi apenas na época do Renascimento que o problema da fórmula para resolução de equações de terceiro grau tornou impossível a exclusão de números complexos como soluções aceitáveis.


Niccolò Fontana Tartaglia

Ainda que já existissem resoluções verificáveis de equações cúbicas na Antiga Grécia ou mesmo na matemática árabe, é na matemática italiana do século XVI que se são atribuídos os créditos da resolução por meio de radicais de equações de terceiro grau. Na época aconteciam duelos matemáticos, em que os competidores compartilhavam uma série de problemas um para o outro cuja as resoluções eram conhecidas por eles, e em um desses duelos o matemático Niccolò Fontana Tartaglia foi desafiado por Antonio Maria del Fiore, com as resoluções de algumas equações cúbicas. Foi em 1535 quando Tartaglia encontra a fórmula para equações da forma $x^3 + px^2 = q$, resolução que o rendeu a vitória do duelo. Vale ressaltar aqui que na época muitos matemáticos não divulgavam seus achados justamente por conta desses duelos, tendo em vista que ter a solução de problemas que outros não teriam como resolver poderia os garantir a vitória, e que não foi Tartaglia que publica sua fórmula, que antes já havia sido encontrada pelo mentor de Fiore, Scipione Del Ferro, para o caso especial de *p* e *q* positivos.

Foi Girolamo Cardano que publica tal solução,obtida por ele graças a Tartaglia, que o apresenta a sua resolução de equações cúbicas, na obra *Ars Magna*. Nela, Cardano apresenta as soluções cujas obtenção pela fórmula necessitava do uso de radicais negativos,assim não os deixando de lado, mesmo que no seu entendimento os resultados com raízes negativas culminaram em um número “tão sutil quanto inútil”. Entretanto, fica evidente que apenas os números reais não bastavam para a solução plena de equações cúbicas, e se torna um problema de como se lidar com essas quantidades “sotisficadas”, como eram chamados os complexos na época.


Girolamo Cardano

É então que Rafael Bombelli inicia seus trabalhos com números imaginários, publicados em sua obra *L’Algebra*. Dividida em cinco partes, Bombelli nela apresenta problemas com influência grega, como os apresentados na obra de Diofanto (um matemático da Grécia antiga), que prezava pelos aspectos geométricos, mas de forma muito mais abstrata e sem necessidade de soluções práticas.


L'ALGEBRA
OPERA
Di RAFAEL BOMBELLI da Bologna
Diuisa in tre Libri.
Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta cognitione della teorica dell'Arimetica.
Con vna Tauola copiosa delle materie, che in essa si contengono.
Posta hora in luce à beneficio delli Studiosi di detta professione.
IN BOLOGNA,
Per Giouanni Rossi. MDLXXIX.
Con licenza de' Superiori

L’Algebra

Abordados na primeira parte da obra, os conceitos principais sobre os números imaginários surgem da ideia de, dada uma raiz real de uma equação cúbica as outras duas devem ser, quando somadas, iguais àquela. Foi nela também que foram apresentadas as regras e operações com números imaginários, que demonstraram capacidade de abstração algébrica distinta para época por parte de Bombelli. Ele foi o primeiro a realmente reconhecer a existência e significância das raízes negativas, e suas regras e axiomas sobre essas quantidades “sotisficadas” podem ser efetivamente comparadas com as utilizadas atualmente e possibilitaram que matemáticos posteriores concebessem novas ideias sobres os números imaginários e complexos.

Muito avanço foi feito com relação dos números de quantidades "sotisficadas" nos séculos XVII e XVIII por importantes matemáticos como René Descartes , Thomas Harriot e Leonard Euler, que notavelmente foi o primeiro a simbolizar a raiz quadrada de -1 como "*i*", e estipulou que complexos também poderiam apresentar parte real de maneira que sua forma seria dada por $z = a + ib$ onde "a" e "b" são reais quaisquer e $i^2=-1$. Além deles Abraham Moivre também fez contribuições importantes para os números complexos com o Teorema de Moivre, que os relaciona com a trigonometria da seguinte forma : $(cos\theta + isen\theta)^n = cos(n\theta) + isen(n\theta)$.

Em 1797 Caspar Wessel começa a trabalhar com o aspecto geométrico dos números complexos e como eles poderiam ser representados em relação à pontos de um plano, ideias que foram próximas às que posteriormente foram publicadas por Jean-Robert Argand em " *Ensaio sobre uma maneira de representar as quantidades imaginárias nas construções geométricas*". Argand parte de situações que implicam em quantidades negativas e como elas poderiam ser "reais" com o claro objetivo de estabelecer tal realidade a números então chamados de imaginários. Como resultado, chega em uma representação de números complexos como linhas orientadas em um plano, com suas respectivas partes reais e imaginárias.

O famoso matemático Carl Friedrich Gauss segue com as ideias da representação de números complexos (termo que por ele foi primeiramente implementado) em um plano, dando significados geométricos às operações de adição e multiplicação, além de antes ter estabelecido demonstrações diversas para o Teorema Fundamental da Álgebra, no qual se explica que para qualquer equação algébrica de grau n, com n>0, são admitidas pelo menos uma solução complexa. Por fim, quem primeiramente entendeu os números complexos como pares ordenados de números reais, representação atualmente utilizada, foi Sir William Rowan Hamilton que então redefiniu as ideias geométricas de Gauss em um aspecto algébrico. Foram Hamilton e Gauss, em conjunto de Augustin-Louis Cauchy, que formalmente estabeleceram uma teoria que continha a estrutura aritmética para garantir a plena existência matemática de números complexos.

Uma reflexão sobre a existência de números imaginários e sobre a natureza do saber

Como já previamente dito, por muito tempo resultados com raízes negativas existiam e eram considerados inúteis ou simplesmente uma demonstração que uma equação não tinha solução. Isso tudo porque os problemas deveriam ser pautados em aspectos geométricos que então demonstravam a real existência e até utilidade dos números em questão. Entretanto, mesmo que para a época quando Bombelli primeiramente pública seu trabalho com números imaginários o resultado tenha sido um trabalho de álgebra de certa forma abstrata, uma série de descobertas científicas posteriores demonstraram a real utilidade dos números complexos.

De forma quase irônica, muitos modelos de retrato da natureza ou utilização da mesma para os propósitos da humanidade , como na tecnologia, dependem de números complexos e imaginários. Modelos e teorias físicas diversas dependem de números complexos, como no caso das leis que regem fenômenos eletromagnéticos. Não só isso mas características dos próprios números reais emergem quando esses são considerados como parte dos números complexos, e até mesmo para matemática avançada, como no cálculo complexo, ou soluções de equações diferenciais, os complexos são necessários. Em particular, o cálculo complexo, que se baseia em funções analíticas que generalizam os números reais como parte dos números complexos, não existiria sem esses que por tanto tempo foram ignorados. Suas implicações tem também impactos na engenharia aeronáutica, elétrica e na trigonometria.

Por que, então , se existem implicações práticas para os números imaginários e complexos, por tanto tempo foram considerados inexistentes ? E mesmo quando são compreendidos parece algo abstrato, quase fora da realidade? Talvez porque são quantidades sutís que não estão na intuição geral de uma pessoa comum. Não existe situação no cotidiano em que os utiliza, como se usam racionais para divisão de bens, ou naturais para contagem básica. O que mostra algo importante e geral para o processo científico e principalmente matemático que por muitas vezes fogem da cultura intelectual atual de forma geral: a busca do conhecimento pela plena vantagem do saber.

Os séculos que levaram para relevância dos números complexos estavam cercados de pensamentos sobre sua utilidade. E esse não é o único caso que matemática abstrata e pura, ou qualquer ciência pura na realidade, foi questionada pela sua praticidade. Porque instituições privadas e universidades deveriam gastar seus preciosos recursos com objetos de estudo tão longe da aplicação prática para melhoramento na qualidade de vida da humanidade? A resposta rasa, baseada em termos de aplicabilidade, é simples: enquanto não se conhece a fundo esses assuntos sua serventia eventual nunca será conhecida, e peças tecnológicas e teóricas revolucionárias podem ser perdidas para o tempo. Afinal, quando primeiramente se iniciou os estudos de Geometria Não Euclidiana não se tinha em mente sua utilização no estudo do cosmos com a Relatividade Geral, mas foi uma peça matemática fundamental para a teoria de Albert Einstein. Esse que, quando estudava o comportamento de corpos em velocidades próximas da luz não imaginava que um dia seus estudos seriam úteis para a tecnologia do GPS, que por ser baseada em satélites em órbita, que estão se movendo em velocidades extremamente altas, têm os fenômenos relativísticos como algo importante.

Ainda assim, existe uma outra resposta para a mesma pergunta. Ainda que muitas peças de conhecimento não demonstrem benefício óbvio imediato, o saber pelo saber já é algo com o fim em si mesmo. O conhecimento avançando é intrinsecamente um processo de aperfeiçoamento da espécie que sempre terá pontos positivos, o conhecimento das ciências naturais e da matemática possibilitam um entendimento maior sobre o cosmos do qual a humanidade faz parte e permite o melhor entendimento do papel da humanidade no universo, do micro ao macro. O estudo das ciências humanas e filosofia permitem o entendimento e a empatia pelo próximo e o avanço do pensamento crítico necessário para que a espécie melhor se entenda, e então consiga passar pelos diversos desafios que se mostraram pela história e continuarão a existir.

É importante ressaltar, entretanto, que entender a significância do conhecimento não significa fazer sua busca sem responsabilidade. Progresso intelectual não é algo que se deve fazer a qualquer custo, principalmente quando ele envolve vidas humanas ou a qualidade dessas. Ademais é importante constatar que, como qualquer atividade humana, por conta da própria natureza falha da espécie, o processo e método científico não são perfeitos e estão expostos a falhas diversas. Uma das mais importantes seria, por exemplo, a utilização do que se veria como estudo para ganho material de um indivíduo ou grupo de indivíduos com a repressão da maioria ou do bem geral , ou até mesmo para a utilização em guerras de forma irresponsável.

Do gás mostarda à bomba atômica ,do desenvolvimento de mísseis balísticos à criação de explosivos, o ambiente da guerra foi muito fértil para pesquisa. E ainda que a tecnologia de mísseis tenha sido utilizado nos programas de exploração espacial do século XX, a tecnologia de bombas atômicas tenha possibilitado a pesquisa da energia nuclear (tópico polêmico por si só) e o processo de síntese de amônia descoberto por Fritz Haber, inicialmente para uso em explosivos, tenha sido de grande utilidade para fabricação de fertilizantes que potencialmente salvaram muitas vidas de sucamberem para fome, o custo dessas descobertas foi gigantesco e a maneira que esses avanços foram feitos foi demasiadamente irresponsável.

Contudo, a busca pelo conhecimento, e o método científico em particular, mesmo que imperfeitos são formas de se viver e pensar que sempre serão das mais importantes atividades humanas, e deixá-los de lado é equivalente à desistência do pensamento crítico, o que teria consequências drásticas, como Carl Sagan explica em sua série documental “Cosmos”. Esse que, inclusive, faz um prognóstico para um possível futuro em seu livro “Um mundo assombrado por demônios” que se mostrou muito próximo da realidade, com uma crescente de ideias anti- intelectuais, que talvez nunca tenham sido testadas da forma como a atual e contínua pandemia de Covid 19 tem as testado e demonstrado os impactos de medidas que seguem o parecer científico ou não, bem como a importância da pesquisa para o bem geral.

A conclusão no fim é que a pesquisa e busca pelo saber tem valores intrínsecos para a sociedade em si mesmos, seja a área qual for, e mesmo com processos falhos, eles sempre estarão abertos para aperfeiçoamentos. Dessa forma, a busca pelo conhecimento, de maneira geral, se demonstra como um buquê de oportunidades de melhoria intrínseca para a raça humana, seja de maneira intelectual e possibilitando um crescimento de pensamento crítico ou também com aspectos práticos em uso do dia a dia com novas tecnologias.

Referências

https://sites.google.com/site/matematicacomplexa/iniciodoprojeto/origem-dos-numeros-complexos

http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/12%20Ulicio%20Pinto.pdf

http://www.matematica.br/historia/hamilton.html

http://www.matematica.br/historia/complexos.html

https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/TCC_Claudio_Salvado.pdf

https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/euler/importancia.htm#:~:text=Um%20n%C3%BAmero%20imagin%C3%A1rio%20n%C3%A3o%20serve,n%C3%BAmeros%20imagin%C3%A1rios%20s%C3%A3o%20medidores%20perfeitos.

http://unespciencia.com.br/2018/03/01/matematica-94/

https://www.theglobalist.com/seven-billion-humans-the-world-fritz-haber-made/

https://www.nobelprize.org/prizes/chemistry/1918/haber/biographical/

https://www.youtube.com/watch?v=tdEE5uvFhOM&list=PLC31B0C382F9585D6&index=24

https://super.abril.com.br/historia/a-historia-da-bomba-atomica-e-seu-genocidio-instantaneo/

https://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/02/160128_vert_futu_hitler_homem_lua

SAGAN,Carl. O mundo assombrado pelos demônios: A ciência vista como uma vela no escuro. Random House - 1995

https://www.youtube.com/watch?v=0jMOACMdgpo&list=PL96wQHzW_46q35ed3-U3SuqhBmhBKpj9P